Краткие сообщения по физике № 5 май 1971

РАЗВИТИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ В СВЧ ПОЛЕ

О. М. Градов, Б. М. Маркеев

Хорошо известно, что слабое внешнее СВЧ электрическое поле при определенных условиях возбуждает в плазме неустойчивые колебания, ведущие к турбулизации системы. В работе /1/ сформулированы уравнения, описывающие эволюцию распределения частиц и неравновесного состояния плазмы, помещенной в СВЧ электрическое поле. В настоящем кратком сообщении на основе уравнений квазилинейной теории, полученных в /1/, исследуется динамика развития диссипативной ионно-звуковой неустойчивости. Показано, что система достигает стационарного состояния с конечным уровнем шумов.

Исходя из полученной в /1/ системы уравнений, нетрудно получить соотношения, определяющие изменения импульса

$$\frac{\partial \vec{P}_e^{(n)}}{\partial t} = - i n_e T_e \times$$

$$\times \sum_s \int d\vec{k}\vec{k} \, \frac{J_{n-s}(a) J_{-s}(a) \delta\varepsilon_e^{(s)}(\omega_{\vec{k}}, \vec{k}) |\delta\varepsilon_i^{(0)}|^2}{(1 + \delta\varepsilon_e^{(s)}(\omega_{\vec{k}}, \vec{k}))(1 + \delta\varepsilon_e^{(n-s)}(\omega_{\vec{k}}, \vec{k}))} \frac{k^2}{4\pi} \frac{|\Phi_{\vec{k}}^{(0)}|^2}{n_e T_e}; \qquad (1)$$

и температуры

$$\frac{3}{2}\frac{\partial}{\partial t} n_e T_e = - i n_e T_e \sum_s \int d\vec{k}(kr_D)^2 (s\omega_0 + \omega_{\vec{k}}) J_s^2 \times$$

$$\times \frac{\left|\delta\varepsilon_e^{(s)}\right|^2 \left|\delta\varepsilon_i^{(0)}\right|^2}{\left|1 + \delta\varepsilon_e^{(s)}(\omega_{\vec{k}},\vec{k})\right|^2} \frac{k^2}{4\pi} \frac{\left|\Phi_{\vec{k}}^{(0)}\right|^2}{n_e T_e}. \qquad (2)$$

Здесь $\delta\varepsilon_\alpha^{(n)}(\omega_{\vec{k}},\vec{k}) \equiv \delta\varepsilon_\alpha(\omega_{\vec{k}} + n\omega_0,\vec{k})$ – парциальная диэлектрическая проницаемость частиц сорта α, $\Phi_{\vec{k}}^{(n)}$ – амплитуда n-ой гармоники в разложении неравновесного потенциала $\Phi = \sum_{\vec{k},n} \Phi_{\vec{k}}^{(n)} \exp\left\{-i\left[(n\omega_0 + \omega_{\vec{k}})t - \vec{k}\vec{r}\right]\right\}$, остальные обозначения общеприняты и совпадают с использованными в /1/.

Инкремент развивающейся ионно-звуковой неустойчивости имеет вид /2/ *):

$$\gamma = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{\omega_{Li}}{\omega_{Le}}\omega_s \gamma_s - \frac{1}{4}\left(\frac{\vec{k}\vec{r}_E}{kr_{De}}\right)^2 \frac{\Delta\omega_0 \omega_0 \omega_s^2 \tilde{\gamma}}{\left[(\Delta\omega_0)^2 + \tilde{\gamma}^2 - \omega_s^2\right]^2 + 4\omega_s^2\tilde{\gamma}^2}, \qquad (3)$$

где

$$\tilde{\gamma} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{\omega_{Le}}{(kr_{De})^3}\exp\left\{-\frac{(\omega_0 - |\omega|)^2}{2(kv_{Te})^2}\right\};$$

$$\gamma_s = 1 + \frac{\omega^4 r_{De}^3 v_{Te}^2}{\omega_s^4 r_{Di}^3 v_{Ti}^2}\exp\left\{-\frac{\omega^2}{2(kv_{Ti})^2}\right\}.$$

---

*) Отметим, что рассматриваемое параметрическое возбуждение ионно-звуковых колебаний в бесстолкновительной области происходит при $\tilde{\gamma} \sim [\omega_0 - \omega_{Le}] \gg \nu_{en}$. В целях сокращения записи второе слагаемое в (3) обозначено далее через $T_p \gamma_E(\tilde{x}_p)/T_e$.

В рамках квазилинейного приближения неравновесный потенциал нарастает по закону линейной теории.

Поэтому по истечении промежутка времени, равного по величине нескольким обратным инкрементам, основной вклад в интеграл, стоящий в правой части (2), при интегрировании по $\vec{k}$ дает область, соответствующая максимальному инкременту. Разложив инкремент в ряд по $\vec{k}$ в окрестности максимума, запишем (2) в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} T_e^* = -2\gamma(x_m,t)\zeta(x_m,t)\exp\left\{-2\int dt\,\gamma(x_m,t)\right\}, \qquad (4)$$

где

$$\zeta(x_m,t) = C(x_m,t)\left(\int \frac{\partial^2\gamma(x_m)}{\partial x_m^2}\,dt\right)^{-3/2};$$

$$C(x_m,t) = \frac{1}{3}\left|\delta e_1^{(0)}\right|^2 \frac{\left|\Phi_{\vec{k}}^{(0)}(t=0)\right|^2}{r_{De}^3 n_e T_e}\,\frac{x^2}{4\pi},$$

$$T_e^* = T_e/T_p,\ \delta T_e^* = (T_e - T_p)/T_p;\ x^2 = (kr_D)^2;$$

T_p – температура, обращающая максимальный инкремент в нуль.

Из выражения для максимального инкремента (3) видно, что начальная температура T_0, при которой начинается развитие неустойчивости, всегда меньше температуры, обращающей максимальный инкремент в нуль. Будем считать, что внешнее СВЧ поле не слишком превышает пороговое, так что начальная разность температур δT_{e0}^* меньше единицы. С другой стороны положительность правой части (4) означает, что температура с развитием неустойчивости растет. Таким образом, величина δT_e^* будет изменяться от начального значения до нуля. Поэтому представив максимальный инкремент в виде разложения по параметру $\delta T_e^* < 1$, нетрудно получить решение (4) в первом приближении, считая множитель $\zeta(x_m,t)$ постоянным *):

$$\delta T_e^{\bullet} = \delta T_{eo}^{\bullet} \frac{1 + \exp\{-y_1(\tau_p)\}}{1 + \exp\{-y_1(\tau_p) - \delta T_{eo}^{\bullet}\tau\}}, \tag{5}$$

где

$$y_1(\tau_p) = \ln\{|\delta T_{eo}^{\bullet}|/\zeta(x_p,\tau_p)\},$$

$r_p = T_e^{1/2}/\omega_{Le} m_e^{1/2}$; $\tau = 2\gamma_E(x_p)t$; τ_p - время, за которое температура достигает значения T_p.

При решении уравнения (5) в качестве начального условия взяли начальное значение температуры системы. Нетрудно оценить максимальную энергию колебаний, приняв начальное значение неравновесного потенциала равным амплитуде тепловых шумов

$$\int d\vec{k}k^2/4\pi \, |\Phi_k^{(0)}(t=0)|^2/n_e T_p \sim x_m^2 |\delta T_o^{\bullet}| . \tag{6}$$

Правая часть соотношения (6) всегда значительно меньше единицы. Это означает, что энергия неустойчивых колебаний никогда не превосходит тепловой энергии, что подтверждает справедливость квазилинейного приближения.

На основании формулы (5) можно представить себе следующую физическую картину развития неустойчивости. При превышении порогового значения внешнего СВЧ поля в системе начинает развиваться низкочастотная неустойчивость. Поскольку в начале первый член, стоящий в показателе экспоненты знаменателя (5), всегда значительно превосходит второй, то температура, а поэтому и инкремент остаются постоянными. На этой стадии развития амплитуда неравновесного потенциала нарастает по экспоненциальному за-

---

*) Учет зависимости $\zeta(x_m,t)$ от времени приводит к малой поправке, равной $\ln[\zeta(\tau)/\zeta(\tau_p)]$.

кону с постоянным инкрементом. Это положение сохраняется до тех пор, пока два вышеуказанных члена не сравняются, что произойдет в момент времени

$$\tau^* = y_1(\tau_p)/|\delta T^*_{e0}| \, . \qquad (7)$$

По истечении этого времени амплитуда неравновесного потенциала, как это следует из (5), практически достигает равновесного значения. На следующей стадии это почти неизменное значение неравновесного потенциала разогревает электроны плазмы, так что по прошествии времени, равного величине нескольких обратных инкрементов, разность температур δT^*_e, а с ней и инкремент, экспоненциально приближаются к нулю. Таким образом, на второй стадии развития неустойчивости система достигает равновесного состояния с температурой электронов, большей начальной, и стационарным уровнем шумов.

Например, плазма с концентрацией $n \sim 10^{11}$ см$^{-3}$, температурой $T_e \sim 1$ эв в условиях, когда $|\delta T^*_e| \sim 1/3$, как это следует из формулы (7), достигает стационарного состояния за время $\tau_p = \gamma_E(x_p)t \sim 20$.

В заключение авторы выражают благодарность В. П. Силину за обсуждение результатов работы.

Поступила в редакцию
1 марта 1971 г.

Литература

1. В. П. Силин. ЖЭТФ, 53, 183 (1969).
2. Е. Н. Андреев, А. Ю. Кирий, В. П. Силин. ЖЭТФ, 57, 1152 (1970).