Краткие сообщения по физике № 8 август 1972

О ВЛИЯНИИ ПРОДОЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ НА СПЕКТР ИЗЛУЧЕНИЯ В ОНДУЛЯТОРЕ

Д. Ф. Алферов, Ю. А. Башмаков, Е. Г. Бессонов

Излучение заряженных частиц в ондуляторах открывает большие возможности для получения поляризованного узконаправленного монохроматического рентгеновского излучения. Исследование спектральных характеристик ондуляторного излучения проводилось в работах /1-4/, причем рассматривалось излучение, обусловленное лишь поперечным ускорением частиц.

В настоящей работе показывается, что при расчете спектра излучения заряженных частиц в ондуляторе в общем случае необходимо учитывать продольное движение частиц.

Выберем ось z вдоль оси ондулятора и предположим, что движение происходит в плоскости xz по закону

$$\vec{r}(t) = \vec{r}\left\{-x_0\cos\Omega t;\quad 0;\quad \beta_{\parallel}ct + \frac{\beta c}{8\Omega}\alpha_m^2\sin2\Omega t\right\},$$
$$\vec{v}(t) = \vec{v}\left\{x_0\Omega\sin\Omega t;\quad 0;\quad \beta_{\parallel}c + \frac{\beta c}{4}\alpha_m^2\cos2\Omega t\right\}, \qquad (1)$$

где x_0 - амплитуда поперечных колебаний частицы, $\alpha_m = x_0\Omega/\beta c$ - максимальный угол между вектором скорости частицы и осью ондулятора, $\Omega = 2\pi c\beta_{\parallel}/l$, l - период поля, $\beta = \bar{v}/c$, v - скорость частицы, $\beta_{\parallel} = v_{\parallel}/c$, $v_{\parallel}$ - средняя скорость частицы вдоль оси ондулятора.

Нетрудно убедиться, что такое движение осуществляется в поперечных электрических и магнитных полях, гармонически изменяющихся вдоль оси ондулятора, при выполнении условия

$$\alpha_m \ll 1, \qquad (2)$$

причем энергия частицы в этом случае остается постоянной, а амплитуда колебаний и средняя скорость частицы равны

$$x_0 = \frac{ec^2F_0}{E\Omega^2}, \qquad \beta_\parallel = \beta\left(1 - \frac{\alpha_m^2}{4}\right), \tag{3}$$

где F_0 – амплитуда электрического или магнитного поля, E – энергия частицы.

В системе координат S', относительно которой частица в среднем покоится, движение происходит по замкнутой 8-образной кривой. Амплитуды колебаний вдоль осей x' и z' соответственно равны $x_0' = x_0$, $z_0' = (\beta c/8\Omega)\alpha_m^2\gamma_\parallel < (\beta c/8\Omega)\alpha_m^2\gamma$, где $\gamma = E/mc^2$, а

$$\gamma_\parallel = (1 - \beta_\parallel^2)^{-1/2} = \gamma\left[1 + \frac{1}{2}(\alpha_m\gamma)^2\right]^{-1/2}. \tag{4}$$

При выполнении условия $z_0' \ll x_0'$, или иначе,

$$\alpha_m \ll 1/\gamma \tag{5}$$

движение можно считать одномерным и пренебречь продольным ускорением частицы. В этом случае, согласно (4), можно положить $\gamma_\parallel = \gamma$. Условие (5) есть условие дипольности излучения. Действительно, в системе координат S' оно записывается в виде

$$x_0' = x_0 \ll \lambda' = \frac{2\pi c}{\omega'} = \frac{2\pi c}{\Omega\gamma_\parallel} \qquad \text{или} \qquad \alpha_m \ll \frac{1}{\gamma},$$

где λ' и ω' – длина волны и частота в системе S'.

Нарушение условия (5) приводит к появлению излучения как за счет поперечного, так и за счет продольного движения на частотах, кратных частоте первой гармоники, причем частота гармоники с номером m в лабораторной системе лежит в пределах

$$\frac{m\Omega}{1 + \beta_\parallel} \leq \omega_m = \frac{m\Omega}{1 - \beta_\parallel \cos\theta} \leq m(1 + \beta_\parallel)\gamma_\parallel^2\Omega. \tag{6}$$

Излучение в ондуляторах при выполнении условия (5) подробно рассмотрено нами в работе /4/.

Для нахождения спектрального распределения интенсивности излучения в бесконечно длинном ондуляторе в общем случае воспользуемся выражением /5/

$$\frac{d\mathcal{E}_\omega}{d\omega d O} = \frac{e^2\omega^2}{4\pi^2c^3}\left|\int_{-\infty}^{+\infty}[\vec{n}[\vec{n}\vec{v}(t)]]\exp i[\omega t - \vec{k}\vec{r}(t)]\,dt\right|^2, \tag{7}$$

где $d\mathcal{E}_\omega$ – энергия, излучаемая в единичном интервале частот в единицу телесного угла, $\vec{k} = (\omega/c)\vec{n}$, $dO = \sin\theta d\varphi d\theta$, $\vec{n}$ – единичный вектор в направлении излучения, θ, φ – полярные углы, образуемые вектором $\vec{n}$ и его проекцией на плоскость xy с осями z и x соответственно. Воспользовавшись (I), (7) и известным соотношением /6/

$$\exp\left[z/2(t - 1/t)\right] = \sum_{p=-\infty}^{\infty} J_p(z)t^p,$$

где J_p – функция Бесселя, p – целое, получим интенсивность излучения в виде

$$\frac{dW_\omega}{d\omega dO} = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\frac{d\mathcal{E}_\omega}{d\omega dO} = \frac{e^2\omega^2}{2\pi c^3}\frac{I_\omega}{1 - \beta_\parallel \cos\theta}, \qquad (8)$$

где

$$I_\omega = \sum_{m=1}^{\infty}\left[\sum_{p=-\infty}^{\infty}\vec{A}_{m,p}J_{(m+2p)}(u)J_p(q)\right]^2\delta(\omega - \omega_m),$$

T – время пролета частицы через ондулятор,

$$\vec{A}_{m,p} = \left|\beta_\parallel c - \frac{c\beta}{4}\alpha_m^2\frac{p}{q}\right|\vec{e} + x_0\Omega\frac{m + 2p}{u}\vec{g},$$

$$u = \frac{\omega}{c}x_0\sin\theta\cos\varphi, \quad q = \omega\beta\frac{\alpha_m^2}{8\Omega}\cos\theta,$$

$$\vec{e} = \vec{i}\sin\theta\sin\varphi - \vec{j}\sin\theta\cos\varphi, \quad \vec{g} = \vec{j}\cos\theta - \vec{k}\sin\theta\sin\varphi,$$

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орты по осям x, y, z. Если в (8) положить $q \ll 1$, что эквивалентно (5), то получим выражение для интенсивности излучения, приведенное в работе /3/.

Поступила в редакцию
5 июня 1972 г.

Литература

I. В. Л. Гинзбург. Изв. АН СССР, сер. физ., II, 165 (1947).
2. H. Motz. J. Appl. Phys., 22, 527 (1951).
3. Н. А. Корхмазян. Изв. АН Арм. ССР, физика, 5, 287 (1970).
А. И. Алиханян, С. К. Есин, К. А. Испирян, С. А. Канканян,

Н. А. Корхмазян, А. Г. Оганесян, А. Г. Таманян. Письма в ЖЭТФ, 15, 142 (1972). Н. А. Корхмазян, С. С. Элбакян. ДАН, 203, 791 (1972).

4. Д. Ф. Алферов, Ю. А. Башмаков, Е. Г. Бессонов. Препринт ФИАН, № 23 (1972).
5. Дж. Джексон. Классическая электродинамика, изд. "МИР", М., 1965 г.
6. В. И. Смирнов. Курс высшей математики, т. III, ч.2, ГИФМЛ, М., 1958 г.