

ОБ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ СПЕКТРЕ КОСМИЧЕСКИХ МЮОНОВ  
НА УРОВНЕ МОРЯ

Д. А. Трубкин, В. М. Федоров

При анализе экспериментальных данных различных последовательских групп, занимающихся спектрометрическими измерениями мюонных потоков космических лучей, обращает на себя внимание отсутствие единообразия в методах обработки результатов наблюдений. К тому же часто применяются приближенные, "полуэмпирические" аналитические выражения для аппроксимации спектра мюонов под небольшими зенитными углами не применены для обработки имеющихся экспериментальных данных по измерению мюонных потоков, идущих в горизонтальном или близком к нему направлениях. В то же время имеются достаточно корректные теоретические исследования /1,2/, результаты которых не противоречат друг другу, применимы для всей области углов верхней полусферы и, будучи применены к известным экспериментальным данным /3-6/, не намного усложняют процедуру их обчета.

Известно, далее, что основным источником мюонов (по крайней мере, до энергий  $\sim 1000$  Гэв) является распад  $\pi$ - $\mu$  с возможной примесью распада  $K$ - $\mu$ . Заметное влияние  $X$ -процесса, указания на возможное существование которого появились в последнее время, сказывается лишь при больших энергиях /7/ - см. рис. 1а, б. Проведенные к настоящему времени спектрометрические измерения мюонных потоков на уровне моря находятся именно в этой области энергий, т.е. в области  $10 + 1000$  Гэв, которая к тому же в большинстве случаев оказывается наиболее чувствительной к различию  $\pi$ - и  $K$ -мезонных механизмов их генерации. Как видно из приводимых рисунков, наличие примеси  $K$ -мезонного механизма должно приводить к характерному перегибу в дифференциальном мюонном спектре в указанных координатах, не зависящему от выбора

нормировки аналитического выражения. Вне этой области определить тип механизма генерации практически невозможно, поскольку оба из указанных механизмов приводят к спектрам одинакового вида, и различие между ними сводится к вопросу о правильном выборе нормировочного коэффициента.

Согласно вычислениям /1/, дифференциальный энергетический спектр космических мюонов на уровне моря, допуская только  $\lambda$ - и  $K$ -мезонные механизмы их генерации, может быть представлен в виде

$$\frac{dI}{dE} = \mu R \epsilon^{-\gamma} \left\{ A_{\lambda}(\gamma) S_{\lambda}(\gamma, \theta, E) + k_0,64 A_K(\gamma) S_K(\gamma, \theta, E) \right\} = \\ = \mu R \epsilon^{-\gamma} \left\{ A_{\eta} S_{\eta} \right\},$$

где  $\mu$  - нормировочный коэффициент,  $R = \exp(-\mu c L_{\text{эф}}(\theta)/\tau_{\mu} \epsilon + bt) = \approx \exp(-0,1606 L_{\text{эф}}/\epsilon + bt)$ ,  $L_{\text{эф}}$  - геометрический путь, пройденный мюоном от эффективной высоты зарождения до уровня моря и меняющийся от 17,6 км до 645 км при изменении зенитного угла  $\theta$  от  $0^{\circ}$  до  $90^{\circ}$ ,  $\epsilon = E + at$ , где  $E$  - энергия мюона на уровне моря в Гэв,  $a = 3,0 \cdot 10^{-3}$  Гэв  $\text{г}^{-1} \text{см}^2$  - средняя скорость ионизационных потерь, принимаемая постоянной вдоль всего пути мюона,  $t$  - толщина атмосферы, варьирующая от 1030 до 36400  $\text{г} \text{см}^{-2}$  при изменении  $\theta$  в пределах  $0^{\circ} + 90^{\circ}$ ;  $b = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{г}^{-1} \text{см}^2$  - средняя суммарная скорость неионизационных потерь;  $k$  - коэффициент, определяющий долю мюонов, генерированных в результате  $K_{\mu 2}$ -распада,

$$A_{\eta} = \left[ 1 - (\mu/m_{\eta})^{2\gamma} \right] / \gamma (1 - \mu^2/m_{\eta}^2).$$

Принимая, вслед за Волковой,  $\lambda = 120 \text{г} \text{см}^{-2}$  (пробег до поглощения нуклонов в атмосфере) и  $\lambda_{0\eta}$  (величины ядерных пробегов  $\lambda$ - и  $K$ -мезонов) равными соответственно 120 и 150  $\text{г} \text{см}^{-2}$ , имеем

$$S_{\lambda}(\gamma, \theta, E) = \left[ 1 + b_{\lambda}(\gamma) \epsilon/E_{\lambda}(\theta) \right]^{-1},$$

$$S_K(\gamma, \theta, E) = \sum_{i=1}^4 (-0,25)^{i-1} \left[ 1 + 1b_K(\gamma) \epsilon/E_K(\theta) \right]^{-1},$$

где

$$b_{\eta}(\gamma) = \frac{\gamma + 1}{\gamma} \frac{1 - (\mu/m_{\eta})^{2\gamma}}{1 - (\mu/m_{\eta})^2(\gamma + 1)},$$

$E_{\pi}(\theta)$  и  $E_K(\theta)$  - критические энергии для  $\pi$ - и  $K$ -мезонов, меняющиеся соответственно в пределах  $I2I + II90$  и  $897 + 8760$  Гэв при изменении  $\theta$  от  $0^\circ$  до  $90^\circ$ .

Используя это выражение и применяя метод наименьших квадратов [8], нетрудно получить следующие зависимости для определения параметров  $N$ ,  $\chi$  и  $k$ :

$$\chi = \Delta^{-1} \begin{vmatrix} \{ [w_1 \ln I_1] - [w_1 \ln P_1] - [w_1 \ln(A_7 S_{\eta 1})] \} & [w_1] \\ \{ [w_1 \ln \epsilon_1 \ln I_1] - [w_1 \ln \epsilon_1 \ln P_1] - [w_1 \ln \epsilon_1 \ln(A_7 S_{\eta 1})] \} & [w_1 \ln \epsilon_1] \end{vmatrix},$$

$$\ln N = \Delta^{-1} \begin{vmatrix} \{ [w_1 \ln I_1] - [w_1 \ln P_1] - [w_1 \ln(A_7 S_{\eta 1})] \} & [w_1 \ln \epsilon_1] \\ \{ [w_1 \ln I_1 \ln \epsilon_1] - [w_1 \ln \epsilon_1 \ln P_1] - [w_1 \ln \epsilon_1 \ln(A_7 S_{\eta 1})] \} & [w_1 \ln^2 \epsilon_1] \end{vmatrix},$$

$$k = \frac{n [Y_1 w_1 S_{\pi 1} / S_{\pi 1}] - [w_1 S_{\pi 1} / S_{\pi 1}]}{0,64 A_{\pi} [w_1 S_{\pi 1}^2 / S_{\pi 1}^2] / A_{\pi}}, \text{ где } \Delta = \begin{vmatrix} [w_1] & [w_1 \ln \epsilon_1] \\ [w_1 \ln \epsilon_1] & [w_1 \ln^2 \epsilon_1] \end{vmatrix},$$

$I_1$  - экспериментальное значение интенсивности при энергии  $E_1$ , взятое с весом  $w_1 \sim 1/\delta_1^2$ ,  $\delta_1$  - относительное среднеквадратичное отклонение,  $n$  - поправочный множитель, зависящий от правильности выбора нормировки,  $Y_1 = I_1 / [dI/dE(E_1, k=0)]$ . Квадратные скобки означают суммирование по  $i$  от 1 до  $m$ , т.е. по всем экспериментально найденным значениям.

Аналитическое выражение для спектра мезонов нормировалось при энергии  $E = 100$  Гэв в вертикальном направлении. Решения находились последовательным приближением (используемая аппроксимация в общем виде не линеаризуется относительно всех трех комплексов параметров одновременно, в результате найденные решения не являются полностью независимыми), и поправочный множитель  $n$  определяется как отношение принятого значения вертикальной интенсивности  $dI/dE(E = 100, \theta = 0)$  при  $E = 100$  Гэв к найденному из приведенного выше выражения для  $\ln N$ , т.е.

$$n = \frac{dI/dE(E = 100, \theta = 0)}{P(E = 100, \theta = 0)(103)^{-1} \{ A_7 S_{\eta} \} N}.$$

Соответствующие значения дисперсий искомых параметров найдены из выражений

$$\sigma_y^2 = \frac{[w_1][w_1 v_1^2]}{\Delta(m-3)}, \quad \sigma_{\ln N}^2 = \frac{[w_1 \ln^2 c_1][w_1 v_1^2]}{\Delta(m-3)},$$

$$\text{где } v_1 = \ln \frac{I_1 n}{dI/dE(E_1, k)} \quad \text{и} \quad \sigma_k^2 = \frac{[w_1 v_1^2]}{0,64^2 \Delta_k^2 (m-3) [w_1 s_{k1}^2 / s_{v1}^2] / \Delta_k^2},$$

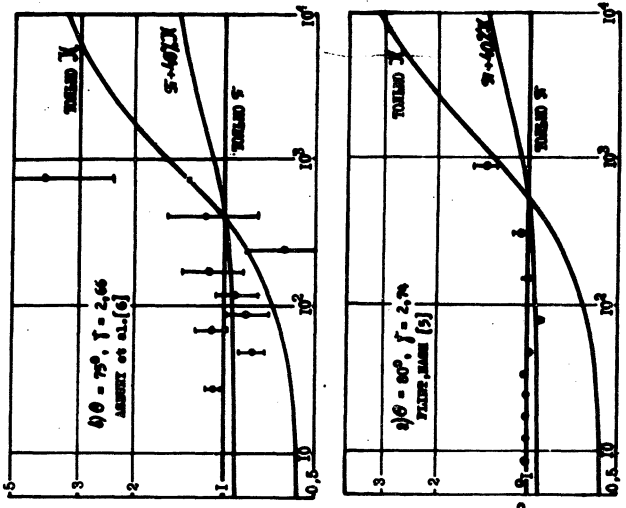
$$\text{где } v_1 = \frac{I_1 n - dI/dE(E_1, k)}{dI/dE(E_1, k=0)} = \gamma_1 n - \gamma_1.$$

Выражения для  $\sigma_y^2$  и  $\sigma_{\ln N}^2$  получены (для упрощения) в предположении постоянного  $k$ .

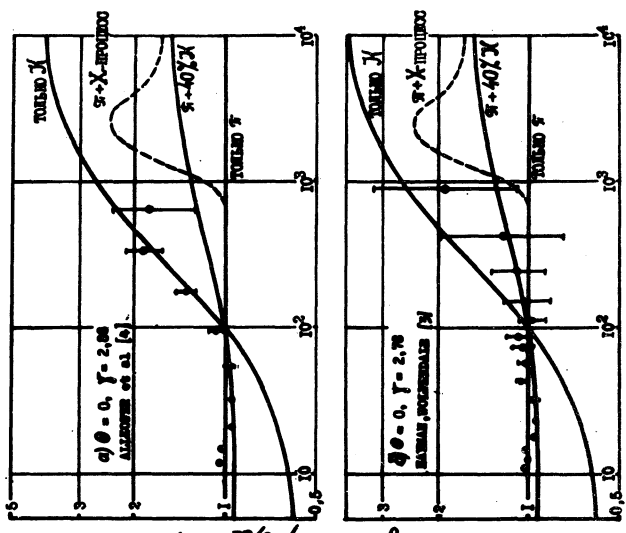
Результаты проведенных в указанном приближении расчетов для каждого из обработанных спектров представлены в таблице и показаны на рисунке. В последнем столбце таблицы показаны значения дифференциального потока обработанных спектров, приведенных к  $E = 100$  Гэв в вертикальном направлении.

Таблица I

$\theta^\circ$	Ссылка	$\gamma$ ( $\sigma_y$ )	$k$ ( $\sigma_k$ )	$N$ ( $\sigma_{\ln N}$ )	$\frac{dI/dE \cdot 10^7}{\text{см}^{-2} \text{сек}^{-1} \text{отер}^{-1}}$
$0^\circ$	P. J. Hauman, A. W. Wolfendale (1962), /3/	2,78 (0,027)	0 (0,038)	0,254 (0,048)	2,01
$0^\circ$	O. C. Allkofer et al. (1971), /4/	2,88 (0,047)	0 (0,076)	0,497 (0,15)	2,52
$75^\circ$	J. G. Asbury et al. (1970), /6/	2,66 (0,140)	0,22 (0,36)	0,135 (0,56)	2,15
$80^\circ$	— " —	2,61 (0,075)	0 (0,12)	0,121 (0,32)	2,22
$80^\circ$	R. W. Flint, W. F. Nash (1971), /5/	2,74 (0,036)	0 (0,072)	0,237 (0,14)	2,35
$83^\circ$	O. C. Allkofer et al. (1971), /4/	2,84 (0,023)	0 (0,039)	0,399 (0,093)	2,42
$85^\circ$	J. G. Asbury et al. (1970), /6/	2,50 (0,076)	0 (0,13)	0,062 (0,35)	1,88
$88,75^\circ$	— " —	2,90 (0,90)	0,5 (0,92)	0,66 (4,5)	4,42



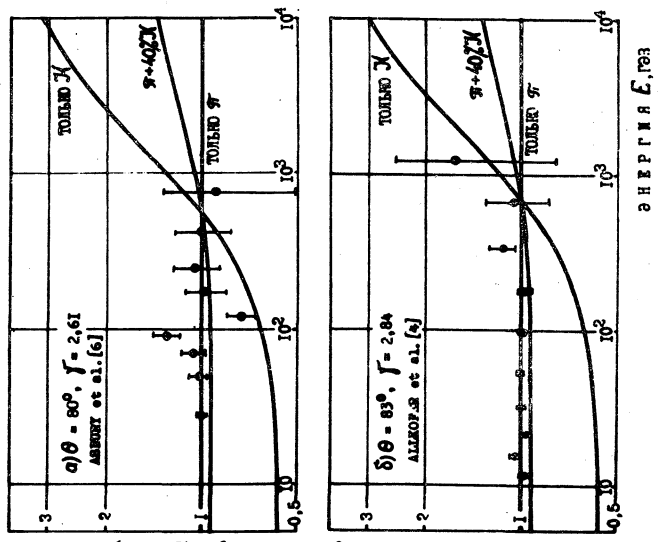
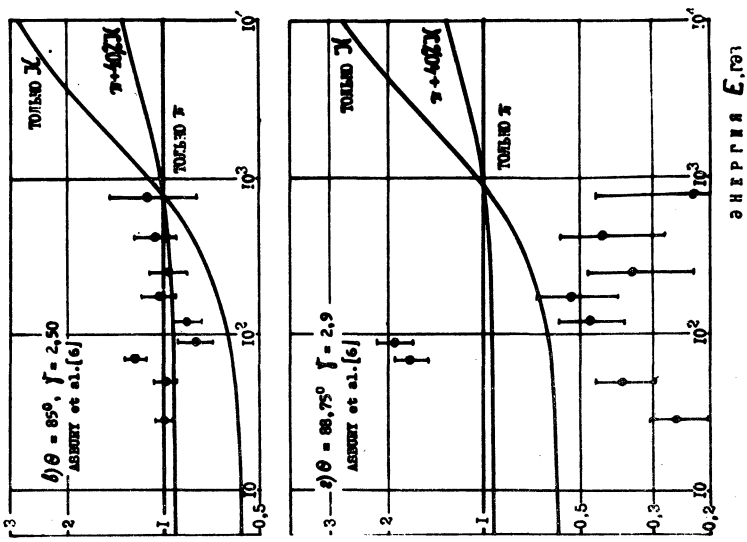
ЭНЕРГИЯ E, ГэВ



ЭНЕРГИЯ E, ГэВ

$$(10-x)E^{\gamma}/(x)E^{\gamma}/p = R$$

Р и с. 1. Дифференциальный спектр космических мюонов в относительно  $K_{\mu 2}$ -распада. За единицу взят спектр, получаемый в предположении  
Точки - экспериментальные данные



$$\frac{(0 \rightarrow \pi) \text{ЭП/СР}}{(\pi) \text{ЭП/СР}} = h$$

ных единицах, введенный при различных предположениях о доле распада  $\pi - \mu$  в качестве единственного источника мезонов ( $k = 0$ ). из обработанной серии измерений.

Полученные результаты отличаются от опубликованных ранее. Так например, в /4/ при обработке собственных результатов измерений вертикального потока методом наибольшего правдоподобия с использованием полумпирического выражения для описания спектра мюонов получены  $\gamma = 2,63$  и  $k = 0$ . В работе /3/ с помощью теста  $\chi^2$  для различных участков спектра получены  $\gamma = 2,64$  и  $2,67$ . Как видно из таблицы, указанные величины  $\gamma$  отличаются от полученных в этой работе на 4 - 5 среднеквадратичных отклонений. Интересно отметить, что описываемая здесь методика дает близкие результаты для обоих упомянутых спектров ( $\gamma = 2,70$  при  $k = 0$ ) лишь в предположении равнозначности экспериментальных точек.

Предполагая далее, что между обработанными сериями измерений нет систематических различий, и величины полученных среднеквадратичных отклонений определяются не степенью точности найденных приближений, а разбросом экспериментальных точек относительно их ожидаемых средних величин, можно определить средневзвешенное значение показателя степени  $\gamma$ , принимая за вес величину, обратнопропорциональную полученным дисперсиям. Такой величиной будет  $\gamma = 2,79 \pm 0,03$ .

Величина вклада К-мезонов, как следует из таблицы, по-видимому, не превышает нескольких процентов.

Следует отметить, что из-за специфики метода наименьших квадратов за величины полученных параметров ответственны наиболее статистически обеспеченные точки, которые, как правило, находятся в области энергии  $< 100$  Гэв. Возможно, что при таких энергиях приведенное выше выражение для аппроксимации спектра мюонов недостаточно точно и необходимо знание более строго закона. Однако, проведенные вычисления представляются необходимыми для систематизации различных спектральных измерений мюонных потоков.

Поступила в редакцию  
8 сентября 1972 г.

## Л и т е р а т у р а

1. Г. Т. Зацепин, В. А. Кузьмин. *ИЗВ.*, 39, 1677 (1960);  
Л. В. Волкова. Препринт ФИАН № 72, 1969 г.
2. К. Maeda. *Journ. Geophys. Res.*, 69, 1725 (1964).
3. P. J. Bauman, A. W. Wolfendale. *Proc. Phys. Soc.*, 80, 710 (1962).
4. O. C. Allkofer et al. *Proc. 12-th Intern. Conf. on Cosmic Rays*, Hobart, 1971, 4, p.1315, 1319.
5. R. W. Flint, W. P. Nash. *Nucl. Phys.*, B33, 632 (1971).
6. J. G. Asbury et al. *Nuovo Cimento*, B66, 169 (1970).
7. H. E. Bergeson et al. *15-th Intern. Conference on High Energy Physics*, Kiev, 1970.
8. В. И. Калениникова, М. С. Козодаев. *Детекторы элементарных частиц*, М., 1966 г.