Краткие сообщения по физике № 10 октябрь 1972

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ АЛЬФВЕНОВСКИХ ВОЛН

В. В. Пустовалов, А. Б. Романов

Предсказания теории параметрического резонанса /I-4/ относительно условий возникновения и проявления параметрически неустойчивых колебаний плазмы подтверждаются экспериментом /5-8/ по возбуждению плазмы мощным излучением. Ряд экспериментальных работ /8-I3/ посвящен изучению параметрического резонанса в магнитоактивной плазме. В данном сообщении рассматривается параметрическое возбуждение альфвеновских волн (АВ), обязанных своим существованием внешнему постоянному и однородному магнитному полю. Учитывается (см. /I4/) конечность длины волны $\vec{k}_0 \neq 0$ поперечного ($\vec{k}_0\vec{E}_0 = 0$) поля накачки

$$\vec{E}_0(\vec{r},t) = \vec{E}_0\cos(\omega_0 t - \vec{k}_0\vec{r}) \qquad (I)$$

с частотой $\omega_0 = ck_0$ и волновым вектором $\vec{k}_0$. Найдены инкремент, пороговое и критическое поля параметрической раскачки АВ, выявлена оптимальная для раскачки геометрия векторов $\vec{k}$, $\vec{k}_0$, $\vec{E}_0$, $\vec{B}_0 = \vec{h}B_0$.

В работе /I5/ найдена диэлектрическая проницаемость $\tilde{\varepsilon}_{ij}(\omega,\vec{k})$ магнитоактивной плазмы в поле накачки (I), использованная в дальнейшем для изучения параметрического возбуждения потенциальных колебаний /I6, I7/ и быстрых магнитозвуковых волн /I8/. Как и ранее /I6-I8/, дисперсионное уравнение для АВ с частотой ω и волновым вектором $\vec{k}$ можно получить в виде свертки уравнений поля

$$\left[\tilde{\varepsilon}_{ij}(\omega,\vec{k}) - \frac{c^2k^2}{\omega^2}(\delta_{ij} - \varkappa_i\varkappa_j)\right](E_jE_i)_{\omega,\vec{k}} = 0, \qquad (2)$$

в которой $\vec{\varkappa} = \vec{k}/k$ - единичный вектор вдоль распространения АВ, c - скорость света в вакууме, а $(E_jE_i)_{\omega,\vec{k}}$ - спектральная функция поля АВ, которую в интересующем нас случае холодной магнитоактивной плазмы можно представить в виде

$$(E_jE_i)_{\omega,\vec{k}} = \frac{W(\vec{k})}{4\pi^2}\frac{v_A^2}{c^2}\left(1+\frac{v_A^2}{c^2}\right)^{-1}\left[\sin^4\theta + 4\frac{c^2k^2}{\omega_{Li}^2}\left(1+\frac{v_A^2}{c^2}\right)^{-3}\cos^4\theta\right]^{-1/2}\times$$

$$\times\,\delta\left(\omega - kv_A\cos\theta\left(1+\frac{v_A^2}{c^2}\right)^{-1/2}\right)\Bigg\{-[\vec{\varkappa}\vec{h}]_i[\vec{\varkappa}\vec{h}]_j + \left[\frac{\sin^2\theta}{2}+\frac{1}{2}\left(\sin^4\theta+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\,4\frac{c^2k^2}{\omega_{Li}^2}\left(1+\frac{v_A^2}{c^2}\right)^{-3}\cos^4\theta\right)^{1/2}\right](\delta_{ij}-h_ih_j) - \frac{c^2k^2}{\omega_{Le}^2}\cos^2\theta\times$$

$$\times\left[\frac{\sin^2\theta}{2}+\frac{1}{2}\left(\sin^4\theta+4\frac{c^2k^2}{\omega_{Li}^2}\left(1+\frac{v_A^2}{c^2}\right)^{-3}\cos^4\theta\right)^{1/2}\right]\times$$

$$\times(h_ih_j - \varkappa_i\varkappa_j\cos^{-2}\theta) + i\frac{ck}{\omega_{Li}}|\cos\theta|^3\left(1+\frac{v_A^2}{c^2}\right)^{-3/2}e_{ikj}h_k -$$

$$-\frac{c^4k^4}{\omega_{Li}^2\omega_{Le}^2}\cos^6\theta\left(1+\frac{v_A^2}{c^2}\right)^{-3}h_ih_j + i\frac{c^3k^3}{\omega_{Le}^2\omega_{Li}}|\cos\theta|^3\left(1+\frac{v_A^2}{c^2}\right)^{-3/2}\times$$

$$\times(\varkappa_i[\vec{\varkappa}\vec{h}]_j - \varkappa_j[\vec{\varkappa}\vec{h}]_i)\Bigg\}. \qquad (3)$$

Здесь $W(\vec{k})$ – спектральная плотность энергии АВ, ω_{Li} и ω_{Le} – ионная и электронная ленгмюровские частоты, v_A – альфвеновская скорость, θ – угол между $\vec{\varkappa}$ и $\vec{h}$.

Будем искать решение уравнения (2) в случае слабой связи АВ с накачкой (I), когда напряженность электрического поля волны накачки такова, что инкремент γ параметрического нарастания АВ меньше их частоты ($\gamma \ll \omega$). В этом приближении параметрическая неустойчивость носит характер распада внешней поперечной электромагнитной волны (I) на АВ и другую поперечную волну с частотой $\omega \pm \omega_0$ и волновым вектором $\vec{k} \pm \vec{k}_0$, которые связаны резонансным условием

$$c^2k^2 = \pm 2c^2(\vec{k}\vec{k}_0) \mp 2\omega_0\omega. \qquad (4)$$

По своему физическому смыслу такой распад весьма близок к вынужденному рассеянию Мандельштама-Бриллюэна с той (существенной) разницей, что роль звуковых возмущений среды здесь играет АВ с вихревым, вообще говоря, полем, существующая лишь в магнитоактивной плазме. Два первых, старших слагаемых в правой части (3) описывают преимущественную поляризацию АВ вдоль вектора $\vec{h}[\vec{z}\vec{h}] = \vec{z} - \vec{h}\cos\theta$ и, согласно уравнению (2), определяют спектр АВ

$$\omega = kv_A|\cos\theta|\left(1 + \frac{v_A^2}{c^2}\right)^{-1/2}, \tag{5}$$

возникающий из (2) при условии $\mathbf{v}(\vec{k}) \neq 0$ и в пренебрежении вкладом поля накачки в $\tilde{\varepsilon}_{ij}(\omega,\vec{k})$ (слабая связь). Соответственно, уравнение для инкремента параметрической раскачки АВ можно представить равенством $(\vec{v}_E = e\vec{E}_0/m\omega_0)$

$$\left\{\gamma + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{v_A^2}{c^2}\right)\left[\nu_i + \nu_e(\omega_{Li}/\omega_{Le})^2\right]\right\}\left\{\gamma + \nu_e(\omega_{Le}^2/2\omega_0^2)\right\} =$$

$$= \frac{1}{16}(\omega_{Li}^3/c^2\Omega_i)\left[\vec{v}_E^2 - (\vec{k}\vec{v}_E)^2/k_0^2\right]\left(1 + \frac{v_A^2}{c^2}\right)^{-1/2} \times$$

$$\times\left\{1 - \left[\sin^2\theta + 2(c^2k^2/\omega_{Li}^2)\left(1 + \frac{v_A^2}{c^2}\right)^{-1}(2 + \sin^2\theta)\right]\times\right.$$

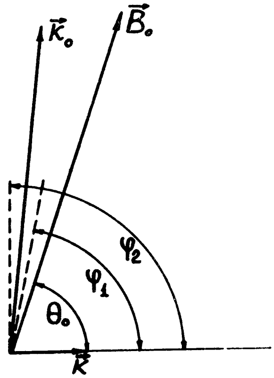
$$\times\left[\sin^4\theta + 4(c^2k^2/\omega_{Li}^2)\left(1 + \frac{v_A^2}{c^2}\right)^{-3}\cos^4\theta\right]^{-1/2}|\cos\theta\cos\varphi|\sin^2\theta. \tag{6}$$

Здесь Ω_i - ионная гироскопическая частота, e - заряд, m - масса электрона. Диссипация АВ определяется частотами столкновений электронов ν_e и ионов ν_i с нейтральными частицами. Подчеркнем, что уравнение (6) возникает из (2) с учетом поляризационных поправок в спектральной функции поля АВ, так как вклад в (6) двух первых, старших слагаемых в фигурной скобке (3) аномально мал.

Правая часть уравнения (6) зависит от угла φ между волновыми векторами $\vec{k}$, $\vec{k}_0$, величина которого близка к $\pi/2$ из-за ограничений на частоты $\omega \ll \Omega_i$, $2\omega\omega_0 \ll 2c^2|\vec{k}\vec{k}_0|$:

$$(v_A/c) < |\pi/2 - \varphi| < (\omega_{Li}/2\omega_0). \qquad (7)$$

В связи с этим, согласно (6), максимальное значение инкремента раскачки АВ достигается при следующем расположении волновых векторов и полей (см. рис. I): вектор напряженности электрического



Р и с. I. Взаимное расположение векторов $\vec{k}$, $\vec{k}_0$, $\vec{B}_0$, при котором инкремент раскачки альфвеновских волн максимален (приближение слабой связи). Вектор $\vec{E}_0$ поля накачки перпендикулярен плоскости чертежа, в которой лежат $\vec{k}$, $\vec{k}_0$, $\vec{B}_0$. Пунктиром ограничен сектор допустимых (см. (7)) направлений распространения ($\varphi \cong \pi/2$) волны накачки $\varphi_1 = \pi/2 - (\omega_{Li}/2\omega_0)$; $\varphi_2 = \pi/2 - (v_A/c)$; угол θ_0 между $\vec{k}$ и $\vec{B}_0$ равен 70^0.

поля накачки $\vec{E}_0$ перпендикулярен плоскости $\vec{k}$, $\vec{k}_0$, $\vec{B}_0$, причем $\vec{E}_0$ почти перпендикулярен $\vec{k}$, а угол θ_0 между $\vec{k}$ и $\vec{B}_0$

$$\theta_0 = \arccos\left[(9 - \sqrt{57}/12)^{1/2}\right]$$

равен примерно 70^0. Выявление такой оптимальной геометрии оказывается возможным благодаря учету конечной длины волны накачки и представляется нам характерным отличием развиваемой теории /I5–I8/ от теории параметрического возбуждения магнитоактивной плазмы однородным высокочастотным полем /I9/.

Неустойчивость АВ возникает при превышении полем накачки порогового значения ($E_{пор} \propto B_0^{1/2}$)

$$E^2_{пор} \cong 62{,}8 N_e m c v_A\left[\nu_i + \nu_e(\omega_{Li}/\omega_{Le})^2\right](\nu_e/\omega_0^2)|\cos\varphi|^{-3}. \qquad (8)$$

Вблизи над порогом $(E_0 \gtrsim E_{пор})$ инкремент имеет вид

$$\gamma \cong 0{,}1\left(\vec{v}_E^2 - \vec{v}^2_{E_{пор}}\right)(\omega_0^2/cv_A)\left[\nu_i + \nu_e(\omega_{Li}/\omega_{Le})^2\right]^{-1}|\cos\varphi|^3. \qquad (9)$$

Вдали над порогом $(E_0 \gg E_{пор})$ из (6) получаем

$$\gamma \simeq 0{,}2\omega_0 (v_E^2/cv_A)^{1/2}|\cos\varphi|^{3/2}. \qquad (10)$$

При этом инкремент (10) меньше частоты АВ, если поле E_0 ниже критического

$$E_{кр}^2 \simeq 1{,}1\cdot 10^3 N_e mcv_A (v_A/c)^2 |\cos\varphi|^{-5}. \qquad (11)$$

Отметим, что вдали над порогом $E_0 \gg E_{пор}$ инкремент раскачки АВ в $0{,}8|\cos\varphi|(\omega_0/\omega_{Li})$ раз меньше, чем инкремент (10) из /18/ для быстрых магнитозвуковых волн (БМВ); отношение порогового поля $E_{пор}$ для параметрической раскачки АВ к пороговому полю (6) из /18/ составляет $0{,}63|\cos\varphi|^{-1}(\omega_{Li}/\omega_0)$. В соответствии с неравенствами (7) поля (8), (11) и инкремент (10) ограничены условиями

$$62{,}8 N_e mc^4 \left[\nu_i + \nu_e(\omega_{Li}/\omega_{Le})^2\right](\nu_e/\omega_0^2 v_A^2) > E_{пор} > 4\cdot 10^2 N_e mcv_A \times$$

$$\times \left[\nu_i + \nu_e(\omega_{Li}/\omega_{Le})^2\right](\nu_e \omega_0/\omega_{Li}^3),$$

$$1{,}1\cdot 10^3 N_e mcv_A (c/v_A)^3 > E_{кр}^2 > 3{,}5\cdot 10^4 N_e mcv_A (v_A^2\omega_0^5/c^2\omega_{Li}^5),$$

$$0{,}1\omega_{Li}(\omega_{Li} v_E^2/\omega_0 cv_A)^{1/2} > \gamma > 0{,}2\omega_0 |v_E| v_A c^{-2}.$$

В отличие от параметрического возбуждения БМВ /18/, когда максимум инкремента достигался при $[\vec k_0 \vec B_0] \simeq 0$ и $(\vec k \vec B_0) = 0$, раскачка АВ оптимальна при угле $\theta_0 \simeq 70°$ между $\vec k$ и $\vec B_0$. В обоих случаях раскачка АВ и БМВ возможна лишь при почти ортогональных волновых векторах $\vec k$ и $\vec k_0$ $(kk_0 \simeq 0)$.

В водородной плазме с параметрами $(v_A/c) \sim 10^{-5}$, (что выполнено, например, в плазме с плотностью электронов $N_e = 10^6$ см$^{-3}$ и магнитным полем $B_0 = 1{,}5\cdot 10^{-6} N_e^{1/2} = 1{,}5\cdot 10^{-3}$ гаусс) $\cos\varphi \sim 10^{-4}$, $\omega_{Le} \simeq 0{,}1\omega_0$, $\nu_e = 10^7$ сек$^{-1}$, $\nu_i = 10^3$ сек$^{-1}$ пороговая напряженность (8) составляет $E_{пор} \simeq 0{,}03$ в/м.

Благодарим В. П. Силина за руководство и поддержку в работе.

Поступила в редакцию
6 июля 1972 г.

Литература

1. Ю. М. Алиев, В. П. Силин. ЖЭТФ, 48, 901 (1965).
2. В. П. Силин. ЖЭТФ, 48, 1679 (1965).
3. В. П. Силин. ЖЭТФ, 57, 183 (1969).
4. В. П. Силин. УФН, 104, 677 (1971).
5. И. Р. Геккер, О. В. Сизухин. Письма в ЖЭТФ, 9, 408 (1969).
6. К. Ф. Сергейчев, В. Е. Трофимов. Письма в ЖЭТФ, 13, 236 (1971).
7. H. Dreicer, D. B. Henderson, J. C. Ingraham. Phys. Rev. Letts., 26, 1616 (1971).
8. Г. М. Батанов, К. А. Саркосян. Письма в ЖЭТФ, 13, 539 (1971).
9. W. F. Utlaut. J. Geophys. Res., Space Physics, 75, 6402 (1970).
10. Г. М. Батанов, Л. М. Горбунов, К. А. Саркосян. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 8, 60 (1971).
11. Р. А. Демирханов, Г. Л. Хорасанов, И. К. Сидорова. Письма в ЖЭТФ, 6, 816 (1967).
12. Р. А. Демирханов, Г. Л. Хорасанов, И. К. Сидорова. ЖЭТФ, 59, 1873 (1970).
13. H. P. Eubank. Phys. Fluids, 14, 2551 (1971).
14. Л. М. Горбунов. ЖЭТФ, 55, 2298 (1968).
15. В. В. Пустовалов, А. Б. Романов. Препринт ФИАН, № 16 (1972).
16. В. В. Пустовалов, А. Б. Романов. ЖЭТФ, 62, 253 (1972).
17. В. В. Пустовалов, А. Б. Романов. ЖТФ, 42, 1648 (1972).
18. В. В. Пустовалов, А. Б. Романов. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 4, 46 (1972).
19. Н. Е. Андреев. ЖТФ, 42, 233 (1972).