

ОБ ИСКАЖЕНИИ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ПО ЭНЕРГИЯМ, ИЗМЕРЯЕМОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ ЗОНДОМ

А. И. Луковников, М. З. Новгородов

В работе /1/ рассматривается эффект искажения энергетического распределения, измеряемого сферическим зондом. Он заключается в том, что функция распределения по энергиям $f(u)$ электронов, достигающих поверхности зонда, отлична от функции распределения в невозмущенной плазме $f_0(u)$ вследствие стока электронов к зонду и конечной скорости диффузии. Этот эффект становится существенным при увеличении давления p , радиуса зонда a и уменьшении энергии электронов u .

В современной практике зондовых измерений предпочтение отдается цилиндрическим зондам перед сферическими. Поэтому целесообразно дать количественную оценку упомянутому эффекту искажения зондовых характеристик для цилиндрической геометрии.

Введем следующие обозначения: a, l - радиус и длина зонда (ниже будем полагать $2a/l \ll 1$); $\Delta r, b$ - толщина и радиус собирающей поверхности зонда ($b = a + \Delta r$); $v_\theta(r), v_r(r)$ - тангенциальная и радиальная составляющие скорости электрона на расстоянии r от оси зонда. Будем считать, что $\Delta r \ll \lambda$ (λ - длина пробега электронов), т.е. столкновения в слое отсутствуют. Тогда для тока i на цилиндрический зонд в отталкивающем потенциале V можно записать

$$i = \frac{\pi b l}{2} (1 + \frac{2b}{l}) n_e \int_{(\frac{2eV}{m})^{1/2}}^{\infty} v_r \left(\int_{-v_{\theta}^*(b)}^{v_{\theta}^*(b)} f(v_r, v_{\theta}) v_{\theta} dv_{\theta} \right) dv_r, \quad (1)$$

где $v_{\theta}^*(b)$ - максимальное значение скорости $v_{\theta}(b)$, при которой электрон достигает поверхности зонда, т.е. когда $v_r^*(a) = 0$, а n_e - концентрация электронов. Функция распределения полагается изотропной и нормированной на единицу. Множитель $(1 + 2b/l)$ учитывает ток через торцы слоя.

Определяя $v_{\theta}^*(b)$ при условии $\Delta r \ll a$ из уравнений сохранения энергии и момента количества движения электрона /2/

$$v_r^2(a) = v_r^2(b) - (b^2/a^2 - 1)v_{\theta}^2(b) - 2eV/m,$$

$$v_{\theta}(a) = (b/a)v_{\theta}(b),$$

преобразуем (1)

$$i = \alpha \frac{b^2}{a^2} 2\pi a \int_V^{\infty} \left(\int_0^{b^2/a^2 - 1} \frac{u_r - V}{b^2/a^2 - 1} f(u_r, u_{\theta}) du_{\theta} \right) du_r. \quad (2)$$

Здесь $\alpha = n_e(a/4b)(1 + 2b/l)(2e/m)^{1/2}$, а $u_r = mv_r^2/2$, $u_{\theta} = mv_{\theta}^2/2$ и V выражены в одних единицах.

Далее удобно представить формулу (2) в более простом виде

$$i = 2\pi a \alpha \int_V^{\infty} f(u)(u - V) du + \text{const}. \quad (3)$$

Идентичность равенств (2) и (3) доказывается дифференцированием по V , а константа находится из условия $\text{const} = i(V)|_{V \rightarrow \infty} = 0$.

Соотношение (3), полученное иным, нежели в работе /3/, способом, удобно использовать для выражения

изменения числа частиц на собирающей поверхности, связанного с уходом электронов на зонд

$$di = 2\pi a \alpha f(u)(u - V)du. \quad (4)$$

С другой стороны возмещение электронов за счет диффузии может быть описано следующим образом:

$$di = 2\pi r l (1 + 2r/l) D \frac{d}{dr} [dn_e(r, u)], \quad (5)$$

где $D = (1/3)\lambda u^{1/2}(2e/m)^{1/2}$ - коэффициент диффузии, $dn_e(r, u) = n_e u^{1/2} f(u, r) du$ - количество электронов в интервале энергий du на расстоянии r от оси зонда.

Интегрируя (5) по r в пределах от b до ∞ , получим

$$f(u)du = f_0(u)du - \frac{di}{2\pi l D u^{1/2}} \ln(1 + 1/2b), \quad (6)$$

$f_0(u)$ - функция распределения электронов вдали от зонда.

И наконец, учитывая формулы (4) и (6), запишем выражение для плотности тока на зонд j и ее второй производной j''

$$j = 1/2\pi a l = \alpha \int_V^\infty \frac{f_0(u)(u - V)du}{1 + \delta(1 - V/u)}, \quad (7)$$

$$j'' = \alpha f_0(u) \Big|_{u=V} [1 - \Theta(f_0)], \quad (8)$$

где

$$\Theta(f_0) = 2 \int_V^\infty \frac{\delta f_0(u) du}{u f_0(V) [1 - \delta(1 + V/u)]^3},$$

$$\delta = \frac{3}{4} \frac{a}{\lambda} \frac{a}{b} (1 + 2b/l) \ln(1 + 1/2b).$$

Выражения для тока на сферический зонд /1,4/ называются подобными формуле (7) при соответствующем

определении величины δ . Заметим однако, что в выражении (7) невозмущенная функция f_0 в отличие от работы /4/ может быть немаксвелловской.

Рассмотренный эффект существенно искажает функцию f_0 , особенно в области малых энергий и для больших значений δ . Так, для максвелловской функции $f_0 = \text{sexp}(-u\xi/V)$, $\xi = V/T$, $\delta = \text{const}$ нетрудно показать, что при $\delta \ll 1$

$$\theta = 2\delta E_1(\xi), \quad \xi \ll 1; \quad \theta = 2\delta/\xi, \quad \xi \gg 1,$$

а при $\delta \gg 1$

$$\theta = 1 + (2/\delta^2)E_1(\xi/\delta) > 1, \quad \xi/\delta \ll 1; \quad \theta = 1 - 2/\delta < 1, \quad \xi/\delta \gg 1,$$

где $E_1(x) = e^{-x} \int_0^{\infty} \frac{e^{-z}}{x+z} dz$. Как видно из формулы

(8), вторая производная зондового тока обращается в 0 при $\theta(V_0) = 1$. Это происходит тогда, когда зонд отрицателен относительно плазмы. Таким образом, истинный потенциал пространства, по крайней мере, из-за эффекта стока электронов к зонду, лежит в области отрицательных значений второй производной, а не в области максимума, как это предполагается в работе /3/. Так для рассмотренного выше случая с функцией Максвелла при $\delta \ll 1$ потенциал пространства смещен относительно "нуля" J''_{VV} на величину $V_0 \approx 0,56T\chi \times \text{sexp}(-1/2\delta) \ll T$, при $\delta \geq 1$ это смещение оказывается более значительным: ($V_0 \sim T$).

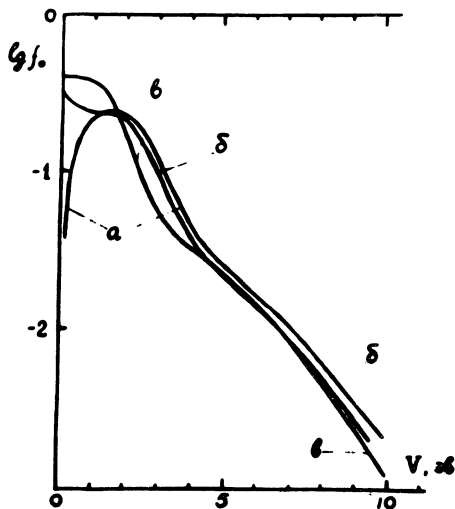
При обработке экспериментальных данных встает задача - по измеренной второй производной плотности зондового тока J''_{VV} получить зависимость $f_0(V)$. В общем случае для решения этой задачи можно представить выражение (8) как интегральное уравнение относительно функции f_0 :

$$f(V) = f_0 [1 - \theta(f_0)]. \quad (9)$$

Уравнение (9) можно решать методом последовательных приближений, принимая за нулевое приближение экспериментальную функцию $f_0^{(0)} = j''_V/\alpha$:

$$f_0^{(i+1)} = f_0^{(i)} [1 + \theta(f_0^{(i)})]. \quad (10)$$

Решение для ограниченной функции $f(u)$ и $u \neq 0$ сходится тем быстрее, чем меньше величина $\delta/6$. На

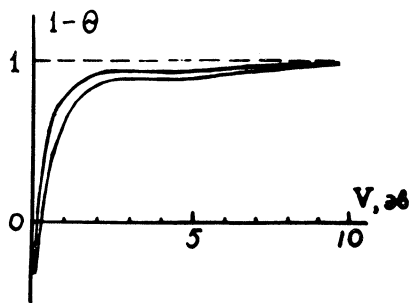


Р и с. 1. Энергетическое распределение электронов
 а) $lg j''$, эксперимент, N_2 , $p = 1$ тор, $E/N = 10^{-15}$ в $см^2$, $\bar{\epsilon} = 2,8$ эв; б) $lg j''/(1 - \theta)$, $\delta = 0,2$, $\bar{\epsilon} = 2,5$ эв;
 в) $lg f_0$, расчет /4/, $E/N = 10^{-15}$ в $см^2$, $\bar{\epsilon} = 2,4$ эв.

рис. 1 показаны экспериментальная вторая производная зондового тока и функция первого приближения $j''/(1 - \theta)\alpha$. (Экспериментальная кривая получена в чистом азоте при давлении 1 тор, в трубке диаметром 20 мм, зондом длиной 3 мм и диаметром 0,06 мм). В результате введения поправки устраняется спадание кривой в области малых энергий электронов. В целом улучшается согла-

сие с расчетной кривой, полученной по формулам работы /7/. На рис. 2 показана величина $(1 - \theta)$ в зависимости от энергии для двух значений параметра δ .

Часто для измерения концентрации электронов используют выражение для тока электронного зонда при потенциале пространства $j = en_e \bar{v}/4$. Как легко видеть из выражения (7), при $V = 0$ в результате эффек-



Р и с. 2. Зависимость $(1 - \theta)$ от энергии
а) $\delta = 0,1$; б) $\delta = 0,2$.

та стока электронов измеренное значение n_{e0} может быть занижено более, чем в $(1 + \delta)$ раз. Формула (8) дает возможность выразить отношение концентрации n_e , связанной с функцией распределения $f(u)$, к концентрации электронов вдали от зонда n_{e0} следующим образом:

$$\frac{n_e}{n_{e0}} = 1 - \frac{\int_0^{\infty} f_0(u) u^{1/2} \beta(u) du}{\int_0^{\infty} f_0(u) u^{1/2} du}, \quad (11)$$

где

$$\beta(u) = \frac{1}{2} \left(\frac{1 + 2\delta}{1 + \delta} + \frac{1}{2\delta^{1/2}(1 + \delta)^{3/2}} \ln \frac{(1 + \delta)^{1/2} - \delta^{1/2}}{(1 + \delta)^{1/2} + \delta^{1/2}} \right)$$

Отсюда, если δ не зависит от энергии электрона u , то $n_{e0} = n_e / (1 - \beta)$, причем при $\delta \ll 1$ $n_{e0} \approx (1 + 4\delta/3)n_e$.

а при $\delta \gg 1$ $n_{eo} \approx 2\delta n_e$. Зависимость $n_{eo}/n_e(\delta)$ приведена на рис. 3.

Таким образом, в работе рассмотрен эффект искажения зондовых характеристик и связанных с ними ве-

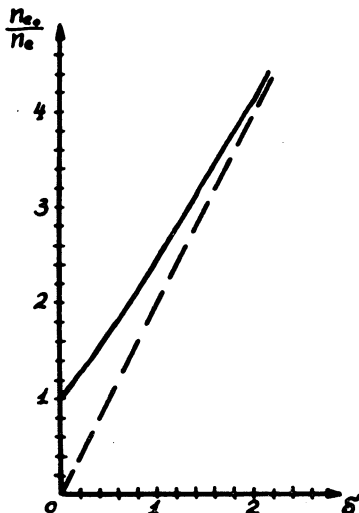


Рис. 3. Зависимость n_{eo}/n_e от δ .

личин I_0 , V_0 , n_{eo} за счет конечной скорости диффузии для цилиндрических зондов. Показано, когда этот эффект является значительным и предложен метод расчета "невозмущенной" функции распределения I_0 и концентрации электронов n_{eo} по измеренной второй производной зондового тока и известному значению величины δ .

Авторы признательны профессору Н. Н. Соболеву за полезные обсуждения и указанные замечания.

Поступила в редакцию
5 ноября 1970 г.

Л и т е р а т у р а

1. J. D. Swift. Proc. Phys. Soc., 79, N510, 697 (1962).
2. I. Langmuir, H. M. Moth-Smith. Phys. Rev., 28, 727 (1926).
3. H. Rothman. Studii si cercetari, fiz. Acad. RPR, 2, 53 (1958).
4. Ю. М. Каган, В. И. Перель. ЖТФ, 35, 2069 (1965).
5. Н. А. Воробьева, Ю. М. Каган, В. М. Миленин. ЖТФ, 33, 571 (1963).
6. И. Г. Петровский. Лекции по теории интегральных уравнений. Физматгиз, 1965 г.
7. А. И. Луковников, Е. С. Трехов, Е. П. Фетисов. Сборник "Физика газоразрядной плазмы", МИФИ, вып. 2, стр. 5, 1969 г.