Краткие сообщения по физике № 6 июнь 1972

ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В ПОЛЕ ИНТЕНСИВНОЙ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В СРЕДЕ

А. Е. Казаков, М. В. Федоров

Развитие и совершенствование экспериментальных методов генерации интенсивного светового излучения стимулировало весьма значительное число работ по взаимодействию сильной электромагнитной волны с электронами в вакууме. В то же время большой интерес представляет также не ограниченное рамками теории возмущений исследование взаимодействия заряженных частиц с электромагнитной волной, распространяющейся в среде.

Первые попытки теоретического описания движения электрона в поле сильной плоской волны, распространяющейся в среде с показателем преломления n, *) были предприняты в работах /I,2/. Однако общие результаты работы /I/ представляются не вполне удовлетворительными, а окончательное решение задачи в работах /I,2/ приведено лишь в двух частных случаях. В настоящей работе найдено общее решение задачи.

I. Аналогично /I/ будем исходить из уравнения Гамильтона-Якоби, записанного в системе покоя среды

$$\left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)^2 - (\nabla S - e\vec{A})^2 - m^2 = 0, \tag{I}$$

где S - действие, $\vec{A} = \vec{A}(t - nz)$ - вектор-потенциал, описывающий в этой системе отсчета поле волны, распространяющейся вдоль оси z и удовлетворяющий условию трехмерной поперечности $\operatorname{div}\vec{A} = 0$, $A_0 = 0$ (принято $c = \hbar = 1$).

---

*) Такая постановка задачи имеет смысл только для таких интенсивностей электромагнитной волны, при которых среда не меняет своего состояния за время взаимодействия, и при достаточно слабой дисперсии $n(\omega)$, которую мы не учитываем.

Вводя вместо t и z две новые независимые переменные $u = t - nz$, $v = t + nz$ и замечая, что потенциал $\vec{A}$ зависит только от одной из них $\vec{A} = \vec{A}(u)$, находим, что полное решение уравнения (I) может быть записано в виде

$$S = \vec{p}_\perp \vec{r} + \lambda v + \varphi(u), \tag{2}$$

$$\varphi(u) = \lambda \frac{n^2 + 1}{n^2 - 1} u \pm \frac{1}{n^2 - 1} \int du \times$$

$$\times \left\{ 4n^2\lambda^2 - (n^2 - 1)\left[m^2 + (\vec{p}_\perp - e\vec{A}(u))^2 \right] \right\}^{1/2}, \tag{3}$$

где $\vec{p}_\perp = \{p_x, p_y, 0\}$, λ – константы, причем $-\infty < p_{x,y} < +\infty$; $|\lambda| \geqslant \lambda_0 \equiv \left(\sqrt{n^2 - 1}/2n\right)\left\{ m^2 + \left[\vec{p}_\perp - e\vec{A}(u)\right]^2_{min} \right\}^{1/2}$ при $n > 1$ и $-\infty < \lambda < +\infty$ при $n < 1$. В дальнейшем мы будем иметь в виду в основном случай $n > 1$. При $|\lambda| > \lambda_0$ условие действительности корня в формуле (3) определяет классически доступную область движения электрона. Если функция $[\vec{p}_\perp - e\vec{A}(u)]^2$ имеет минимум (по крайней мере один) при конечном значении u, то в случае $\lambda < \lambda_1 = \left(\sqrt{n^2 - 1}/2n\right) \times$ $\times \left[m^2 + (\vec{p}_\perp - e\vec{A}(u))^2_{max} \right]^{1/2}$ возможно финитное (по переменной u) движение электрона, т.е. электрон может увлекаться волной. При $\lambda > \lambda_1$ движение всегда инфинитно.

Уравнения, описывающие в параметрическом виде движение электрона, легко получаются дифференцированием (2) и (3) по $p_\perp$ и λ

$$v + \frac{n^2 + 1}{n^2 - 1} u \pm$$

$$\pm \frac{4\lambda n^2}{n^2 - 1} \int \frac{du}{\left\{ 4\lambda^2 n^2 - (n^2 - 1)\left[m^2 + (\vec{p}_\perp - e\vec{A}(u))^2 \right] \right\}^{1/2}} = \alpha, \tag{4}$$

$$\vec{r}_\perp \mp \int \frac{du(\vec{p}_\perp - e\vec{A}(u))}{\left\{ 4\lambda^2 n^2 - (n^2 - 1)\left[m^2 + (\vec{p}_\perp - e\vec{A}(u))^2 \right] \right\}^{1/2}} = \beta,$$

где α и $\beta = \{\beta_x, \beta_y, 0\}$ – константы, определяемые положением $\vec{r}_\perp^{(0)}$, $z^{(0)}$ электрона в момент времени $t^{(0)}$, $\vec{r}_\perp \equiv \{x,y,0\}$. В работе /I/ решение уравнения (I) ищется в виде $S = \vec{p}_\perp \vec{r} + p_z z - p_0 t + \tilde{\varphi}(u)$, где $p_0 = \sqrt{m^2 + p_z^2 + p_\perp^2}$, $\tilde{\varphi}$ – некоторая функция. Наше решение формально может быть приведено к такому виду при $\lambda < -\lambda_0$, если ввести вместо λ новую константу p_z, так что $\lambda = (1/2)(p_z/n - p_0)$, $\tilde{\varphi} = (1/2)(p_z/n + p_0)u + \varphi$. Такое преобразование возможно, однако, лишь при $|\lambda| > \sqrt{n^2 - 1}\sqrt{m^2 + p_\perp^2}/2n$. Это условие совпадает с условием $|\lambda| > \lambda_0$ лишь если $(\vec{p}_\perp - e\vec{A}(u))^2_{min} = p_\perp^2$. Если $(\vec{p}_\perp - e\vec{A}(u))^2_{min} < p_\perp^2$, то существует совокупность состояний $\lambda_0 < |\lambda| < \sqrt{n^2 - 1}\sqrt{m^2 + p_\perp^2}/2n$, которая не описывается решениями работы /I/. В противоположном случае $(\vec{p}_\perp - e\vec{A}(u))^2_{min} > p_\perp^2$ возникают ограничения на допустимые значения p_z. Знаки $\pm$ в формулах (2)-(4) соответствуют различному выбору начальных условий. Для инфинитного движения $|\lambda| > \lambda_1$ знак перед корнем с течением времени не меняется. Если же $|\lambda| < \lambda_1$, то из условия существования непрерывного решения для всех t следует, что знак перед корнем должен изменяться при прохождении точки поворота, т.е. точки, в которой подкоренное выражение обращается в нуль. Отсюда следует, что величина p_z, использованная в /I/, при $|\lambda| < \lambda_1$ не является истинной константой, а меняется при прохождении точки поворота. Если функция $\vec{A}(u)$ периодическая, то без ограничения общности можно считать, что $\lambda < -\lambda_0$.

2. В общем случае монохроматической волны с произвольной поляризацией формула (4) позволяет записать уравнения движения через эллиптические интегралы. Мы не будем приводить здесь общих формул ввиду их громоздкости, а ограничимся некоторыми частными случаями, когда решения выражаются через элементарные функции.

Для циркулярно поляризованной монохроматической волны $\vec{A} = \{A_0 \cos\omega u,\ A_0 \sin\omega u, 0\}$ в случае $\vec{p}_\perp = 0$ движение всегда инфинитно и определяется формулами, найденными в работе /I/. Однако общий случай $\vec{p}_\perp \neq 0$ не может быть сведен к рассмотренному простым преобразованием системы отсчета, как утверждается в /I/. Легко показать, что поперечная циркулярно поляризованная в системе покоя среды волна перестает быть таковой при переходе к движущейся системе /3/. Для волны с круговой или линейной поляризацией уравнения движения могут быть также выражены через элементарные функции в том случае, когда частица сильно увлекается волной, т.е. когда λ близко к $-\lambda_0$. В этом случае функция $(\vec{p}_\perp - e\vec{A}(u))^2$ может быть разложена в ряд вблизи точки минимума. Для простейшего случая круговой поляризации это дает

$$z = z^{(0)} + \frac{t - t^{(0)}}{n} + \frac{\xi}{\omega n}\sin\Omega(t - t^{(0)}),$$

$$\vec{r}_\perp = \vec{r}_\perp^{(0)} - \frac{\vec{p}_\perp}{p_\perp}\frac{\sqrt{n^2-1}}{n}\cdot\frac{(p_\perp - eA_0)}{\left[m^2 + (p_\perp - eA_0)^2\right]^{1/2}}(t - t^{(0)}) +$$

$$+ \frac{\vec{p}_\perp}{p_\perp}\frac{(p_\perp - eA_0)\xi\sin\Omega(t - t^{(0)})}{n\sqrt{n^2-1}\,\omega\left[m^2 + (p_\perp - eA_0)^2\right]^{1/2}} +$$

$$+ \frac{\sqrt{eA_0}(\vec{e}_x p_y - \vec{e}_y p_x)}{p_\perp^{3/2}\,\omega\sqrt{n^2-1}}\,\xi\left[\cos\Omega(t - t^{(0)}) - 1\right], \qquad (5)$$

где

$$\xi^2 = \frac{4\lambda^2 n^2 - (n^2-1)\left[m^2 + (p_\perp - eA_0)^2\right]}{(n^2-1)eA_0 p_\perp},$$

$$\Omega = \frac{\omega(n^2-1)\sqrt{eA_0 p_\perp}}{n\left[m^2 + (p_\perp - eA_0)^2\right]^{1/2}},$$

$\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$ – единичные векторы в направлениях осей x, y. Эти результаты получены в предположениях

$$\xi \ll 1, \qquad \xi\omega\Omega/(n^2-1) \ll 1,$$

и в частном случае $\vec{p}_\perp = e\vec{A}(u^{(0)})$, $(u^{(0)} = t^{(0)} - nz^{(0)})$ совпадают с формулами работы /2/.

3. При квантовом описании движения бесспиновой частицы в поле волны в среде стационарные по переменной v решения урав-

нения Клейна-Гордона имеют вид

$$\Psi = \exp\left\{i(p_\perp r_\perp + \lambda v)\right\}\psi(u). \qquad (6)$$

В случае монохроматической циркулярно поляризованной волны для $\psi(u)$ получается известное уравнение Матьё /4/; при этом параметр λ должен удовлетворять неравенству

$$|\lambda| > \frac{1}{4}\,\frac{n^2-1}{n}\left[a_0(q)\omega^2 + \frac{4}{n^2-1}\,(m^2 + p_\perp^2 + e^2A_0^2)\right]^{1/2}, \qquad (7)$$

где $q = 4eA_0p_\perp/(n^2-1)\omega$, $a_0(q)$ – характеристическая кривая функции Матьё нулевого порядка /4/. При этом, так же как и в классическом случае, вообще говоря, имеется совокупность состояний, не описываемых в рамках подхода работы /I/.

Поступила в редакцию
I3 апреля I972 г.

Литература

I. А. С. Дементьев, А. Г. Кулькин, Ю. Г. Павленко. Вестник МГУ, серия Ш, I2, 490 (I97I); ЖЭТФ, 62, I6I (I972).

3. В. М. Арутюнян, Г. К. Аветисян. Препринт ИФИ 7I-03 АН Арм. ССР, Ереван, I97I г.

3. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред, Физматгиз, М., I959 г.

4. Мак-Лахлан. Теория и приложения функций Матьё, ИЛ, М., I953 г.