Краткие сообщения по физике № 7 июль 1972

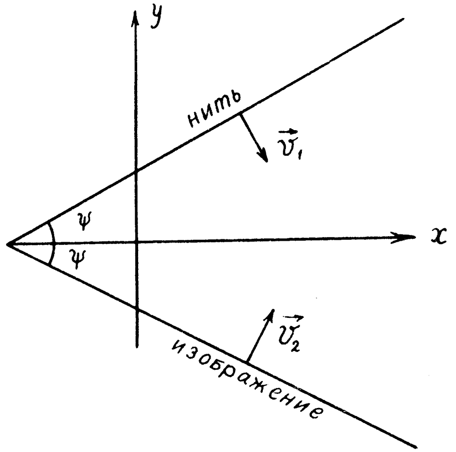
ОБ ИЗЛУЧЕНИИ ЗАРЯЖЕННОЙ НИТИ, НАКЛОННО ПАДАЮЩЕЙ НА ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩУЮ ПЛОСКОСТЬ (ИСТОЧНИК ИЗЛУЧЕНИЯ ВАВИЛОВА-ЧЕРЕНКОВА В ВАКУУМЕ).

Б. М. Болотовский

Рассмотрим заряженную нить, расположенную в плоскости XY и составляющую с осью X угол Ψ. Заряд на единицу длины нити обозначим через q. Нить движется со скоростью $\vec{v}_1$ и падает на идеально проводящую плоскость, расположенную при $y = 0$. При падении нити на плоскость возникает переходное излучение. Скорость точки пересечения нити с плоскостью, как видно из рис. I, равна

$$u = \frac{v_1}{\sin\Psi} . \qquad (I)$$

Можно так подобрать скорость нити v_1 и угол наклона



Р и с. I.

нити ψ, что u окажется больше, чем скорость света в вакууме. Поскольку при пересечении нити с плоскостью возникает переходное излучение, можно ожидать, что в случае $u>c$ это излучение в результате интерференции дает черенковский конус, как это было показано В. Л. Гинзбургом /I/ и И. М. Франком /2/ (см. также /4/).

Ниже мы рассмотрим эту задачу количественно. Ток, переносимый заряженной нитью

$$\vec{j}_1 = q\vec{v}_1\delta(\vec{n}_1\vec{r} - v_1 t)\delta(z); \quad y>0, \tag{2}$$

где $\vec{v}_1 = \vec{n}_1 v_1$, $\vec{n}_1$ - единичный вектор в направлении скорости нити.

Поле над плоскостью определяется той частью нити, которая расположена при $y>0$, и ее изображением, которому соответствует ток

$$\vec{j}_2 = -q\vec{v}_2\delta(\vec{n}_2\vec{r} - v_1 t)\delta(z); \quad y<0, \tag{3}$$

где $\vec{v}_2 = \vec{n}_2 v_1$, $n_{1y} = -n_{2y}$, $n_{1x} = n_{2x}$, $n_{1z} = n_{2z} = 0$.

Зная ток во всем пространстве, можно вычислить фурье-компоненту тока

$$\vec{j}_\omega(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi}\int \vec{j}(\vec{r},t)\exp(i\omega t)dt, \tag{4}$$

а затем и фурье-компоненту вектор-потенциала поля излучения /3/

$$\vec{A}_\omega(\vec{r}) = \frac{1}{c}\int \vec{j}_\omega(\vec{r}) \frac{\exp(i\omega|\vec{r} - \vec{r}'|/c)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'. \tag{5}$$

На больших расстояниях от начала координат формула (5) принимает вид

$$\vec{A}_\omega(\vec{r}) = \frac{1}{c}\frac{\exp(i\omega r/c)}{r}\int \vec{j}_\omega(\vec{r}')\exp(-i\omega\vec{n}\vec{r}'/c)dV'; \quad \vec{n} = \frac{\vec{r}}{r}. \tag{5a}$$

Вычислив с помощью формул (2), (3) и (4) $\vec{j}_\omega(\vec{r})$ и подставив полученное выражение в (5а), найдем

$$\vec{A}_\omega = iq\frac{\exp(ikr)}{cr}\left[\frac{\vec{n}_1}{\frac{\omega}{v}n_{1y} - \frac{\omega}{c}n_y} - \frac{\vec{n}_2}{\frac{\omega}{v}n_{1y} + \frac{\omega}{c}n_y}\right]\delta\left(\frac{\omega}{v}n_{1x} - \frac{\omega}{c}n_x\right). \tag{6}$$

В выражение (6) для вектор-потенциала входит множителем дельта-функция. Это означает, что излучение отлично от нуля лишь при выполнении условия

$$n_x = \frac{c}{v} n_{1x} . \tag{7}$$

Единичный вектор $\vec{n}$ дает направление излучения. Обозначим угол между $\vec{n}$ и осью X, вдоль которой бежит точка пересечения нити с плоскостью, через θ. Тогда (7) примет вид

$$\cos\theta = c/u, \tag{8}$$

где u – скорость точки пересечения нити с плоскостью (I). Условие (8) есть хорошо известное условие излучения Вавилова-Черенкова. Таким образом, волновые векторы излучаемых волн параллельны образующим конуса, ось которого направлена по оси X, а угол раствора θ определяется формулой (8).

Зная $\vec{A}_\omega(\vec{r})$ (6), можно вычислить поле излучения и найти поток энергии излучения в заданный телесный угол. Для интенсивности излучения на частоте ω получаем

$$dW_\omega = \frac{q^2 u}{2\pi\omega}\left\{\frac{[\vec{n},\vec{n}_1]}{\frac{1}{\beta} n_{1y} - n_y} - \frac{[\vec{n},\vec{n}_2]}{\frac{1}{\beta} n_{1y} + n_y}\right\}^2 \delta\left(\frac{1}{\beta_n} - \cos\theta\right)\sin\theta d\theta d\psi D\omega \tag{9}$$

здесь θ – угол между направлением излучения $\vec{n}$ и осью X, ψ – угол между осью Y и проекцией вектора $\vec{n}$ на плоскость YZ, $\beta_n = u/c$.

Проводя интегрирование по θ, получаем распределение интенсивности по азимуту ψ $(u>c)$

$$dI_\omega = \frac{2q^2 u}{\pi\omega}\cdot\frac{c^2}{v_1^2}\,\frac{\left[\left(1-\frac{\beta^2}{\beta_n^2}\right)-\left(1-\frac{1}{\beta_n^2}\right)\left(1-\frac{\beta^4}{\beta_n^2}\right)\cos^2\psi\right]}{\left[\left(\frac{1}{\beta^2}-\frac{1}{\beta_n^2}\right)-\left(1-\frac{1}{\beta_n^2}\right)\cos^2\psi\right]^2}\,d\psi d\omega, \tag{10}$$

где $\beta = v_1/c$.

Как видно из полученных формул, волновые вектора излучения лежат на черенковском конусе в полупространстве $(y>0)$ (над плоскостью). Однако, интенсивность излучения различна на разных образующих этого конуса (т.е. при различных значениях ψ).

Элементарным процессом, приводящим к излучению, является здесь переходное излучение. Это излучение от различных элементов длины нити интерферирует так, что остается отличным от нуля лишь при выполнении черенковского условия (8).

Автор благодарен В. Л. Гинзбургу, беседы с которым привели к постановке изложенной задачи.

Поступила в редакцию
24 апреля 1972 г.

Литература

1. В. Л. Гинзбург. ЖЭТФ, **62**, 173 (1972).
2. И. М. Франк. Изв. АН СССР, **2**, 3 (1942).
3. Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц. Теория поля. Изд. "Наука", Москва, 1967 г.
4. Б. М. Болотовский и В. Л. Гинзбург. УФН. **106**, 577 (1972).