

О ТЕРМИЧЕСКИХ ИСКАЖЕНИЯХ РЕЗОНАТОРА ОКГ В СЛУЧАЕ СТЕРЖНЯ ИЗ ГРАНАТА В ФОРМЕ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ

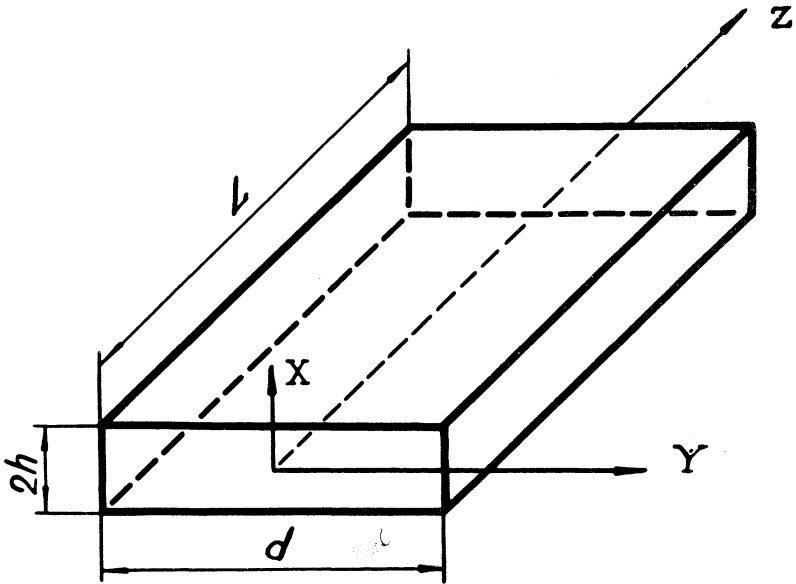
Е. М. Дианов

Известно, что термические искажения резонатора твердотельных ОКГ оказывают заметное влияние на характеристики лазерного излучения, например, на расходимость, поляризацию излучения и т.д. Особенно существенно это воздействие в лазерах, работающих с большой частотой повторения импульсов или в непрерывном режиме вследствие сильного нагрева активных элементов. В работе /1/ показано, что в лазере на гранате, работающем в непрерывном режиме, температура в центре стержня достигает 114°C , а перепад температуры между центром стержня и его поверхностью достигает 57°C .

В литературе имеется много работ, посвященных изучению термических искажений резонатора в лазерах на гранате с круглыми стержнями (например, работы /1,2/).

В настоящей работе дается теоретическое рассмотрение термических искажений резонатора, возникающих при накачке гранатового стержня прямоугольной формы. Получены выражения для изменения показателя преломления активной среды при неоднородном нагреве стержня и для изменения длины оптического пути по сечению стержня.

Рассмотрим тонкую ($2h \ll L, d$) пластину граната (рис.1) и предположим, что температура меняется только по толщине пластины, причем $T(x) = T(-x)$. Выбе-



Р и с. 1.

рем следующую ориентацию пластины относительно кристаллографических осей кристалла граната:

$$z \rightarrow [111], \quad x \rightarrow [10\bar{1}], \quad y \rightarrow [\bar{1}2\bar{1}].$$

Вычислим изменение показателя преломления, обусловленное температурными напряжениями в пластине.

Кристалл граната имеет кубическую симметрию и в ненапряженном состоянии является изотропным материалом. Индикатриса представляет собой сферу и описывается уравнением

$$V_0(x^2 + y^2 + z^2) = 1, \quad V_0 = 1/n_0^2, \quad (1)$$

n_0 - показатель преломления.

При возникновении напряжений индикатриса деформируется и описывается теперь уравнением

$$V_{xx}x^2 + V_{yy}y^2 + V_{zz}z^2 + 2V_{yz}yz + 2V_{xz}xz + 2V_{xy}xy = 1, \quad (2)$$

где $V_{xx} = V_0 + \Delta V_{xx}$, $V_{yz} = \Delta V_{yz}$ и т.д. Изменения ΔV_{ij} находятся из матричного уравнения

$$\Delta V_{ij} = P_{ijkl} \epsilon_{kl}, \quad (i, j, k, l = x, y, z). \quad (3)$$

P_{ijkl} - тензор четвертого ранга, определяющий пьезооптический эффект. Деформации ϵ_{kl} , возникающие в тонкой пластине с определенным выше распределением температуры, описываются выражениями /3/

$$\epsilon_{xx} = \frac{2\nu}{1-\nu} \frac{\alpha}{2h} \int_{-h}^{+h} T(x) dx + \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \alpha T(x), \quad (4)$$

$$\epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} = \frac{\alpha}{2h} \int_{-h}^{+h} T(x) dx, \quad \epsilon_{xy} = \epsilon_{yz} = \epsilon_{zx} = 0.$$

Здесь α - коэффициент линейного расширения, ν - коэффициент Пуассона. Матрица упругооптических коэффициентов граната дана в книге /4/. Опуская громоздкие промежуточные выкладки, напомним окончательный результат решения (3)

$$\begin{aligned} \Delta B_{xx} &= p_{11} \left(\frac{1}{2} \epsilon_{xx} + \frac{1}{6} \epsilon_{yy} + \frac{1}{3} \epsilon_{zz} \right) + p_{12} \left(\frac{1}{2} \epsilon_{xx} + \frac{5}{6} \epsilon_{yy} + \frac{2}{3} \epsilon_{zz} \right) \\ &\quad - 2p_{44} \left(-\frac{1}{2} \epsilon_{xx} + \frac{1}{6} \epsilon_{yy} + \frac{1}{3} \epsilon_{zz} \right), \\ \Delta B_{yy} &= p_{11} \left(\frac{1}{6} \epsilon_{xx} + \frac{1}{2} \epsilon_{yy} + \frac{1}{3} \epsilon_{zz} \right) + p_{12} \left(\frac{5}{6} \epsilon_{xx} + \frac{1}{2} \epsilon_{yy} + \frac{2}{3} \epsilon_{zz} \right) \\ &\quad - 2p_{44} \left(\frac{1}{6} \epsilon_{xx} - \frac{1}{2} \epsilon_{yy} + \frac{1}{3} \epsilon_{zz} \right), \\ \Delta B_{zz} &= p_{11} \left(\frac{1}{3} \epsilon_{xx} + \frac{1}{3} \epsilon_{yy} + \frac{1}{3} \epsilon_{zz} \right) + p_{12} \left(\frac{2}{3} \epsilon_{xx} + \frac{2}{3} \epsilon_{yy} + \frac{2}{3} \epsilon_{zz} \right) \\ &\quad - 2p_{44} \left(\frac{1}{3} \epsilon_{xx} + \frac{1}{3} \epsilon_{yy} + \frac{2}{3} \epsilon_{zz} \right), \\ \Delta B_{yz} &= \frac{1}{3\sqrt{2}} (\epsilon_{yy} - \epsilon_{xx}) (p_{11} - p_{12} - 2p_{44}), \\ \Delta B_{xy} &= \Delta B_{xz} = 0. \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь p_{11} , p_{12} и p_{44} - упругооптические коэффициенты граната.

Поскольку свет распространяется в пластине вдоль оси z , для нас интересно уравнение индикатрисы в плоскости, перпендикулярной этой оси

$$(B_0 + \Delta B_{xx})x^2 + (B_0 + \Delta B_{yy})y^2 = 1.$$

Это уравнение эллипса с главными осями вдоль ox и oy . Соответствующие изменения показателя преломления будут описываться следующими выражениями /4/:

$$\Delta n_x^0 = n_x - n_0 = - (n_0^3/2) \Delta B_{xx},$$

$$\Delta n_y^0 = n_y - n_0 = - (n_0^3/2) \Delta B_{yy}.$$

Величина наведенного двойного лучепреломления будет описываться уравнением

$$n_y - n_x = \frac{n_0^3}{2} (\Delta B_{xx} - \Delta B_{yy}) = -\frac{n_0^3}{6} (\epsilon_{yy} - \epsilon_{xx}) \times \\ \times (p_{11} - p_{12} + 4p_{44}). \quad (6)$$

Полное изменение показателя преломления

$$\Delta n(x) = \Delta n^0 + \beta \Delta T, \quad \beta = \frac{\partial n}{\partial T}. \quad (7)$$

Запишем изменение длины оптического пути луча, распространяющегося в резонаторе вдоль оси z , обусловленное приложенным градиентом температуры

$$\Delta r(x) = L [\Delta n(x) + (n_0 - 1) \epsilon_{zz}]. \quad (8)$$

Нас интересует разность хода δ лучей, проходящих через точки $x = 0$ и $x = x'$, как степень термических искажений резонатора

$$\delta = \Delta r(x') - \Delta r(0). \quad (9)$$

Производя вычисления с учетом (4) и (5), получим для света, поляризованного вдоль оси x

$$\delta_x(x') = L \left[\beta - \frac{n_0^3}{2} c_2 \right] \Delta T(x'), \quad (10)$$

и для света, поляризованного вдоль оси y

$$\delta_y(x') = L \left[\beta - \frac{n_0^3}{2} c_4 \right] \Delta T(x'). \quad (11)$$

Здесь $\Delta T(x')$ - разность температур между точками $x = x'$ и $x = 0$,

$$c_2 = \frac{\alpha(1 + \nu)}{2(1 - \nu)} (p_{11} + p_{12} + 2p_{44}),$$

$$c_4 = \frac{\alpha(1 + \nu)}{6(1 - \nu)} (p_{11} + 5p_{12} - 2p_{44}).$$

Для сравнения запишем аналогичные формулы для другой ориентации пластины относительно кристаллографических осей граната. Пусть $z \rightarrow [001]$, $y \rightarrow [010]$, $x \rightarrow [100]$. Тогда нетрудно получить следующие формулы:

$$\begin{aligned} \Delta B_{xx} &= p_{11} \epsilon_{xx} + p_{12} (\epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}), \\ \Delta B_{yy} &= p_{11} \epsilon_{yy} + p_{12} (\epsilon_{xx} + \epsilon_{zz}), \\ \Delta B_{zz} &= p_{11} \epsilon_{zz} + p_{12} (\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}), \\ \Delta B_{xy} &= \Delta B_{xz} = \Delta B_{zy} = 0, \end{aligned} \quad (5')$$

$$n_y - n_x = -\frac{n_0^3}{2} (p_{11} - p_{12}) (\epsilon_{yy} - \epsilon_{xx}), \quad (6')$$

$$\delta_x(x') = L \left[\beta - \frac{n_0^3}{2} \frac{\alpha(1 + \nu)}{(1 - \nu)} p_{11} \right] \Delta T(x'), \quad (10')$$

$$\delta_y(x') = L \left[\beta - \frac{n_0^3}{2} \frac{\alpha(1 + \nu)}{(1 - \nu)} p_{12} \right] \Delta T(x'). \quad (11')$$

Произведем сравнительные численные оценки величины термических искажений и двойного лучепреломления для двух рассмотренных ориентаций оси пластины относительно кристаллографических осей граната. Для этого воспользуемся следующими параметрами граната из работы /2/:

$$n_0 = 1,82, \quad \nu = 0,3, \quad \alpha = 7,9 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}, \quad \beta = 7,3 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C},$$

$$p_{11} = -0,0290, \quad p_{12} = 0,0091, \quad p_{44} = -0,0615.$$

Тогда для $z \rightarrow [111]$

$$\delta_x(x') = L\Delta T(x') \cdot 10,5 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C},$$

$$\delta_y(x') = L\Delta T(x') \cdot 6,3 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C},$$

$$n_y - n_x = \frac{n_0^3}{2} (\epsilon_{yy} - \epsilon_{xx}) = 0,0947.$$

Для $z \rightarrow [001]$

$$\delta_x(x') = L\Delta T(x') \cdot 8,6 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C},$$

$$\delta_y(x') = L\Delta T(x') \cdot 6,9 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C},$$

$$n_y - n_x = \frac{n_0^3}{2} (\epsilon_{yy} - \epsilon_{xx}) = 0,038.$$

Таким образом, величина наведенного двойного лучепреломления примерно в 2,5 раза меньше для случая $z \rightarrow [001]$. Что же касается величины термических искажений, они будут меньшими для света с поляризацией вдоль оси y .

Мы видели выше, что для стержня из граната в виде тонкой пластины с симметричным распределением температуры сечение индикатрисы плоскостью, перпендикулярной направлению распространения света, представляет собой эллипс с главными осями вдоль ox и oy . Это обстоятельство позволяет получать линейно поляризованное (вдоль осей x или y) излучение без потери выходной мощности, помещая в резонатор поляризующий элемент. При этом в лазере с установившимся распределением температуры в стержне можно компенсировать возникающую тепловую линзу с помощью подходящей оптики.

Поступила в редакцию
3 июня 1971 г.

Л и т е р а т у р а

1. W. Koechner, Appl. Opt., 9, 1429 (1970).
2. W. Koechner, D. K. Rice., IEEE J. Quantum Electron., QE-6, 557 (1970).
3. А. Б. Боли, Д. Х. Уайнер. Теория температурных напряжений. М., 1984 г.
4. Дж. Най. Физические свойства кристаллов. М., 1967 г.