Краткие сообщения по физике № 10 октябрь 1972

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ СВЕРХСВЕТОВЫХ ИСТОЧНИКОВ В ВОЛНОВОДЕ

С. В. Афанасьев, Б. М. Болотовский

Недавно В. Л. Гинзбург /I/ рассмотрел вопрос о возможности создания источников, движущихся со скоростями, превышающими скорость света в вакууме. Ранее этот вопрос рассматривался И. М. Франком /2/ в несколько иной связи (см. также /3/).

Ниже мы рассмотрим простую модель сверхсветового источника в волноводе. Как известно, фазовая скорость волн в волноводе превышает скорость света c. Поэтому считалось, что излучение Вавилова-Черенкова в пустом волноводе невозможно. Выбранная нами модель сверхсветового источника позволяет получить не только сверхсветовое излучение Вавилова-Черенкова, но и рассмотреть сверхсветовой эффект Допплера. Отметим здесь, что несколько лет назад на возможность сверхсветового излучения Вавилова-Черенкова в волноводе указал Л. Г. Ломизе (см. также /4/).

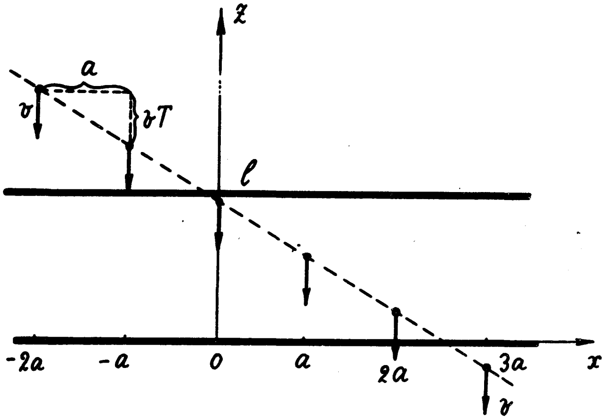
Рассмотрим плоский волновод, образованный двумя идеально проводящими плоскостями $z = 0$ и $z = l$ (см. рис. I). Пусть этот волновод пересекается заряженными линейными источниками, параллельными оси y. Скорость источников параллельна оси z и равна v. Заряд на единицу длины каждого источника обозначим через q. Пусть эти источники (нити) пересекают пластины волновода в точках $x_k = ka$, где k – целое число любого знака или нуль. При этом время пересечения пластины каждым последующим источником сдвинуто относительно времени пересечения предыдущим источником на величину T. Задача состоит в том, чтобы определить поле в волноводе, образованное такими источниками.

Плотность тока $\vec{j}$ определяется выражением

$$j_z = qv \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(x - ka)\delta[z - v(t - kT)]. \qquad (I)$$

Представим j_z в виде

$$j_z(x,z,t) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \cos\frac{n\pi}{l} z \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} dk_x j_{k_x,\omega,n} e^{ik_x x - i\omega t}, \qquad (2)$$



Р и с. I. Взаимное расположение источников и волновода

где $\alpha_n = 1/2$ при $n = 0$ и I при $n \neq 0$. Для Фурье-компоненты плотности $j_{k_x,\omega,n}$ получаем:

$$j_{k_x,\omega,n} = \frac{qv}{4\pi l}\cdot\frac{\omega\left[(-1)^n \exp(i\omega l/v) - 1\right]}{\omega^2 - \left(\frac{n\pi v}{l}\right)^2}\sum_s \delta(k_x a - \omega T + 2\pi s). \qquad (3)$$

Из формулы (3) видно, что спектральная составляющая плотности тока отлична от нуля лишь при условии

$$k_x a - \omega T + 2\pi s = 0, \qquad (4)$$

где s – любое целое число. В силу линейности уравнений Максвелла спектральная составляющая поля в волноводе также будет отлична от нуля только при выполнении этого условия.

Выясним физический смысл условия (4). Для этого учтем, что

$$k_x = \frac{\omega}{c}\cos\theta, \qquad (5)$$

где θ – угол, который составляет волновой вектор излученной волны с осью волновода. С помощью (5) и (4) получаем

$$\omega = \frac{2\pi a}{T}\,\frac{1}{1-\frac{a}{cT}\cos\theta}. \tag{6}$$

Если $s \neq 0$, то формула (6) описывает доплеровское изменение частоты $2\pi a/T$, излучаемой источником, скорость которого равна

$$u = a/T. \tag{7}$$

Поскольку величины a и T в рассматриваемой задаче могут меняться произвольно, то скорость "источника" u может превосходить скорость света в вакууме, и тогда формула (6) описывает эффект Доплера при сверхсветовой скорости источника.

Если $s = 0$, то частота излучения ω отлична от нуля лишь при выполнении условия

$$\cos\theta = c/u \tag{8}$$

Это хорошо известное условие излучения Вавилова-Черенкова, которое выполняется при $u > c$.

Ниже мы рассмотрим только ту часть поля излучения, которая создается источником (3) при $s = 0$, т.е. черенковское излучение.

Поле в рассматриваемой задаче описывается вектором Герца $\Pi = \Pi_z$, фурье-компонента которого имеет вид

$$\Pi_\omega = \frac{4qv}{lab^2}\sum_n \alpha_n \cos\frac{n\pi}{l}z\,\frac{\left[(-1)^n\exp(i\omega l/v)-1\right]}{\omega^2-\left|\frac{n\pi v}{l}\right|^2}\,\frac{\exp\left[i\omega(x/u-t)\right]}{\omega^2-\left|\frac{n\pi}{bl}\right|^2}, \tag{9}$$

где $b^2 = (1/u^2)(\beta_x^2-1)$, $\beta_x = u/c > 1$. Поля $\vec{E}$ и $\vec{H}$ выражаются через вектор Герца

$$\vec{E} = \operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{\Pi} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{\Pi}}{\partial t^2}, \quad \vec{H} = \operatorname{rot}\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{\Pi}}{\partial t}. \tag{10}$$

Потери энергии на излучение определим как $\int\vec{j}\vec{E}dv$, т.е. как работу поля излучения над источником. Вычисление дает

$$\int\vec{j}\vec{E}dV = \frac{16q^2v^2l}{\pi a^2u\left[1-\frac{v^2}{u^2}(\beta_x^2-1)\right]}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha_n}{n^2}\begin{Bmatrix}\sin^2(n\pi/2bv)\\ \cos^2(n\pi/2bv)\end{Bmatrix}. \tag{11}$$

В сумме по n при четных n следует брать верхнее выражение в фигурных скобках, а при нечетных n – нижнее.

Слагаемое с номером n дает потерю энергии на излучение n-й гармоники. Частота n-й гармоники

$$\omega_n = \frac{n\pi}{l}\frac{u}{\sqrt{u^2/c^2 - 1}}. \qquad (12)$$

Отметим в заключение, что каждая заряженная нить, пересекая волновод, дает переходное излучение, а интерференция излучения от многих нитей дает черенковское излучение и эффект Допплера.

Поступила в редакцию
13 июля 1972 г.

Литература

1. В. Л. Гинзбург. ЖЭТФ, 62, 173 (1972).
2. И. М. Франк. Изв. АН СССР, 2, 3 (1942).
3. Б. М. Болотовский и В. Л. Гинзбург. УФН, 106, 577 (1972).
4. Л. А. Ривлин. Труды научно-исследовательского института. Вып. 4 (33), стр. 3, 1956 г. Министерство радиотехнической промышленности СССР.