Краткие сообщения по физике № 2 февраль 1971

ТЕРМОИОНИЗАЦИОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ГАЗОВОМ РАЗРЯДЕ

А. В. Гуревич

Как известно /2,1/ при разрядах в газах могут развиваться ионизационные колебания. Покажем, что при высокочастотных разрядах возникают особые колебания, сопровождающиеся попеременным изменением температуры электронов и ионизации газа.

Предположим, что пробой в газе осуществляется плоской высокочастотной волной, распространяющейся в направлении z. Концентрация электронов N, эффективная температура электронов T_e и амплитуда поля волны E определяются тогда уравнениями

$$\frac{\partial N}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z}\left(D_a \frac{\partial N}{\partial z} + D_{aT} \frac{N}{T_e} \frac{\partial T_e}{\partial z}\right) = (\nu_{ion} - \nu_{rec})N, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T_e}{\partial t} - \frac{1}{N} \frac{\partial}{\partial z}\left(\varkappa_e \frac{\partial T_e}{\partial z}\right) = \frac{e^2E^2\nu}{3m(\omega^2 + \nu^2)} - \delta\nu(T_e - T), \quad (2)$$

$$\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{\omega}{c}\varkappa(N,T_e)E = 0. \quad (3)$$

Здесь D_a, D_{aT} – коэффициенты амбиполярной диффузии и термодиффузии, $\varkappa_e$ – коэффициент теплопроводности для электронов, $\nu(T_e)$ – эффективная частота соударений электрона, $\delta(T_e)$ – средняя доля энергии, теряемая электроном при одном ударе, T – температура газа, ω – частота волны, $\varkappa$ – коэффициент ее поглощения. Наконец, ν_{ion} и ν_{rec} – частоты ионизации и рекомбинации. Существенно, что ионизация производится быстрыми электронами с энергией $\varepsilon > \varepsilon_{ion}$, где ε_{ion} – энергия ионизации. В области пробоя $T_e \ll \varepsilon_{ion}$. Число быстрых электронов экспоненциально мало и, следовательно,

$$\nu_{ion} = \nu_{iono} \exp\left[-P(T_e)\right]. \tag{4}$$

В случае максвелловского распределения электронов по скоростям фактор $P(T_e) = \varepsilon_{ion}/T_e$. В общем случае $P(T_e) \geqslant \varepsilon_{ion}/T_e$ и, следовательно, $P \gg 1$. Кроме того, всегда $dP/dT_e < 0$. В силу этого основное влияние на частоту ионизации оказывает изменение экспоненциального члена, так что зависимость частоты ν_{iono} от T_e можно в первом приближении не учитывать. По той же причине можно пренебречь и зависимостью ν_{rec} от T_e.

Малые возмущения концентрации ΔN, температуры электронов ΔT_e и амплитуды поля волны ΔE определяются уравнениями

$$\frac{\partial \Delta N}{\partial t} - D_a \frac{\partial^2 \Delta N}{\partial z^2} - D_{aT} \frac{\partial^2 \Delta T_e}{\partial z^2} = [\nu_r]\Delta N - \left(\nu_{ion} N \frac{dP}{dT_e}\right)\Delta T_e,$$

$$\frac{\partial \Delta T_e}{\partial t} - \frac{\varkappa_e}{N} \frac{\partial^2 \Delta T_e}{\partial z^2} = q\,\frac{\Delta E}{E} - [\delta\nu]\Delta T_e,$$

$$\frac{\partial \Delta E}{\partial z} + \frac{\omega}{c}\varkappa\Delta E + \frac{\omega}{c}\frac{\partial \varkappa}{\partial N} E\Delta N + \frac{\omega}{c}\frac{\partial \varkappa}{\partial T_e} E\Delta T_e = 0, \tag{5}$$

$$q = \frac{2e^2E^2\nu}{3m(\omega^2 + \nu^2)} = 2(T_e - T)\delta\nu,$$

$$[\delta\nu] = \delta\nu + \nu(T_e - T)\frac{d\delta}{dT_e} + \frac{2\omega^2\delta}{\omega^2 + \nu^2}(T_e - T)\frac{d\nu}{dT_e},$$

$$[\nu]_r = \nu_{rec} - \nu_{ion} + N(\partial\nu_{rec}/\partial N).$$

Уравнения (5) получены путем линеаризации системы (1)-(3). При этом пренебрегалось зависимостью от z основных величин $N(z)$, $T_e(z)$, $E(z)$, что справедливо, если характерный размер рассматриваемых возмущений мал в сравнении с размером неоднородности:

$$\left|\frac{1}{\Delta N}\frac{\partial\Delta N}{\partial z}\right| \gg \left|\frac{1}{N}\frac{\partial N}{\partial z}\right| = \frac{1}{R_N}, \quad \left|\frac{1}{\Delta T_e}\frac{\partial\Delta T_e}{\partial z}\right| \gg \left|\frac{1}{T_e}\frac{\partial T_e}{\partial z}\right| = \frac{1}{R_T},$$
$$\left|\frac{1}{\Delta E}\frac{\partial\Delta E}{\partial z}\right| \gg \left|\frac{1}{E}\frac{\partial E}{\partial z}\right| = \frac{\omega}{c}\varkappa. \tag{6}$$

В этих условиях решение линейных уравнений (5) находится разложением в интеграл Фурье по z и t: $\sim \exp(i\Omega t - ikz)$. Дисперсионное уравнение, связывающее частоту колебаний Ω и волновой вектор k, имеет вид:

$$(i\Omega + D_a k^2 + [\nu_r])\left[\left(-ik + \frac{\omega}{c}\varkappa\right)\left(i\Omega + \frac{\varkappa_e}{N}k^2 + [\delta\nu]\right) + q\frac{\omega}{c}\frac{\partial\varkappa}{\partial T_e}\right] - \frac{\omega}{c}\varkappa q\left(\nu_{ion}\frac{dP}{dT_e} + \frac{D_{aT}k^2}{T_e}\right) = 0. \tag{7}$$

Учтем, что в силу условия (6) $|k| \gg \frac{\omega}{c}\varkappa$. Из (7) тогда находим

$$\Omega^2 - i\Omega(A + iB) + (iC - D) = 0, \quad \Omega = \frac{i}{2}(A \pm R) - \frac{1}{2}(B \pm Q),$$

$$A = [\delta\nu] + [\nu_r] + \frac{\varkappa_e}{N}k^2 + D_a k^2, \quad B = \frac{\omega q}{ck}\frac{\partial\varkappa}{\partial T_e},$$

$$D = \left([\delta\nu] + \frac{\varkappa_e}{N}k^2\right)([\nu_r] + D_a k^2), \tag{8}$$

$$C = \frac{\omega q}{ck}\left[([\nu_r] + D_a k^2)\frac{\partial\varkappa}{\partial T_e} - \varkappa\left(\nu_{ion}\frac{dP}{dT_e} + \frac{D_{aT}k^2}{T_e}\right)\right],$$

$$\sqrt{2}\cdot R = \left[(b^4 + a^4)^{1/2} + b^2\right]^{1/2},$$

$$Q = \left[(b^4 + a^4)^{1/2} - b^2\right]^{1/2}/\sqrt{2},$$

$$b^2 = A^2 - B^2 - 4D,\ a^2 = 2(AB + 2C).$$

Отсюда следует, что при невысоких значениях амплитуды поля E мнимая часть частоты Ω $\mathrm{Im}\,\Omega > 0$. В этом случае колебания затухают. При высоких значениях амплитуды $\mathrm{Im}\,\Omega$ может, однако, обратиться в нуль и изменить знак. В этом случае стационарное распределение плазмы неустойчиво; возбуждаются колебания. Условие возникновения неустойчивости

$$\mathrm{Im}\,\Omega = 0. \qquad (9)$$

Отсюда получаем

$$A = R,\ C^2 + ABC = A^2 D,$$

$$k^2[\nu_r]\left[[\delta\nu] + \frac{\varkappa_e}{N}k^2\right]^3 = \frac{q^2\omega^2}{c^2}\left[-\varkappa\nu_{ion}\frac{dP}{dT_e} + [\nu_r]\frac{\partial\varkappa}{\partial T_e} - \right.$$

$$\left. -\varkappa\frac{D_{aT}k^2}{T_e}\right]\times\left[\frac{\partial\varkappa}{\partial T_e}\left([\delta\nu] + \frac{\varkappa_e}{N}k^2\right) - \varkappa\nu_{ion}\frac{dP}{dT_e}\right].$$

Здесь учтено, что всегда $D_a \ll \varkappa_e/N$, $[\nu_r] \ll [\delta\nu]$.

Из формулы (10) видно, что первыми возбуждаются длинноволновые колебания $k \to 0$. При малых k процессы переноса несущественны, так что условие (10) при $k \ll ([\delta\nu]N/\varkappa_e)^{1/2}$ можно переписать в виде

$$k = \frac{q\omega}{c[\delta\nu]^{3/2}[\nu_r]^{1/2}}\frac{\partial\varkappa}{\partial T_e}\left[[\delta\nu] + \nu_{ion}f\right]^{1/2}\left[[\nu_r] + \nu_{ion}f\right]^{1/2},$$

$$f = -\varkappa\frac{dP}{dT_e}\Big/\frac{\partial\varkappa}{\partial T_e},\quad f \gg 1. \qquad (11)$$

В силу условия (6) определяемая этим соотношением длина возмущения $1/k$ должна быть много меньше характерного размера неоднородности, т.е.

$$k \gg \left(\frac{1}{R_N}, \frac{1}{R_T}, \frac{\omega}{c} \varkappa\right). \qquad (12)$$

Это соотношение с учетом формулы (11) для k и является условием возбуждения колебаний. Если поле невелико, так что частота ионизации мала $\nu_{ion} \ll \nu_{rec}$, то

$$k = \frac{q}{[\delta\nu]} \frac{\omega}{c} \frac{\partial \varkappa}{\partial T_e} \lesssim \frac{\omega}{c} \varkappa. \qquad (13)$$

Условие (12) при этом не выполнено. Если же $\nu_{ion} \gtrsim$ $\gtrsim [\nu_r] = \nu_{rec} + N\partial\nu_{rec}/\partial N - \nu_{ion}$, то

$$k = \frac{2\omega}{c}(T_e - T)\frac{\partial \varkappa}{\partial T_e}(f\nu_{ion}/[\nu_r])^{1/2}. \qquad (14)$$

Здесь принято, что $[\delta\nu] \gg \nu_{ion} f > [\nu_r]$. В этом случае условие (12) может быть выполнено, поскольку $T_e \gg T$, и отношение $f\nu_{ion}/[\nu_r] \gg 1$. Отсюда видно, что колебания могут раскачиваться в условиях, близких к пробою, когда $\nu_{ion} \sim \nu_{rec}$. Заметим, что $k \sim \left(\frac{\partial \varkappa}{\partial T_e}\right)^{1/2} \sim \left(\frac{\omega^2 - \nu^2}{\omega^2 + \nu^2} \frac{d\nu}{dT_e}\right)^{1/2}$, и поскольку $d\nu/dT_e > 0$, то рассматриваемая неустойчивость может возникнуть лишь при $\omega > \nu$.

Частота возбуждающихся колебаний

$$\mathrm{Re}\,\Omega = -\frac{1}{2}(B - Q). \qquad (15)$$

Частота колебаний растет с уменьшением длины волны. Она максимальна для наиболее длинных волн. Фазовая скорость волн отрицательна, т.е. направлена в сторону $-\mathbf{s}$, групповая скорость направлена по $\mathbf{s}$. Инкремент колебаний, как и частота, растет с уменьшением $\mathbf{k}$. В силу этого наиболее длинные волны должны играть определяющую роль.

Характерную частоту возбуждающихся колебаний можно оценить, подставив в формулу (15) волновой вектор $\mathbf{k}$ из (11). Пренебрегая членами порядка $\mathbf{r}\nu_{ion}$ в сравнении с $[\delta\nu]$, получим

$$\Omega = \frac{1}{4}[\delta\nu]\left([\nu_r]/r\nu_{ion}\right)^{3/2}. \qquad (16)$$

Физический смысл рассматриваемых колебаний вполне прозрачен. Действительно, предположим, что концентрация плазмы возросла. Это приводит к увеличению поглощения высокочастотной волны. Амплитуда ее падает, что вызывает уменьшение температуры электронов. Тогда ионизация уменьшается и концентрация плазмы начинает падать. При этом поглощение волны ослабевает, амплитуда растет, с ней растет и температура электронов. Это вновь приводит к увеличению ионизации, возрастанию концентрации плазмы и т.д. Таким образом, рассматриваемые колебания определяются последовательным изменением температуры и ионизации плазмы. Их естественно назвать, поэтому, термоионизационными.

Поступила в редакцию
4 декабря 1970 г.

Литература

1. J. R. Roth. Phys. Fluids, 10, 2712 (1967).
2. Ю. Р. Аланакян, Ю. М. Айвазян. ЖЭТФ, 59, 1032 (1970).