УДК 535.32

ОПТИКО-МЕХАНИЧЕСКАЯ АНАЛОГИЯ И ГРАВИТАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В МОДЕЛИ РАСШИРЕННОГО ПРОСТРАНСТВА

В. А. Андреев, Д. Ю. Ципенюк[1]

Используя аналогию между оптическими и механическими явлениями, развит новый подход к описанию гравитации. Для этого в расширенном $(1 + 4)$-мерном пространстве $G(1, 4)$ рассматриваются гравитационные эффекты, такие как вторая космическая скорость, красное смещение, радарное эхо, отклонение света и смещение перигелия Меркурия. Показано, что методы Модели расширенного пространства дают те же самые результаты, что и Общая теория относительности. Обсуждаются различные способы введения показателя преломления, соответствующего гравитационному полю.

Известно, что между механическими и оптическими явлениями существует определенное сходство, которое исторически проявилось в том, что ряд оптических явлений удавалось одинаково хорошо описывать как в рамках волновой, так и в рамках корпускулярной теорий. В частности, движение луча света в неоднородной среде во многом аналогично движению материальной частицы в потенциальном поле [1]. В данной работе мы воспользуемся этой связью для того, чтобы описать гравитационные явления.

В работах [2 – 7] была предложена Модель расширенного пространства (МРП) и построена электродинамика в этом пространстве. МРП является обобщением Специальной теории относительности (СТО) на (1+4)-мерное пространство, обладающее метрикой (+ - - - -). Мы обозначаем его $G(1, 4)$. Пространство Минковского $M(1, 3)$

[1]Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН.

является его подпространством. Роль пятой координаты в пространстве $G(1,4)$ играет интервал в пространстве Минковского $M(1,3)$. Мы будем обозначать ее буквой S. Другие координатные оси обозначим T, X, Y, Z. Одной из характерных особенностей этой теории является то, что в ней масса покоя частиц – величина переменная, и фотон, попадая в среду с показателем преломления $n > 1$, приобретает ненулевую массу.

Возможность того, что фотон обладает ненулевой массой, широко обсуждается как теоретиками, так и экспериментаторами. Обзор последних результатов в этой области содержится в работе [8]. Наш подход отличается тем, что в МРП масса частицы не постоянна, а определяется внешними воздействиями на частицу, теми процессами, в которых она участвует.

Согласно идеологии расширенного пространства внешние воздействия на любой объект описываются как изменение показателя преломления n в точке, где находится данный объект. Формально такие процессы в рамках нашей модели описываются поворотами в расширенном пространстве $G(1,4)$ [2, 6].

Одним из примеров физического объекта, которому сопоставляется некоторый показатель преломления, является гравитационное поле. Согласно Общей теории относительности (ОТО) свет отклоняется в гравитационном поле. Это отклонение можно интерпретировать как движение светового луча в среде с неоднородным показателем преломления, и тем самым сопоставить гравитационному полю некоторый показатель преломления.

В данной работе мы рассмотрим известные гравитационные эффекты, используемые для обоснования ОТО, и покажем, что все их можно описать и в рамках МРП. Отметим также, что в настоящее время попытки по-новому осмыслить гравитационные эффекты предпринимаются и другими авторами [9 – 13].

Формализм МРП. В расширенном пространстве $G(1,4)$ каждой частице сопоставляется 5-вектор

$$\mathbf{p} = \left(\frac{E}{c}, p_x, p_y, p_z, mc\right). \tag{1}$$

Для свободных частиц он является изотропным [14],

$$E^2 = c^2 p_x^2 + c^2 p_y^2 + c^2 p_z^2 + m^2 c^4. \tag{2}$$

Параметр n связывает скорость света в пустоте c со скоростью света в среде $v = c/n$. С его помощью можно параметризовать пятую координату в пространстве $G(1,4)$. При этом пустому пространству Минковского $M(1,3)$ соответствует $n = 1$. В нем свет движется со скоростью c. Попадание света в среду с $n \neq 1$ интерпретируется как выход фотона из пространства Минковского и переход его в другое подпространство пространства $G(1,4)$. Такой переход можно описать с помощью поворотов в пространстве $G(1,4)$. Все типы таких поворотов изучены в работах [2, 6]. В пустом пространстве в неподвижной системе отсчета имеется два принципиально различных объекта, с нулевой и ненулевой массами. В пространстве $G(1,4)$ им соответствуют 5-векторы

$$\left(\frac{\hbar\omega}{c},\ \frac{\overrightarrow{\hbar\omega}}{c},\ 0 \right);\ (\ mc\ ,\ 0,0,0,\ mc\ )\ . \tag{3}$$

При гиперболических поворотах на угол θ в плоскости (TS) фотонный вектор (с нулевой массой) преобразуется следующим образом [2, 6]:

$$\left(\frac{\hbar\omega}{c},\frac{\hbar\omega}{c},0,0,0\right) \rightarrow \left(\frac{\hbar\omega}{c}\cosh\theta,\frac{\hbar\omega}{c},0,0,\frac{\hbar\omega}{c}\sinh\theta\right) = \left(\frac{\hbar\omega}{c}n,\frac{\hbar\omega}{c},0,0,\frac{\hbar\omega}{c}\sqrt{n^2-1}\right). \tag{4}$$

В результате такого преобразования возникает частица с массой

$$m = \frac{\hbar\omega}{c^2}\sinh\theta = \frac{\hbar\omega}{c^2}\sqrt{n^2-1}. \tag{5}$$

При этих же поворотах массивный вектор преобразуется следующим образом

$$(\ mc\ ,\ 0,0,0\ ,\ mc\ )\ \rightarrow\ \left(\ mce^{\theta}\ ,\ 0,0,0\ ,\ mce^{\theta}\ \right),\quad e^{\theta\pm}\ =\ n \pm \sqrt{n^2-1}. \tag{6}$$

При таком повороте массивная частица меняет свою массу

$$m\ \rightarrow\ me^{\theta}\ ,\quad 0\ \leq\ \theta < \infty \tag{7}$$

и энергию, но сохраняет импульс.

При повороте на угол ψ в плоскости (XS) фотонный вектор преобразуется по закону

$$\left(\frac{\hbar\omega}{c},\frac{\hbar\omega}{c},0,0,0\right) \rightarrow \left(\frac{\hbar\omega}{c},\frac{\hbar\omega}{c}\cos\psi,0,0,\frac{\hbar\omega}{c}\sin\psi\right) = \left(\frac{\hbar\omega}{c},\frac{\hbar\omega}{cn},0,0,\frac{\hbar\omega}{cn}\sqrt{n^2-1}\right). \tag{8}$$

При этом фотон приобретает массу

$$m = \frac{\hbar\omega}{c^2}\sin\psi = \frac{\hbar\omega}{c^2 n} \tag{9}$$

и скорость

$$v = c\cos\psi = \frac{c}{n}. \tag{10}$$

Вектор массивной частицы преобразуется по закону

$$(mc, 0, 0, 0, mc) \to (mc, -mc\sin\psi, 0, 0, mc\cos\psi) = \left(mc, -\frac{mc}{n}\sqrt{n^2-1}, 0, 0, \frac{mc}{n}\right). \tag{11}$$

Энергия частицы при таком преобразовании сохраняется, но меняется ее масса

$$m \to m\cos\psi = \frac{m}{n} \tag{12}$$

и импульс

$$0 \to -mc\sin\psi = -\frac{mc}{n}\sqrt{n^2-1}. \tag{13}$$

Важным свойством преобразований (4),(8) является то, что масса фотона, которую они порождают, может иметь как положительный, так и отрицательный знак. Это следует непосредственно из свойств симметрии пространства $G(1,4)$. Что касается частиц, которые изначально имели положительную массу, то после преобразований (6), (11) их масса останется положительной.

Показатель преломления гравитационного поля. Изучим теперь вопрос о показателе преломления гравитационного поля. Пусть имеется точечная масса, гравитационное поле которой описывается решением Шварцшильда. Мы предполагаем, что гравитационный радиус r_g мал и будем рассматривать все эффекты на расстояниях $r > r_g$.

Показатель преломления $n(r)$ можно получить из формулы интервала в слабом гравитационном поле [14]

$$ds^2 = (c^2 + 2\varphi)dt^2 - dr^2, \tag{14}$$

где φ – потенциал гравитационного поля.

Полагая $dr = vdt$, $ds^2 = 0$ и $\varphi(r) = -\frac{\gamma M}{r}$, получим скорость фотона в гравитационном поле

$$v = c\left(1 + \frac{2\varphi}{c^2}\right)^{1/2} \approx c\left(1 + \frac{\varphi}{c^2}\right) \approx c\left(1 - \frac{\gamma M}{rc^2}\right). \tag{15}$$

Другой подход к определению показателя преломления развивался в работах [15, 16]. Эта же формула была получена Коллинзом другим способом [17]. Он рассматривает частицу массы m_0, находящуюся бесконечно далеко от точечного источника гравитационного поля массы M. Такая частица обладает энергией $E_0 = m_0c^2$. При перемещении на расстояние r от источника поля, ее энергия возрастает до величины $E = m_0c^2 + (\gamma m_0 M)/r$. Это изменение энергии можно интерпретировать как изменение массы покоя в гравитационном поле

$$m = m_0\left(1 + \frac{\gamma M}{rc^2}\right). \tag{16}$$

Воспользовавшись законом сохранения импульса $mv = m_0v_0$, получаем закон изменения скорости в гравитационном поле

$$v = v_0\left(1 + \frac{\gamma M}{rc^2}\right)^{-1}. \tag{17}$$

Полагая, что этот закон распространяется и на фотоны, получаем формулу для изменения скорости фотона в гравитационном поле

$$v = c\left(1 + \frac{\gamma M}{rc^2}\right)^{-1} \approx c\left(1 - \frac{\gamma M}{rc^2}\right). \tag{18}$$

Формулы (15), (18) можно интерпретировать как попадание фотона в среду с показателем преломления

$$n(r) = 1 + \frac{\gamma M}{rc^2}. \tag{19}$$

В том случае, когда скорость частицы v сравнима со скоростью света c, в формуле (16) следует учесть релятивистскую поправку к массе покоя m и записать ее в виде

$$m = m_0\left(1 + \frac{\gamma M}{rc^2} + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right). \tag{20}$$

Соотвествующий показатель преломления будет иметь вид

$$n'(r) = 1 + \frac{\gamma M}{rc^2} + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}. \tag{21}$$

Гравитационные эффекты в МРП. Рассмотрим, используя формализм МРП, различные гравитационные эффекты.

1) Вторая космическая скорость. Вторая космическая скорость v_2 – это та скорость, которую надо сообщить телу, находящемуся на поверхности Земли, чтобы оно смогло

удалиться от нее на бесконечно большое расстояние. Пусть M – масса Земли, m – масса тела, находящегося на его поверхности, а R – радиус этой поверхности. Выражение для второй космической скорости имеет вид [18]

$$v_2 = \sqrt{2gR} = \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}}. \tag{22}$$

Получим теперь формулу (22) методами МРП.

Рассмотрим покоящуюся массивную частицу, удаленную на бесконечно большое расстояние от Земли. В рамках нашей модели такая частица описывается изотропным 5-вектором энергии-импульса-массы (3). Пространственному движению в поле тяжести вдоль оси X можно сопоставить перемещение в расширенном пространстве $G(1,4)$ в плоскости XS из точки с показателем преломления $n = 1$ в точку с показателем преломления $n(r)$. Такое движение описывается поворотом (11).

Здесь угол поворота ψ выражается через показатель преломления n. При этом покоящаяся массивная частица приобретает скорость

$$v = c\frac{\sqrt{n^2-1}}{n}.$$

Предполагая, что показатель преломления n близок к единице, т.е. что

$$1 \gg \varepsilon = \frac{\gamma M}{rc^2}, \tag{23}$$

получаем, что

$$v \approx c\sqrt{2\varepsilon}. \tag{24}$$

В случае, когда $r = R$ – радиусу Земли, формула (24) совпадает с формулой (27) и дает вторую космическую скорость $v = v_2$.

2) Красное смещение. Под гравитационным красным смещением понимают изменение частоты фотона при изменении величины гравитационного поля, в котором он находится. В частности, при уменьшении напряженности поля частота фотона также уменьшается, то есть он краснеет [14]. В ОТО формула, задающая изменение частоты света, имеет вид [14]

$$\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{g_{00}}} \approx \omega_0\left(1 + \frac{\gamma M}{rc^2}\right). \tag{25}$$

Здесь ω_0 – частота фотона, измеренная в мировом времени, она остается постоянной при распространении луча света. А ω – частота того же самого фотона, измеренная в собственном времени, она различна в различных точках пространства. Если фотон был испущен массивной звездой, то вблизи звезды при малых r частота фотона больше, чем вдали от нее при больших r. На бесконечности, в области плоского пространства, там, где уже отсутствует гравитационное поле, мировое время совпадает с собственным и ω_0 есть наблюдаемая частота фотона.

Рассмотрим теперь ту же самую задачу с точки зрения МРП.

Красное смещение – это изменение энергии фотона при изменении свойств окружающей среды, а именно, при изменении напряженности гравитационного поля. В рамках нашей модели фотону, находящемуся в пустом пространстве, сопоставляется изотропный 5-вектор (3). Процесс его перемещения в точку с показателем преломления n, при котором происходит изменение его частоты, а значит и энергии, описывается поворотом в (TS)-плоскости. При этих поворотах фотонный вектор преобразуется в соответствии с формулой (4). Отсюда видно, что ω_0 – частота фотона в пустоте и ω – его частота в поле – связаны соотношением

$$\omega = \omega_0 \cosh\theta = \omega_0 n. \tag{26}$$

Подставляя (19) в (26), получаем формулу

$$\omega = \omega_0 n_2 = \omega_0 \left(1 + \frac{\gamma M}{rc^2}\right), \tag{27}$$

которая совпадает с формулой (25).

Отметим, что с точки зрения нашей модели формулу (26) следует считать лишь первым приближением к точному результату. Оценим поправку, соответствующую тому, что в этой модели фотон, попадая в область с $n > 1$, приобретает ненулевую массу. По этой причине часть его энергии может быть связана не с частотой, а с массой. Оценим величину этой энергии для случая, когда измеряется смещение частоты фотона, падающего с высоты H в однородном гравитационном поле, с ускорением свободного падения g. Именно такая ситуация была реализована в известных экспериментах Паунда и Ребки [19]. Изменение энергии, соответствующее такому сдвигу частоты, равно

$$\Delta E = \left(\frac{\hbar\omega}{c^2}\right) gH. \tag{28}$$

Согласно формуле (4), при повороте в плоскости (TS) фотон приобретает массу

$$m = \frac{\hbar\omega}{c^2}\sqrt{n^2-1}. \tag{29}$$

Разница потенциальных энергий в точке испускания и точке поглощения фотона, отличающихся высотой H, равна

$$\delta E = mgH = \left(\frac{\hbar\omega}{c^2}\right) gH\sqrt{n^2-1}. \tag{30}$$

Вблизи поверхности Земли показатель преломления гравитационного поля задается формулой (19). Принимая во внимание неравенство (23), получим оценку

$$\delta E \approx \left(\frac{\hbar\omega}{c^2}\right) gH\sqrt{\frac{2\gamma M}{Rc^2}} = \left(\frac{\hbar\omega}{c^2}\right) gH\sqrt{\frac{2gR}{c^2}} \approx \left(\frac{\hbar\omega}{c^2}\right) gH(2.5\cdot 10^{-5}). \tag{31}$$

Мы видим, что поправка к эффекту, связанная с появлением у фотона ненулевой массы, вблизи поверхности Земли составляет всего 10^{-5} от величины самого эффекта.

3) Запаздывание радарного эха. Явление запаздывания радарного эха состоит в том, что время распространения светового сигнала до некоторого объекта и обратно различно в зависимости от того, распространяется этот сигнал в пустоте, или же в гравитационном поле. Такая задержка измерялась в экспериментах по локации Меркурия и Венеры [20], и было обнаружено удовлетворительное согласие с предсказаниями ОТО. Эти эксперименты также анализировались в [21]. Покажем, что аналитическое выражение для величины запаздывания радарного эха в МРП совпадает с тем, которое получается в ОТО. Это сразу следует из того, что при вычислении времени задержки фотона Δt используется только его скорость $v(t)$ [15, 16]. Будем условно считать, что объектом локации является Солнце. В этом случае мы имеем

$$\Delta t = 2\left(\int_{R_s}^{r_e}\frac{dr}{v(r)} - \int_{R_s}^{r_e}\frac{dr}{c}\right). \tag{32}$$

Здесь R_s – радиус Солнца, а r_e – расстояние от Земли до Солнца. Но $v = \frac{c}{n}$. Подставляя v в (32), получаем

$$\Delta t = \frac{4\gamma M}{r_e c^2}\ln\frac{r_e}{R_s}. \tag{33}$$

Формула (33) совпадает с выражением, полученным в работах [16, 21].

4) Отклонение света. Рассмотрим теперь эффект отклонения света в гравитационном поле. В общей теории относительности величину угла отклонения ψ луча света

от прямолинейной траектории при его движении вблизи массивного тела определяют, решая уравнение эйконала, определяющего траекторию этого луча в цетрально-симметричном гравитационном поле [14]. При этом получается ответ

$$\psi = 4\frac{\gamma M}{Rc^2}. \tag{34}$$

Здесь M – масса тела, а R – расстояние, на котором луч проходит от центра поля.

В рамках МРП этот эффект обусловлен двумя разными процессами.

Рассмотрим два луча: один проходит точно через край Солнца, а другой – на расстоянии h от него. Предполагается, что $h \ll R_s < r = \sqrt{x^2 + R_s^2}$. При прохождении этими лучами линейного отрезка длиной dx разность оптических путей составит

$$\delta x = dxn(r) - dxn(r + h\cos\varphi) = \tag{35}$$

$$= dx\left(1 + \frac{r_g}{2r}\right) - dx\left(1 + \frac{r_g}{2(r + h\cos\varphi)}\right) \approx \frac{r_g h\cos\varphi}{2r^2}dx.$$

Здесь r_g – гравитационный радиус Солнца.

Такой разности оптических путей соответствует угол отклонения волнового фронта

$$\delta\varphi \approx \frac{\delta x}{h} = \frac{r_g\cos\varphi}{2r^2}dx = \frac{r_g R_s}{2r^3}dx = \frac{r_g R_s dx}{2(x^2 + R_s^2)^{3/2}}. \tag{36}$$

Интегрируя это выражение по x от $-\infty$ до $+\infty$, получим угол отклонения

$$\varphi = r_g R_s \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{2(x^2 + R_s^2)^{3/2}} = \frac{r_g}{R_s} = 2\frac{\gamma M}{R_s c^2}. \tag{37}$$

Выражение (37) дает половину угла (34). Оно получено в приближении геометрической оптики, без учета того, что согласно МРП в гравитационном поле фотон должен приобрести массу.

Оценим теперь вторую половину эффекта, обусловленную тем, что фотон в гравитационном поле приобретает ненулевую массу. В данном случае величина этой массы нам не важна и будем обозначать ее просто m_f. Рассмотрим движение частицы массы m_f в гравитационном поле, создаваемом массой M, предполагая, что частица движется к этому центру с прицельным расстоянием R. Пусть ее движение в плоскости (XY) описывается обычным уравнением Ньютона

$$m_f \frac{d^2 y}{dt^2} = -\gamma \frac{M m_f}{r^2} \frac{y}{r}. \tag{38}$$

Здесь $r^2 = x^2 + y^2$.

Масса фотона m_f предполагается постоянной, по этой причине ее можно исключить из уравнения (38). Мы предполагаем, что движение фотона происходит, в основном, вдоль оси X, а переменная y меняется мало, оставаясь близкой к значению прицельного параметра R. Мы также считаем, что скорость фотона все время остается постоянной и равной скорости света в пустоте c. Поэтому, используя соотношения

$$y \approx R, \quad x = ct, \tag{39}$$

уравнение (38) можно преобразовать к виду

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\gamma M R}{r^3}. \tag{40}$$

После однократного интегрирования получаем

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\gamma M}{c^2 R} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}. \tag{41}$$

С помощью этого уравнения можно вычислить угол отклонения

$$\theta \approx \frac{dy}{dx}\,|_{-\infty} - \frac{dy}{dx}\,|_{\infty} = 2\frac{\gamma M}{Rc^2}. \tag{42}$$

В случае, когда прицельный параметр R равен радиусу Солнца R_s, угол θ совпадает с углом φ из формулы (37).

В МРП эти два эффекта суммируются и дают общий угол отклонения

$$\theta + \varphi = 4\frac{\gamma M}{Rc^2}. \tag{43}$$

Мы видим, что результат (43) совпадает с формулой (34).

5) Смещение перигелия Меркурия. Смещение перигелия Меркурия возникает из-за того, что за счет искривления пространства закон притяжения Ньютона деформируется. Траектория частицы становится незамкнутой, и при каждом повороте её перигелий смещается на некоторый угол. Его величина определяется законом взаимодействия. В случае потенциала Шварцшильда сила взаимодействия масс имеет вид [22]

$$F(r) = -\frac{\gamma M m}{r^2 \sqrt{1 - r_g/r - v^2/c^2}}. \tag{44}$$

Здесь r_g – гравитационный радиус массы M, а v – скорость движения частицы с массой m по орбите. Скорость движения Меркурия по орбите вокруг Солнца равна примерно 48 *км/сек*, что дает величину релятивистской поправки $v^2/c^2 \approx 5 \times 10^{-8}$. Гравитационная поправка имеет величину $r_g/r \approx 5 \times 10^{-8}$ и сравнима с релятивистской. Можно считать, что в формуле (44) масса частицы m зависит от расстояния и скорости. Но поскольку обе эти поправки малы, общее преобразование массы m можно записать в виде

$$m \;\to\; m\left(1 + \frac{\gamma M}{rc^2} + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right). \tag{45}$$

Расчет с использованием силы (44) и с учетом приближения (45) дает величину смещения перигелия Меркурия, близкую к наблюдаемой.

Рассмотрим теперь эту задачу в рамках МРП. Мы имеем частицу с ненулевой массой, находящуюся в гравитационном поле. Поскольку релятивистской поправкой в данном случае пренебречь нельзя, будем использовать показатель преломления (21). В данном случае попадание частицы из области с показателем преломления $n = 1$ в область с показателем преломления n' происходит за счет изменения величины силы, действующей на частицу, т.е. за счет изменения её энергии. Поэтому следует использовать поворот (TS) в пространстве $G(1,4)$. При таком повороте массивный вектор преобразуется в соответствии с (6), и массивная частица меняет свою массу по закону

$$m \;\to\; me^{\theta}, \quad 0 \le \theta < \infty. \tag{46}$$

При таком преобразовании из частиц с массой m могут возникнуть частицы с массами

$$m_+ \;=\; me^{\theta_+} \;=\; m(n + \sqrt{n^2 - 1}), \quad m_- \;=\; me^{\theta_-} \;=\; m(n - \sqrt{n^2 - 1}). \tag{47}$$

Мы предполагаем, что в макроскопическом массивном теле имеется равное число частиц, преобразующихся по законам (47), и будем использовать усреднённый закон преобразования

$$m \;\to\; mn_2' \;=\; m\left(1 + \frac{\gamma M}{rc^2} + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right). \tag{48}$$

Мы видим, что формула (48) совпадает с формулой (45).

Заключение. Мы показали, что предсказания ОТО можно получить в рамках МРП, основываясь на аналогии между оптическими и механическими явлениями. На самом деле полученные результаты являются лишь первым приближением в оценке величины гравитационных эффектов. Их можно уточнить, учитывая физические процессы, которые происходят в расширенном пространстве. Так например, при расчете величины отклонения света не учитывался тот факт, что фотон в гравитационном поле приобретает массу, и на него еще дополнительно действует сила притяжения. Однако, по всей видимости, величина этих дополнительных эффектов невелика. Это показывает пример вычисления соответствующей поправки (31) к изменению частоты фотона.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Сивухин Д. В. Общий курс физики. Оптика, М., Наука, 1985.

[2] Ципенюк Д. Ю., Андреев В. А. Препринт ИОФАН N 5, М., 1999.

[3] Ципенюк Д. Ю., Андреев В. А. Препринт ИОФАН N 9, М., 1999.

[4] Ципенюк Д. Ю., Андреев В. А. Препринт ИОФАН N 2, М., 2000.

[5] Ципенюк Д. Ю., Андреев В. А. Препринт ИОФАН N 1, М., 2001.

[6] Ципенюк Д. Ю., Андреев В. А. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 6, 23 (2000); arXiv:gr-qc/0106093, (2001).

[7] Ципенюк Д. Ю., Андреев В. А. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 6, 3 (2002); arXiv:physics/0302006, (2003).

[8] Ривлин Л. А. Квантовая электроника, **33**, 777 (2003).

[9] Барышев Ю. В., Губанов А. Г., Райков А. А. Гравитация, **2**, 72 (1996).

[10] Окороков В. В. Препринт ИТЭФ, **27-98**, 6 (1998).

[11] Стрельцов В. Н. Сообщения ОИЯИ, **P2-99-133**, 3 (1999).

[12] Beshtoev Kh. M. Defect Mass in Gravitational Field and Red Shift of Atoms and Nuclear Spectra, **arXiv:quant-ph/0004074 v1**, (2000).

[13] Dubrovskiy V. A. Measurements of the Gravity Wawes Velocity, **arXiv:astro-ph/0106350**, (2001).

[14] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля, М., Наука, 1967.

[15] Окунь Л. Б., Селиванов К. Г., Телегди В. Л. УФН, **169**, 1141 (1999).

[16] Окунь Л. Б. УФН, **170**, 1366 (2000); **arXiv:hep-ph/0010120 v2**, (2000).

[17] Collins R. L. Gravity slows the speed of light, **APS eprint server**, (8/9/97).

[18] О л ь х о в с к и й И. И. Курс теоретической механики для физиков, М., Наука, 1970.

[19] P o u n d R. V., R e b k a G. A. Phys. Rev. Lett., **4**, 337 (1960).

[20] S h a p i r o I. I. Phys. Rev. Lett., **13**, 789 (1964).

[21] В е й н б е р г С. Гравитация и космология, М., Мир, 1975.

[22] М е л л е р К. Теория относительности, М., Атомиздат, 1975.

Поступила в редакцию 29 июня 2004 г.