Краткие сообщения по физике № 3 март 1971

КОЛЛЕКТИВНОЕ ЦЕНТРОБЕЖНОЕ УСКОРЕНИЕ ИОНОВ ЭЛЕКТРОННЫМ ПУЧКОМ

А. А. Коломенский, А. Н. Лебедев, И. И. Логачев

Известно /1/, что поле плотного электронного пучка (луча) образует потенциальную яму для ионов. В работе /2/ было рассмотрено ускорение ионов при поперечном перемещении (сканировании) пучка. Последний, выходя из заданной точки 0, поворачивается на некоторый угол по заданному временному закону и заставляет захваченные ионы двигаться. Следует иметь в виду, что электроны, вылетающие в разные моменты времени, образуют некоторую спиральную кривую, и ионы начинают двигаться не только перпендикулярно этой спирали, но и вдоль нее. Можно, как это было сделано в /2/, рассматривать стадию приблизительно поступательного перемещения пучка, когда ионы движутся по траектории, близкой к дуге окружности с постоянным радиусом и центром в 0.

Однако представляет определенный интерес и другой случай, когда ионы заметно проскальзывают вдоль пучка и, ускоряясь, переходят на все большие радиусы. При таком взаимодействии электронного пучка с ионами, которое можно назвать центробежным, особый интерес представляет, по-видимому, случай равномерного вращения пучка. Тогда все моменты времени оказываются равноправными, и открывается возможность непрерывной инжекции и непрерывного (а не импульсного) ускорения ионов. Режим вращения с постоянной угловой скоростью может быть реализован в двух основных вариантах: 1) вращение по поверхности конуса (с углом при вершине 2α) – когда имеется выделенное направление – ось конуса; 2) вращение в плоскости (формально получается из предыдущего варианта при $\alpha = \pi/2$).

В настоящей заметке мы рассмотрим некоторые основные принципиальные физические особенности явления, не касаясь технической и практической стороны дела. Будем предполагать электронный пучок достаточно интенсивным, чтобы удерживать ионы, и бесконечно тонким. Координаты электрона (r, z, φ), вылетевшего из центра ($r = 0$, $z = 0$) в момент t_0 со скоростью $\beta_e c$, определяются соотношениями

$$\varphi = \omega t - r/(R\beta_e \sin\alpha), \quad z = r\,\mathrm{ctg}\,\alpha, \tag{1}$$

где ω – угловая скорость сканирования, а $R = \frac{c}{\omega}$ – циклотронный радиус. Уравнение (1) можно рассматривать как уравнение голономной реономной связи для иона (см. /3/). Выбрав величину $\rho = r/R$ в качестве обобщенной координаты, характеризующей положение иона в пучке, получаем из (1) компоненты скорости иона $\vec{\beta} c$ как функции ρ и $\dot{\rho}$

$$\beta_r = \dot{\rho}/\omega, \quad \beta_z = \dot{\rho}\,\mathrm{ctg}\alpha/\omega, \quad \beta_\varphi = \rho(1 - \dot{\rho}/\omega\beta_e \sin\alpha),$$
$$\beta^2 = \dot{\rho}^2/\omega^2 \sin^2\alpha + \rho^2(1 - \dot{\rho}/\omega\beta_e \sin\alpha)^2 \tag{2}$$

Поскольку Лагранжиан иона

$$L = -\sqrt{1 - \beta^2(\rho, \dot{\rho})} \tag{3}$$

не зависит явно от времени, то уравнение Лагранжа допускает интеграл обобщенной энергии

$$\dot{\rho}\frac{\partial L}{\partial \dot{\rho}} - L = H = \mathrm{const}, \tag{4}$$

причем постоянная H, как нетрудно показать, равна начальной приведенной энергии иона γ_0, если он выпускается вдоль пучка в точке $r, z = 0$. Поскольку приведенная энергия иона $\gamma = -1/L$, то уравнения (2), (3) и (4) позволяют найти зависимость γ и β_r от безразмерного радиуса ρ

$$\gamma = \frac{\rho^4 + \gamma_0^2(\rho^2 + \beta_e^2)}{\left[(1-\beta_e^2)\rho^2 + \beta_e^2\right]^{1/2}\left\{\gamma_0\left[(1-\beta_e^2)\rho^2 + \beta_e^2\right]^{1/2} + \rho^2(\rho^2 + \gamma_0^2 - 1)^{1/2}\right\}}, \tag{5}$$

$$\beta_r = \frac{\beta_e}{\gamma(\rho)}\left[\frac{\rho^2 + \gamma_0^2 - 1}{(1-\beta_e^2)\rho^2 + \beta_e^2}\right]^{1/2} \sin\alpha. \tag{6}$$

На рис. 1 показана величина γ как функция ρ для случая $\gamma_e = 10$. Заметим, что в нерелятивистской области

$$\gamma \approx \gamma_0 + \rho^2, \quad \frac{M_0 v^2}{r} \approx M_0 \omega^2 r^2, \tag{7}$$

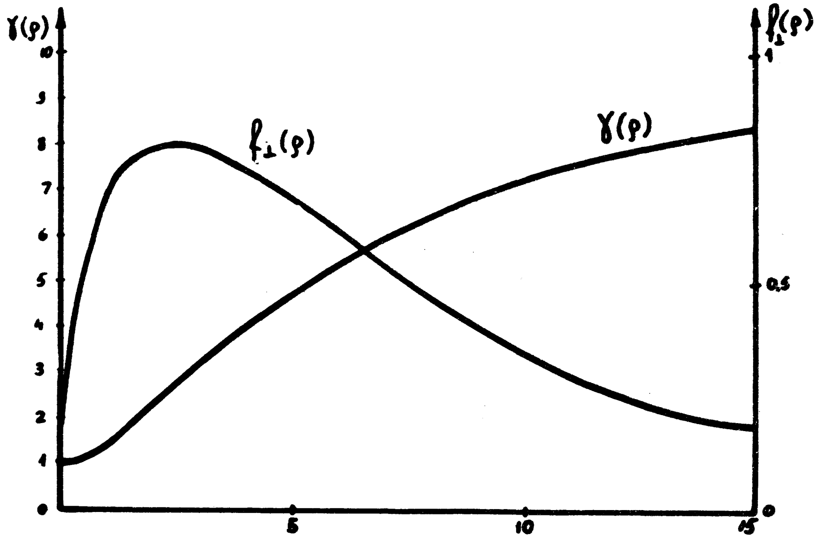
а при $r \gg R$ имеем $\gamma \to \gamma_e$, то-есть предельная скорость ионов равна скорости электронов, в чем и состоит основная идея коллективных методов ускорения. В том же пределе ион стремится двигаться в радиальном направлении, то-есть $\beta \to \beta_r \to \beta_e$.

Важным параметром, характеризующим возможности ускорения ионов сканированием, является компонента силы, действующей на ион по нормали к электронному пучку. Согласно уравнению движения эта компонента для случая кругового сканирования $(\alpha = \pi/r)$ имеет следующий вид:

$$F_\perp(\rho) = M_0 c\omega f_\perp(\rho),$$

$$f_\perp(\rho) = \gamma(\rho)\,\frac{\sqrt{\beta_e^2 + \rho^2}\,(\beta_e - \beta_r)}{\beta_e^2\left[\beta_e^2 + \rho^2(1-\beta_e^2)\right]}\left[2\beta_r\beta_e^2 - \rho^2(\beta_e - \beta_r)\right], \tag{8}$$

где величины γ, β_r как функции ρ даются выражениями (5) и (6). График функции $F_\perp(\rho)$ для того же случая показан на том же рис. 1. Сила, действующая



Р и с. 1. График зависимости $\gamma = \gamma(\rho)$, $f_\perp = f_\perp(\rho)$ для случая $\alpha = \pi/r$, $\gamma_e = 10$, $\gamma_o = 1$.

на ион со стороны электрического поля пучка (см. /2/), должна быть не меньше (8)

$$e\mathcal{E} \geq F_\perp, \quad \mathcal{E} = 2\pi nea, \tag{9}$$

где n, a – плотность и радиус поперечного сечения пучка. Соотношение (9) можно записать в более наглядной форме, если воспользоваться (8) и ввести величину ν – так наз. погонный электрон, то-есть число электронов в пучке на длине, равной классическому радиусу электрона. Тогда должно быть

$$\nu \gtrsim \frac{M_o}{2m_o} \frac{a}{R} f_\perp(\rho) \tag{10}$$

По мере увеличения энергии (или радиуса) сила $F_\perp$ сначала растет как ρ (в нерелятивистском пределе), достигает максимума, а при больших радиусах стремится к нулю. С помощью (10), (5), (6) можно по заданным характеристикам ускоренных ионов (γ_{max}, r_{max}) найти различные комбинации требуемых параметров электронного пучка (ν, a, β_e, ω, α).

Поступила в редакцию
5 февраля 1971 г.

Литература

1. W. H. Bennett, Phys. Rev, 45, 890 (1934); Phys. Rev., 98, 1584 (1955).
2. А. А. Коломенский, И. И. Логачев. Труды II Всесоюзного совещания по ускорителям, 1970 г., ВИНИТИ, М.
3. Г. Голдстейн. Классическая механика, Гостехиздат, 1957 г.