Краткие сообщения по физике № 6 июнь 1972

К ВОПРОСУ ОБ УСТОЙЧИВОСТИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ПУЧКОВ В СРЕДЕ

В. К. Гришин, А. А. Коломенский

Устойчивость заряженных пучков, имеющих ограниченные поперечные размеры и распространяющихся в плазмоподобной среде в сильном продольном магнитном поле B_0, исследовалась в ряде работ (см., напр., /1,2/). В настоящей работе мы хотели бы обратить внимание на роль собственного магнитного поля пучка, которым в указанном случае обычно пренебрегают. Как будет показано, учет собственного поля при определенных условиях может оказаться существенным и позволяет обнаружить новые неустойчивости и найти их характеристики. При этом надо иметь в виду, что для релятивистских частиц магнитное взаимодействие имеет тот же порядок, что и электростатическое, а действие сравнительно малого собственного азимутального поля проявляется качественно по-другому, чем действие сильного внешнего продольного поля.

Рассмотрим для простоты случай, когда пучок и плазма заполняют с постоянной плотностью волновод бесконечной длины с прямоугольным сечением. Взаимодействие электронов в плазмоподобной среде будем рассматривать феноменологически, как в среде с определенными диэлектрическими свойствами. Электрическое поле пучка с плотностью тока $\vec{j}$ и заряда ρ описывается уравнениями

$$-\vec{k}(\vec{k}\vec{E}) + \vec{k}^2\vec{E} = \frac{4\pi i\omega}{c^2}\vec{j} + \frac{\omega^2}{c^2}\vec{D}, \qquad D_i = \Sigma\varepsilon_{il}E_l, \qquad i(\vec{k}\vec{D}) = 4\pi\rho, \tag{1}$$

где предполагается, что все величины представлены в виде $\sim\exp(-i\omega t + i\vec{k}\vec{r})$. Значения $\vec{k} = \{\vec{k}_\perp, k_z\}$, $|\vec{k}_\perp|$ находятся из условия равенства нулю E_z на поверхности волновода; ε_{il} – компоненты диэлектрического тензора плазмы /3/. В свою очередь, состояние пучка можно описать с помощью уравнения непрерывности, из которого следует, что Фурье-компонента флуктуации плотности равна $n = n_1 k_z v/(\omega - k_z u)$, где n_1 - начальная плотность пучка ($n_1 \gg n$), v_z - флуктуация скорости, $u = \beta c$ ($u \gg v_z$). Последнее соотношение справедливо, если внешнее магнитное поле B_0 достаточно велико, так что $(\omega - k_z u)^2 \gamma^2 \ll \Omega_e^2$ (см. /I/), где $\gamma^2 = (1-\beta^2)^{-1}$, $\Omega_e = eB_0/mc$, m - масса покоя электрона, и колебаниями плотности в поперечной плоскости пучка можно пренебречь, т.е. $j_\perp = 0$. Учитывая далее, что $v_z = ieE_z/m\gamma^3(\omega - k_z u)$, $j_z = en_1 v_z + enu$; $\rho = en$, находим из (I), что характер продольных колебаний пучка определяется следующим дисперсионным уравнением:

$$\varepsilon_z - \frac{\omega_{L1}^2}{\gamma^3(\omega - k_z u)^2} + \frac{b^2 \varepsilon_\perp}{a^2 - \omega^2 \beta^2 \varepsilon_\perp} = 0, \tag{2}$$

где $\omega_{L1} = (4\pi e^2 n_1/m)^{1/2}$ - ленгмюровская частота пучка, $a = k_z u$, $b = |\vec{k}_\perp| u$, $\varepsilon_z = 1 - \omega_{L2}^2/\omega^2$, $\varepsilon_\perp = 1 + \omega_{L2}^2/(\Omega_2^2 - \omega^2)$. Уравнение (2) охватывает всю область частот $\omega \gtrless \Omega_2$, если $b^2 > \omega_{L2}^2 \beta^2$; в противном случае область частот соответствует $\omega > \omega_{min}$, где $\omega_{min} > \Omega_2^2/\beta\omega_{L2}$.

Уравнение (2) справедливо как для пучков в плазме (перекомпенсированные пучки), так и для компенсированных пучков. Поэтому под ω_{L2} и Ω_2 следует понимать, соответственно, ленгмюровскую и циклотронную частоты либо электронов плазмы, либо ионов в компенсированных пучках.

В последнем случае, вплоть до плотностей ионов, соответствующих токам в пучке ~ 500 ка/см^2, выполняется условие $\omega_{L2}^2 \beta^2 \ll b^2$. При этом для длинноволновых колебаний ($k_\perp^2 \gg k_z^2$, т.е. $b^2 \gg a^2$), когда, собственно, и целесообразна исходная постановка задачи, и при плотностях тока, при которых $\omega_{L1}^2 \ll k_\perp^{-2} c^2 \gamma^3$, решение (2) лежит в области частот $\omega \sim k_z u$. При этом характер электромагнитных волн в пучке определяется уравнением

$$\alpha^2 = \frac{\omega_{L1}^2 k_z^2}{k_\perp^2 \gamma^3} \left| \frac{1}{\varepsilon_\perp} - \beta^2 \right|, \tag{3}$$

где $\omega = k_z u + \alpha$, $\alpha^2 \ll \omega^2$, которое отличается от рассмотренных в других работах /I/ членом $-\beta^2$. Поэтому, помимо интервала $\Omega_2^2<(k_z u)^2<\omega_{L2}^2$, когда $\varepsilon_\perp<0$, неустойчивость (черенковская) возникает также и в области частот $(k_z u)^2<\Omega_2^2$, если $\varepsilon_\perp\beta^2>1$. Последнее условие выполняется, если плотность тока в пучке достигает величины

$$j_{kp} = \frac{mu}{4\pi e}\,\frac{m}{M}\,\frac{\Omega_e^2}{\gamma^2\beta^2}, \tag{4}$$

где M – масса ионов. Развитие черенковской неустойчивости облегчается с ростом энергии (ср. с /I/). Для $B_0\sim 10^4$ гс имеем $\Omega_e = 1{,}8\cdot 10^{11}$ гц и $j_{kp}\sim 10$ а/см^2 при $\gamma = 2$. В пучке с $j = 20$ а/см^2, $\gamma = 2$ при $|k_z|/|k_\perp|\sim 0{,}1 \div 0{,}3$ инкремент нарастания колебаний $\operatorname{Im}\alpha\sim(0{,}3 \div 0{,}1)10^8$ сек$^{-1}$. При $\omega_{L1}^2>k_\perp^2c^2\gamma^3$ электромагнитные колебания в пучке также оказываются неустойчивыми в области частот $\omega<k_z u$ (бунемановская неустойчивость /4,5/). Поскольку указанное условие соответствует току $j\sim 1$ ка/см^2, в реальных установках в релятивистских пучках возникает сначала черенковская, а затем уже бунемановская неустойчивость.

В случае пучков в плазме можно положить $\omega_{L1}^2/\gamma^3\ll\omega_{L2}^2$. Поэтому (с учетом того, что $b^2\gg a^2$) решение (2) лежит в области $\omega\sim k_z u$. Осцилляции плотности нарастают, если параметр пучка удовлетворяет в первом приближении соотношению $(1-\varepsilon_\perp\beta^2)^{1/3}\left[b^2\varepsilon_\perp + \varepsilon_z\omega^2(1-\varepsilon_\perp\beta^2)\right]<0$. Последнее условие выполняется, когда $\varepsilon_\perp\beta^2>1$, т.е. при плотностях плазмы

$$n_2\gtrsim\frac{3\cdot 10^{-10}\,\Omega_e^2}{\gamma^2\beta^2}. \tag{5}$$

При этом колебания лежат в области частот $k_z u<\Omega_e$. Инкремент нарастания колебаний для достаточно плотной плазмы оказывается равным $\operatorname{Im}\alpha\sim k_z u\left(\frac{n_1}{\gamma^3 n_2}\right)^{1/2}$ при $\omega_{L2}^2\beta^2>b^2$.

Неустойчивость, которая имеет конвективный характер, успевает развиться, если $\operatorname{Im}\alpha(L/u)\gg 1$, где L – длина системы. При $n_2\sim 3\cdot 10^{11}$ и $n_1/\gamma^3 n_2\sim 10^{-2}$ находим, что $\operatorname{Im}\alpha\sim 0{,}1k_z u$.

Здесь величина k_z может меняться в довольно широких пределах от $k_z \gtrsim \omega_{min}/u$ до $k_z \lesssim |\vec{k}_\perp|$.

Как следует из предыдущего, величина критической плотности плазмы может быть значительно выше критической плотности ионного компонента в компенсированных пучках.

В заключение отметим, что полученные результаты мало чувствительны к форме сечения волновода и практически не изменяются, если между стенками волновода и пучком есть небольшой зазор. Случай, когда диаметр пучка существенно меньше "диаметра" волновода, должен быть рассмотрен особо, хотя, по-видимому, критические значения суммарного тока пучка при этом значительно ниже, чем в рассматриваемом случае (см. /I/).

Поступила в редакцию
I4 апреля I972 г.

Литература

I. Л. С. Богданкевич, А. А. Рухадзе. УФН, 103, 609 (I97I).
2. Л. М. Богданкевич, И. И. Железняков, А. А. Рухадзе. Изв. Вузов, II, 2I (I970).
3. В. Л. Гинзбург. Распространение электромагнитных волн в плазме. "Наука", М., I967 г.
4. Г. И. Будкер. Атомная энергия, I, 3 (I956).
5. O. Buneman. Phys. Rev., 115, 503 (1959).