Краткие сообщения по физике № 10 октябрь 1972

ВЗАИМНАЯ ДЕФОКУСИРОВКА РАДИОВОЛН В ИОНОСФЕРЕ

А. В. Гуревич, А. Б. Шварцбург

При распространении сильной радиоволны E_1 в дефокусирующей среде плотность электронов в среде нарастает под воздействием поля волны. Это приводит к дефокусировке пучка. Если в возмущенной области распространяется слабая радиоволна E_2 $(E_2^2 \ll E_1^2)$, то в результате преломления на созданной волной E_1 неоднородности расходимость слабой волны E_2 также увеличится. Это явление естественно назвать взаимной дефокусировкой пучков. Рассмотрим его на примере параболических осесимметричных пучков. Пусть два пучка радиоволн частоты ω_1 и ω_2 распространяются в одном направлении (z) в дефокусирующей среде. Примем, что волна E_2 – слабая, так что ее влиянием на плазму можно пренебречь. Распределение интенсивностей J_1 и J_2 и направлений лучей u_1 и u_2 в пучках описывается в приближении нелинейной геометрической оптики уравнениями /I/

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial u_1}{\partial z} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial \rho} + \beta_1 \frac{\partial J_1}{\partial \rho} = 0, \qquad \frac{\partial J_1}{\partial z} + \frac{\partial (J_1 u_1)}{\partial \rho} + \frac{J_1 u_1}{\rho} = 0,\\
&\frac{\partial u_2}{\partial z} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial \rho} + \beta_2 \frac{\partial J_1}{\partial \rho} = 0, \qquad \frac{\partial J_2}{\partial z} + \frac{\partial (J_2 u_2)}{\partial \rho} + \frac{J_2 u_2}{\rho} = 0.
\end{aligned}
\tag{I}
$$

Здесь $u_1 = k_{1\perp}/|k_1|$; $u_2 = k_{2\perp}/|k_2|$; $J_{1,2} = [2 - \varepsilon(\omega_{1,2})]E_{1,2}^2/16\pi$; $\beta_2 = (\omega_1^2/\omega_2^2)|\beta_1|$. Параметр β_1 описывает нелинейные свойства среды. В первом приближении слой ионосферы от 100 до 200 км днем (и до 190 км ночью) при $\omega^4 \gg \omega_0^4$ $(\omega_0^2 = 4\pi e^2 N/m)$ можно рассматривать как однородную дефокусирующую среду. При этом /2/ $\beta = 8\pi\omega_0^2\gamma_1\omega_1^{-2}(1 - \omega_0^4/\omega_1^4)^{-1}E_p^{-2}$, где $E_p = \sqrt{3T_e\delta m(\omega^2 + \nu_e^2)e^{-2}}$ – характерное "плазменное поле", γ_1 – параметр, характеризующий изменение концентрации электронов в ионосфере ($\gamma_1 \sim 1$), δ – доля энергии, переданная при столкновении. Примем, что оба пучка на границе плазмы имеют параболическое распределение интенсивности. Внутри плазмы они также сохраняют параболическое распределение интенсивности. При этом слабая волна J_2 не влияет на мощную волну J_1, так что распределение интенсивности J_1 в среде определяется как результат самофокусировки J_1 /2/, /3/

$$J_1 = \frac{J_{10}}{f_1^2}\left(1 - \frac{r^2}{a_1^2 f_1^2}\right), \qquad f_1^2 = \left(1 + \frac{z}{R_1}\right)^2 + 2\beta_1 J_{10}\frac{z^2}{a_1^2},$$

$$J_{10} = J_1\Big|_{\substack{z=0\\ r=0}}. \tag{2}$$

Здесь $R_{1,2}^{-1}$ – кривизна волнового фронта волн J_1 и J_2 при $z = 0$. Распределение J_2 и u_2 имеет вид[ж)]

$$u_2 = \frac{r}{f_2}\frac{\partial f_2}{\partial z}, \qquad J_2 = \begin{cases} \dfrac{J_{20}}{f_2^2}\left(1 - \dfrac{r^2}{a_2^2 f_2^2}\right), & r \leq a_2 f_2 \\ 0, & r > a_2 f_2. \end{cases} \tag{3}$$

Подставляя (3) в (I), получим уравнение для ширины пучка

$$\frac{d^2 f_2}{dt^2} = \frac{K^2 f_2}{\left[(1 + \alpha_1 t)^2 + t^2\right]^2}, \qquad t = \frac{z}{a_1}\sqrt{2\beta_1 J_{10}},$$

$$K^2 = \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2}, \qquad \alpha_1 = \frac{a_1}{R_1\sqrt{2|\beta_1| J_{10}}}. \tag{4}$$

Граничные условия к (4) имеют вид

$$f_2\Big|_{t=0} = 1; \qquad \frac{df_2}{dt}\Big|_{t=0} = \frac{a_2}{R_2\sqrt{2|\beta_1| J_{10}}} = \alpha_2. \tag{5}$$

ж) Здесь предполагается, что $z < z_0$, где z_0 определяется из уравнения $a_1 f_1(z_0) = a_2 f_2(z_0)$.

При замене переменной

$$t = (1 + \alpha_1^2)^{-1}\left\{-\alpha_1 + \mathrm{tg}\left[\arcsin(1 - 2u)\right]\right\}$$

уравнение (4) преобразуется к виду

$$\frac{d^2 f_2}{du^2} + \frac{3u - 3/2}{u(u - 1)}\frac{df}{du} + \frac{K^2 f}{u(u - 1)} = 0. \tag{6}$$

Граничные условия к (6) задаются при $u = u_o = (1 - \alpha_1/\sqrt{1 + \alpha_1^2})/2$ и имеют вид

$$\begin{aligned} f_2\Big|_{u=u_o} &= 1, \\ \frac{df_2}{du}\Big|_{u=u_o} &= -2\sqrt{1 + \alpha_1^2}\,\frac{df_2}{dt}\Big|_{t=0} = -2\sqrt{1 + \alpha_1^2}\,\alpha_2. \end{aligned} \tag{7}$$

Рассмотрим отдельно случаи $K^2 \geqslant 1$ и $K^2 \leqslant 1$. При $K^2 \geqslant 1$ линейно независимые решения (6) имеют вид

$$F_1 = \frac{\mathrm{sh}\left[2\sqrt{K^2 - 1}\arcsin\sqrt{u}\right]}{\sqrt{u - u^2}}; \qquad F_2 = \frac{\mathrm{ch}\left[2\sqrt{K^2 - 1}\arcsin\sqrt{u}\right]}{\sqrt{u - u^2}}.$$

Тогда общее решение (6) запишется в виде

$$f_2 = C_1 F_1 + C_2 F_2, \tag{8}$$

где константы C_1 и C_2 определяются из граничных условий. Подставляя (8) в (7), получим

$$C_1 = \left[-2\alpha_2\sqrt{1 + \alpha_1^2}(u_o - u_o^2) + \frac{1 - 2u_o}{2}\right]\frac{\mathrm{ch}\left[2\sqrt{K^2 - 1}\arcsin\sqrt{u_o}\right]}{\sqrt{K^2 - 1}} - $$

$$- \sqrt{u_o - u_o^2}\,\mathrm{sh}\left[2\sqrt{K^2 - 1}\arcsin\sqrt{u_o}\right],$$

$$C_2 = \left[2\alpha_2\sqrt{1 + \alpha_1^2}(u_o - u_o^2) - \frac{1 - 2u_o}{2}\right]\frac{\mathrm{sh}\left[2\sqrt{K^2 - 1}\arcsin\sqrt{u_o}\right]}{\sqrt{K^2 - 1}} + $$

$$+ \sqrt{u_o - u_o^2}\,\mathrm{ch}\left[2\sqrt{K^2 - 1}\arcsin\sqrt{u_o}\right]. \tag{9}$$

В случае $K^2 \leqslant 1$ решение получается аналогичным образом. Общее решение представляется в виде

$$f_2 = (u - u^2)^{-1}\left\{A\sin\left[2\sqrt{1 - K^2}\arcsin\sqrt{u}\right] + \right.$$

$$\left. + B\cos\left[2\sqrt{1 - K^2}\arcsin\sqrt{u}\right]\right\}, \qquad (10)$$

где

$$A = \left[-2\alpha_2\sqrt{1 + \alpha_1^2}(u_0 - u_0^2) + \frac{1 - 2u_0}{2}\right]\frac{\cos\left[2\sqrt{1 - K^2}\arcsin\sqrt{u_0}\right]}{\sqrt{1 - K^2}} +$$

$$+ \sqrt{u_0 - u_0^2}\sin\left[2\sqrt{1 - K^2}\arcsin\sqrt{u_0}\right],$$

$$B = \left[2\alpha_2\sqrt{1 + \alpha_1^2}(u_0 - u_0^2) - \frac{1 - 2u_0}{2}\right]\frac{\sin\left[2\sqrt{1 - K^2}\arcsin\sqrt{u_0}\right]}{\sqrt{1 - K^2}} +$$

$$+ \sqrt{u_0 - u_0^2}\cos\left[2\sqrt{1 - K^2}\arcsin\sqrt{u_0}\right].$$

Из (8) и (10) видно, что f_2 растет с убыванием u, т.е. с ростом t. Иначе говоря, пучок J_2 дефокусируется при взаимодействии с волной J_1. Дефокусировка существенно зависит от отношения частот ω_1^2/ω_2^2, т.е. от K^2. При $K^2 \geqslant 1$

$$\lim f_2\Big|_{t\to\infty} = \lim f_2\Big|_{u\to 0} = 2\alpha_2 s,$$

при $K^2 \leqslant 1$

$$\lim f_2\Big|_{t\to\infty} = 2Bs.$$

В обоих случаях пучок J_2 становится расходящимся. При низкой частоте слабой волны взаимная дефокусировка весьма сильна. Так, в случае, когда волны J_1 и J_2 являются плоскими, при $K^2 \geqslant 1$ $\lim f_2\Big|_{t\to\infty} = \operatorname{ch}\left[\sqrt{K^2 - 1}\,\frac{\pi}{2}\right]t$. В этом же случае при $K^2 \leqslant 1$ $\lim f_2\Big|_{t\to\infty} = \cos\left[\sqrt{1 - K^2}\pi/2\right]t$. Видно, что дефокусировка идет сильнее при $K^2 > 1$.

Поступила в редакцию
3 февраля 1972 г.

Литература

I. А. В. Гуревич, А. Б. Шварцбург. ЖЭТФ, 58, 2012 (1970).
2. А. В. Гуревич, А. Б. Шварцбург. "Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере". М., "Наука" (в печати).
3. В. И. Таланов. Письма в ЖЭТФ, 2, 218 (1965).