

УДК 537.523

СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПЛАЗМЕННЫЙ ТОРОИДАЛЬНЫЙ ВИХРЬ В ВОЗДУХЕ

У. Юсупалиев

Исследованы силы, действующие на турбулентный плазменный тороидальный вихрь в воздухе. Получено решение уравнения движения такого вихря. Найденное решение удовлетворительно согласуется с опытными данными до момента возникновения неустойчивостей вихря.

1. *Введение.* Изучение плазменного тороидального вихря в воздухе при атмосферном давлении началось сравнительно недавно – с конца 70-х годов прошлого столетия [1, 2]. Дальнейшее развитие исследований в этом направлении отражено в работах [3 – 7]. Обычно плазменный тороидальный вихрь образуется при импульсном осесимметричном истечении плазмы в воздух после прекращения разряда в камере плазмотрона специальной конструкции. Как показал эксперимент [7], наиболее устойчивый плазменный тороидальный вихрь в воздухе формируется при дозвуковом истечении плазмы, $\Pi < \Pi_0$ и $\beta_B = \tau_0 / \Delta t_u \leq 1$, где $\Pi = p_{II} / p_\infty$, β_B – критериальные безразмерные параметры режимов импульсного осесимметричного истечения плазмы в газовую среду, Π_0 – граничное безразмерное число, разделяющее дозвуковой и сверхзвуковой режим импульсного истечения плазмы, $p_{II} = p_0 + bq(t)$ – газокINETическое давление плазмы в разрядной камере, p_0 – начальное давление газа в разрядной камере плазмотрона, p_∞ – давление газа окружающей среды, q – удельный энерговклад в разряд, b – коэффициент пропорциональности между q и p_{II} , Δt_u – длительность истечения плазмы из разрядной камеры, τ_B – характерное время образования плазменного тороидального вихря. Во время разряда в дозвуковом режиме импульсного истечения плазмы при $\beta_B < 1$ формируется грибовидное образование, подобное тому, которое возникает при мощном взрыве (ядерном, ВВ). В поздней стадии ($t > \Delta t_u$) дозвукового режима истечения из оставшейся шляпки “гриба” формируются плазменный тороидальный вихрь – светящееся плазменное кольцо и не захваченный в вихревое движение плазменный шар.

Со временем светящееся кольцо отделяется от плазменного облака. Здесь под устойчивым плазменным тороидальным вихрем понимается такой вихрь, характерное время жизни τ_L которого намного превышает длительность импульсного истечения плазмы Δt_u , а именно $\tau_L/\Delta t_u \geq 60 - 70$. Согласно экспериментальным данным [7], такой плазменный тороидальный вихрь является турбулентным (число Рейнольдса составляет $Re \approx 10^5 - 10^7$).

Одним из основных свойств плазменного тороидального вихря является большое расстояние, которое он проходит в среде до его распада, по сравнению с расстоянием, проходимым плазменным шаром такого же радиуса, что и вихрь. Так, пройденное расстояние плазменным тороидальным вихрем до его распада может достигать до $z_{max} \approx (60 - 150)R_0$ в зависимости от его начальных параметров (где R_0 – начальный радиус вихря) [4]. Заметим, что таким же свойством обладает тороидальный вихрь-турбулентный кольцевой вихрь в воздухе [8 – 14] и в воде [15, 16]. Задача о нахождении максимального пути прохождения тороидального вихря в среде непосредственно связана с задачей определения сил, действующих на такой вихрь. До сих пор в работах по исследованию как плазменных тороидальных вихрей [1 – 7], так и кольцевых вихрей [8 – 19] вопрос о силах, действующих на такие вихри при их движении, практически не рассматривался. Причиной тому могли служить экспериментальные трудности непосредственного измерения сил (например, силы сопротивления и др.), действующих на тороидальный вихрь. Между тем проблему исследования физических механизмов снижения сопротивления тороидальных вихрей следует отнести к разряду фундаментальных; знание таких механизмов может подсказать не только новые способы снижения сопротивления движущимся телам в газе или жидкости, но и раскрыть общие закономерности динамики самоорганизованных систем. Целью данной работы и является определение сил, действующих на плазменный тороидальный вихрь в воздухе.

2. *Экспериментальная установка.* Для создания плазменного тороидального вихря в воздухе при атмосферном давлении использовались два специальных генератора импульсной плазменной струи – плазмотрона, конструкции которых подробно описаны в работах [4, 5, 7]. Разрядная камера таких плазмотронов откачивалась до давления $(0.5) \cdot 10^2$ Па и затем наполнялась рабочим газом. Объемы разрядных камер плазмотронов были равны 12 и 100 см³, а диаметры их сопел варьировались в пределах 5 – 12 мм, и 8 – 65 мм соответственно. Плазмотроны были подключены к разрядным контурам с емкостным накопителем ($C_1 = 30$ мкФ, $C_2 = 144$ и 288 мкФ) электрической энергии с рабочими напряжениями $U_1 = 5 - 25$ кВ и $U_2 = 8 - 35$ кВ.

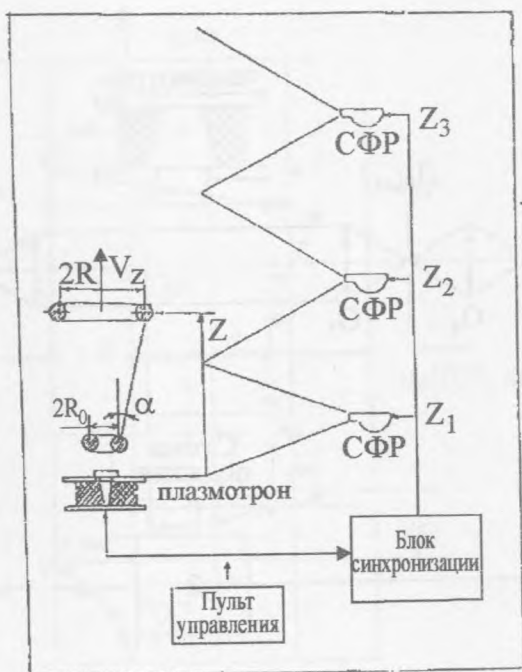


Рис. 1. Блок-схема экспериментальной установки.

Для изучения закона движения, динамики формы и размеров излучающего плазменного шара и плазменного тороидального вихря во времени проводились исследования с помощью экспериментальной установки, блок-схема которой представлена на рис. 1. Эта установка состояла из плазмотрона со своим разрядным контуром, трех сверхскоростных фоторегистраторов марки СФР-2М, блока синхронизации и пульта управления. Для синхронизации работы трех сверхскоростных фоторегистраторов и плазмотрона был разработан специальный электронный блок. При этом фоторегистраторы синхронизировались с разрядом и между собой таким образом, чтобы при выходе из поля зрения одного фоторегистратора плазменный тороидальный вихрь попадал сразу же в поле зрения другого. Выбор места расположения фоторегистраторов (координаты z_1, z_2, z_3 на рис. 1), величин задержки их магнитных датчиков и скоростей вращения зеркал подбирались опытным путем для каждого режима работы плазмотрона.

Для определения координат движения плазменного тороидального вихря после того, как он практически прекращал светиться в видимом и ИК диапазонах спектра, использовались измерительные акустические датчики.

Для измерения радиального распределения скорости в вихре предпочтительным оказался теневой метод [4] по сравнению с термоанемометрическим методом и мето-

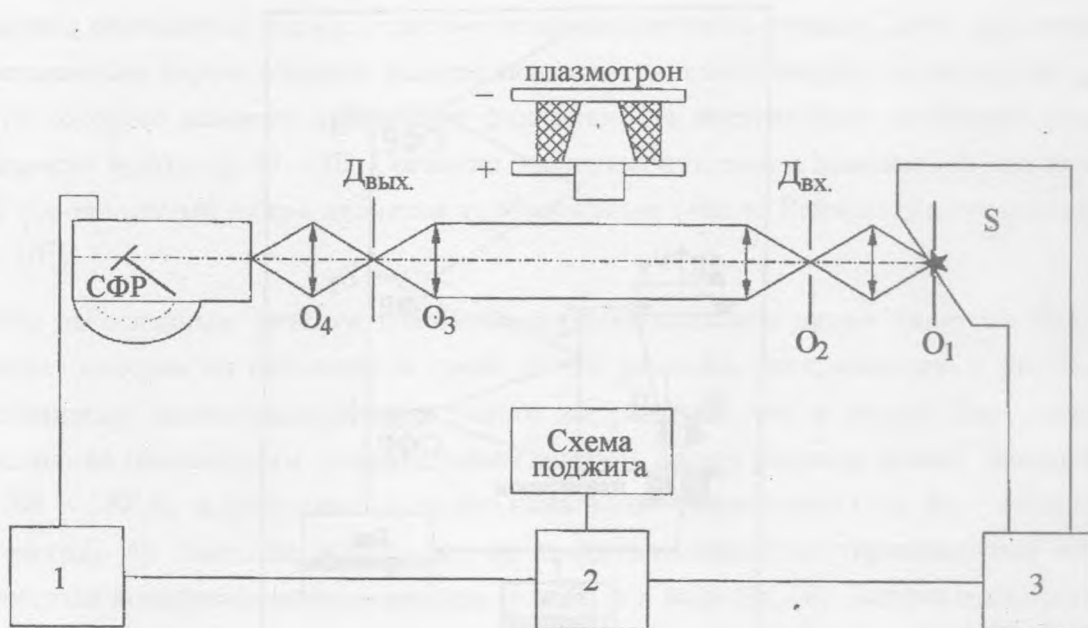


Рис. 2. Блок-схема теневой установки. 1 – пульт управления сверхскоростного фоторегистратора СФР, 2 – генератор задержки, S, 3 – высокоинтенсивный импульсный источник излучения ЭВ – 45, O_1, O_4 – объективы; O_2, O_3 – объективы Максудова.

дом лазерного анемометра [20]. На тенеграммах появляются неоднородности плотности плазменного потока. Указанные неоднородности на тенеграммах использовались для измерения одновременно как скорости поступательного движения тороидального вихря, так и радиального распределения азимутальной скорости в системе координат самого вихря. Теневая установка была построена на основе двух объективов Максудова (диаметром 300 мм) со сверхскоростной фоторегистрацией [4, 7], в качестве источника подсветки которой использовался высокоинтенсивный импульсный источник излучения типа ЭВ-45 с температурой 39000 К (рис. 2).

3. Экспериментальные результаты. На рис. 3 в цилиндрической системе координат (r, φ, z) представлено характерное радиальное распределение скорости $u_z(0, r)$ частиц плазмы тороидального вихря, находящихся на пересечении плоскости тора и плоскости, проходящей через ось OZ при $z = 0$ для произвольного угла φ . Здесь скорость $u_z(0, r)$ измерена относительно плоскости вихря. Эти данные получены при следующих параметрах генератора вихря: диаметр сопла 50 мм, $C_2 = 144$ мкФ, $U_2 = 20$ кВ. Функция $u_z(0, r)$ имеет симметрию по радиусу r , а в ядре вихря она изменяется практически линейно. Другими словами, можно утверждать, что в пределах ошибки измерения ско-

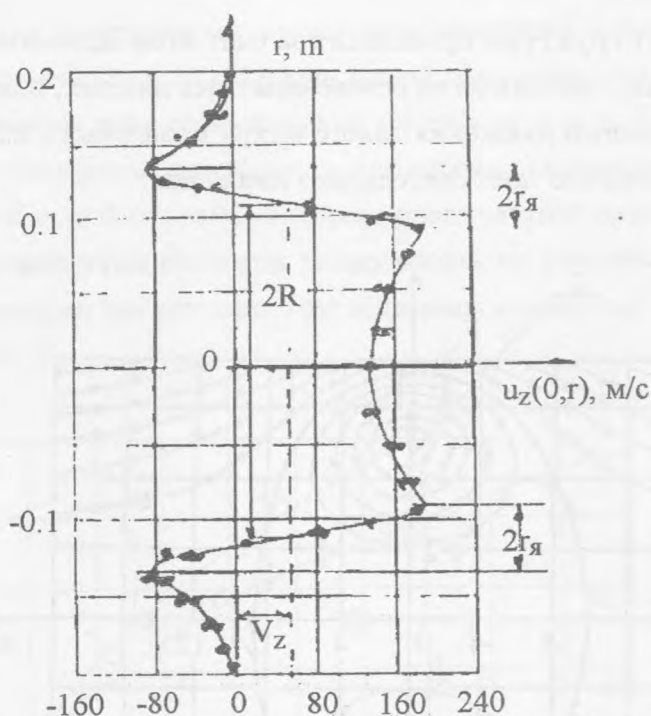


Рис. 3. Зависимость осевой компоненты скорости частиц $u_z(0, r)$ плазменного тороидального вихря в системе координат плазмотрона в момент завершения его формирования при диаметре сопла 65 мм, $C_2 = 144$ мкФ и $U_2 = 17$ кВ.

рости в ядре плазменного тороидального вихря имеется квазитвердотельное вращение плазмы. За ядром скорость $u_z(0, r)$ быстро уменьшается и практически равна нулю на расстоянии $(2.0 - 2.5)r_я$ от границы ядра (где $r_я$ – радиус ядра тора). Как показали эксперименты, закономерность движения плазменного тороидального вихря отличается от закономерности движения плазменного шара, когда в вихре вырабатывается квазитвердотельное ядро вращения. Из этого факта следует один из основных выводов проведенных исследований по плазменному тороидальному вихрю, который заключается в том, что такой вихрь существует как самостоятельная плазма/гидродинамическая структура (движется со своими собственными закономерностями) после того, как в процессе его образования вырабатывается квазитвердотельное ядро вращения. Именно такие тороидальные вихри являются устойчивыми. Приведенные ниже данные относятся именно к таким устойчивым тороидальным вихрям.

В процессе образования плазменного тороидального вихря происходит накопление энергии в его вращательном и поступательном движениях. После формирования вихря его дальнейшее поступательное движение как самостоятельной плаз-

мо/гидродинамической структуры происходит за счет этой запасенной энергии. Причем предварительные оценки, сделанные на основе опытных данных, показывают, что величина энергии вращательного движения такого вихря может быть в 2.5 – 3 раза больше, чем кинетическая энергия его поступательного движения.

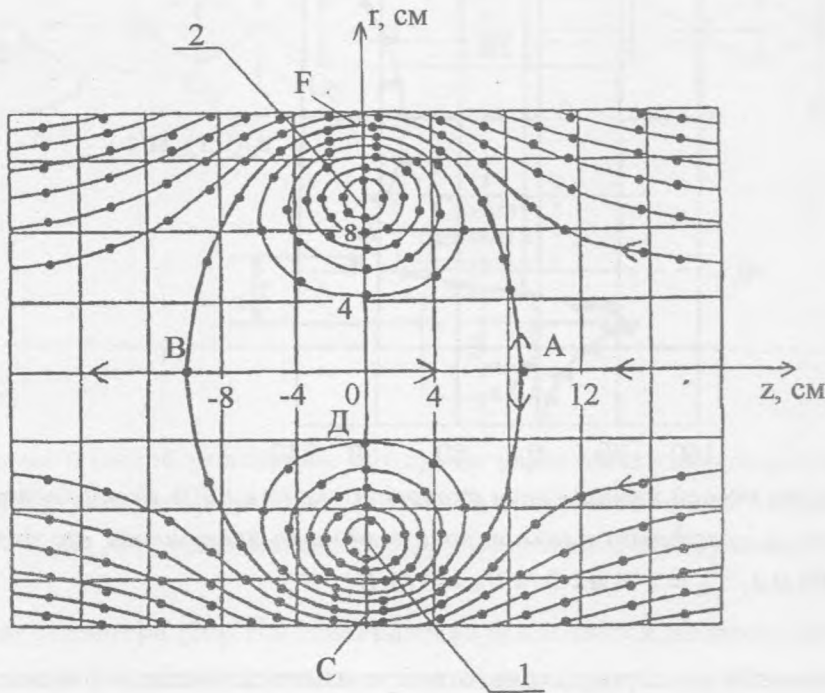


Рис. 4. Картина линий тока плазменного тороидального вихря в системе координат самого вихря для момента времени $t = 1.5$ мс после его образования при диаметре сопла 65 мм, $C_2 = 144$ мкФ и $U_2 = 20$ кВ.

На рис. 4 приведена характерная картина линий тока в системе координат вихря, начало цилиндрической системы координат совпадает с геометрическим центром тора. Эта картина построена по методике, изложенной в работах [17, 18]. Приведенная картина линий тока практически идентична соответствующей картине для воздушного кольцевого вихря, полученной впервые с помощью термоанемометрических измерений в работе [17], а затем в работах [10, 19]. Картина линий тока состоит из двух областей: замкнутая внутренняя область завихренной плазмы (атмосфера вихря) и внешняя область потенциального движения обтекающего воздуха. Внутри атмосферы вихря плазма движется по замкнутым линиям тока, охватывающим тороидальное ядро ви-

хря. Атмосфера вихря имеет форму эллипсоида вращения и движется в окружающем воздухе с поступательной скоростью вдоль малой оси эллипсоида. Кроме того, из рис.3 видна асимметрия линии тока относительно плоскости $z = 0$. Наиболее асимметрична линия тока, соответствующая поверхности эллипсоида (атмосферы вихря). Эта линия тока отсекает на оси $r = 0$ отрезки, которые различаются друг от друга на 6 – 10%. Причем меньшая длина этих отрезков расположена со стороны набегающего потока. Степень этой асимметрии растет с ростом величины начальной скорости поступательного движения вихря V_0 .

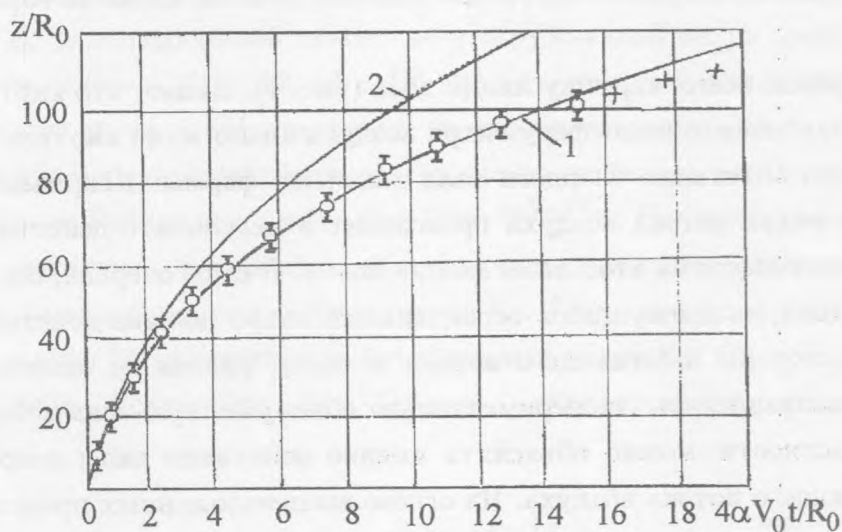


Рис. 5. Экспериментальная и теоретическая зависимости относительного пройденного пути z/R_0 плазменного тороидального вихря от безразмерного времени $4\alpha V_0 t/R_0$. Кружочки и крестики – экспериментальные данные, кривые – теоретические расчеты: 1 – по формуле (12); 2 – по автомодельной теории.

На рис. 5 представлена экспериментальная зависимость безразмерного пройденного пути z/R_0 плазменного тороидального вихря от безразмерного времени $4\alpha V_0 t/R_0$ (закон движения) при его начальных параметрах $\alpha = 8 \cdot 10^{-3}$, $V_0 = 120$ м/с, $R_0 = 0.15$ м. Кружочками и крестиками на рис. 4 отмечены координаты движения z вихря, измеренные с помощью сверхскоростной фоторегистрации и акустических датчиков соответственно. Для таких начальных параметров тороидального вихря при $4\alpha V_0 t/R_0 \geq 14$ –15 начинают проявляться его неустойчивости: возникают колебания ядра тора по направлениям r и z .

4. *Уравнение движения.* По результатам измерений скорости поступательного движения $V_z(t)$, скорости радиального расширения $V_r(t)$ и радиуса $R(t)$ тороидального вихря определялся его механический импульс. Опыт показал, что при движении вихря его импульс со временем уменьшается, что противоречит основному предположению автомодельной теории движения турбулентного кольцевого тороидального вихря [8, 9]. Согласно закону изменения импульса, изменение импульса такого вихря происходит в результате действия на него сил, возникающих при взаимодействии вихря с окружающей средой и диаметрально противоположных его элементов между собой. Теперь задача состоит в определении результирующей всех сил, действующих на тороидальный вихрь.

Рассмотрим, прежде всего, картину линий тока (рис. 4). Видно, что картина линий тока движения окружающего атмосферу вихря воздуха аналогична картине безотрывного потенциального обтекания твердого тела такой же формы. Искривление линии тока обтекающего вихрь потока воздуха происходит в результате действия силы со стороны движущегося вихря на этот набегающий поток. В свою очередь, согласно третьему закону Ньютона, на движущийся тороидальный вихрь должна действовать сила сопротивления со стороны набегающего потока воздуха, равная по величине и противоположная по направлению. Экспериментально обнаруженную асимметрию линий тока (рис. 4), в частности, можно объяснить именно действием силы сопротивления со стороны набегающего потока воздуха. На основе вышеизложенных представлений о взаимодействии тороидального вихря с окружающей средой и между его элементами определим силы, действующие на него.

По аналогии с твердым телом [20 – 24] будем считать, что на движущийся тороидальный вихрь в среде (газе, жидкости) действует сила гидравлического сопротивления, которая равна сумме двух сил: силы сопротивления F_F , возникающей за счет его формы и связанной с нормальным напряжением, и силы вязкого поверхностного трения F_V , обусловленной напряжением сдвига около его поверхности:

$$F_C = F_F + F_V = F_F + \eta \int_S \nabla u dS, \quad (1)$$

где S – площадь поверхности рассматриваемого тела, η – динамическая вязкость среды, ∇u – градиент скорости на поверхности обтекаемого потоком тела, направленный по нормали к его поверхности. Из рис. 4 видно, что на линии тока атмосферы вихря АСВ скорости внутреннего вихревого и внешнего потенциального движений совпадают, т.е. поле скоростей оказывается непрерывным (т.е. $\nabla u \approx 0$). Вследствие этого сила вязкого

трения отсутствует, несмотря на плохо обтекаемую форму эллипсоида. Однако сила сопротивления, возникающая за счет формы тороидального вихря, отлична от нуля, так как она определяется нормальным напряжением.

Для определения выражения силы F_F воспользуемся теорией подобия и размерности. Проведенные эксперименты по изучению плазменного тороидального вихря и анализ экспериментальных данных по исследованию кольцевых вихрей [8 – 19] показывают, что состояние механического движения окружающей среды вокруг вихря определяется совокупностью четырех параметров: скоростью поступательного движения вихря V_Z , мидиловым сечением (CF на рис. 4) вихря S_M в перпендикулярном потоку направлении, плотностью ρ_∞ и динамической вязкостью η окружающей вихрь среды. Из экспериментальных данных [1 – 7, 10 – 12, 14 – 19] следует, что скорость тороидальных вихрей меньше скорости звука и, следовательно, можно не учитывать сжимаемость среды. Тогда из совокупности указанных параметров можно составить только одну безразмерную величину – число Рейнольдса для вихря: $Re = \frac{\rho_\infty V_Z \sqrt{S_M}}{\eta}$. Согласно теории размерности и подобия [21], механические безразмерные величины движения окружающей среды около вихря можно рассматривать как функции от Re . Тогда из общей теоремы теории подобия и размерности [21] следует, что безразмерная величина $C_Z = \frac{F_F}{(1/2)\rho_\infty V_Z^2 S_M}$ является функцией числа Рейнольдса Re . Отсюда непосредственно следует выражение для силы F_F :

$$F_F = C_Z(Re) \frac{\rho_\infty V_Z^2}{2} S_M. \quad (2)$$

Естественно, по аналогии с гидродинамикой обтекания безразмерную величину C_Z следует называть коэффициентом сопротивления плазменного тороидального вихря. Таким образом, уравнение движения тороидального вихря, рассматриваемого как единое целое, в безграничной среде вдоль оси OZ с учетом $\nabla u \approx 0$ и (2) примет вид:

$$\frac{d}{dt}(\dot{m}_B V_Z) = -C_Z \frac{\rho_\infty V_Z^2}{2} S_M, \quad (3)$$

где $m_B = \rho_B (4\pi/3) R^3$ – захваченная в вихревое движение масса плазмы, ρ_B – средняя плотность плазмы в вихре. При вычислении m_B применялась теорема о среднем, поскольку, как показывает эксперимент по измерению плотности внутри вихря, радиальное изменение плотности плазмы имеет монотонный характер.

Теперь определим силы, действующие на тороидальный вихрь по радиальному направлению. Для этого рассмотрим взаимодействие расположенных диаметрально противоположных элементов 1 и 2 тороидального вихря (рис. 4) равной, но противоположно

направленной интенсивности (циркуляции скорости) $\pm\Gamma$. Элемент 2 вихря с интенсивностью Γ вокруг себя порождает поле скоростей, в котором находится элемент 1 вихря. Согласно уравнению Бернулли, давление p_C в точке C больше, чем давление p_D в точке D . Следовательно, согласно [20], на элемент 1 вихря единичной длины действует сила

$$f_{\Pi} = \frac{\rho_{\infty}\Gamma^2}{4\pi R}, \quad (4)$$

направленная к центру тороидального вихря, т. е. элемент 2 вихря притягивает к себе диаметрально противоположный элемент 1. Результатом действия этой силы притяжения является смещение всех частиц элемента 1 вихря по направлению, параллельному оси OZ , т. е. дрейфовое движение элемента 1 вихря в перпендикулярном направлении действия силы притяжения f_{Π} .

В свою очередь, при дрейфовом движении в результате обтекания элемента 1 вихря потоком в точках C и D , согласно уравнению Бернулли, возникает разность давления, причем $p_D - p_C > 0$. Следовательно, при своем дрейфовом движении на элемент 1 вихря действует со стороны обтекаемого потока сила, направленная по оси r . Суммарным действием этой силы в целом является растягивание тороидального вихря в радиальном направлении. Согласно [20], величина этой растягивающей силы, действующей на единичную длину тороидального вихря, равна

$$f_M = \rho_{\infty}V_Z\Gamma. \quad (5)$$

Для линейных вихрей силы (4) и (5) взаимно компенсируются и, исходя из этого, автор работы [20] определил их дрейфовую скорость V_Z равной $\Gamma/4\pi R$. Что касается тороидального вихря, то эти силы не могут взаимно компенсироваться. Действительно, из экспериментальных данных [3 – 5, 10, 13, 16] следует, что тороидальный вихрь со временем расширяется. Это означает, что силы f_M и f_{Π} не могут взаимно компенсироваться. Следовательно, разность этих сил отлична от нуля. Для определения результирующей силы $F_M - F_{\Pi} = 2\pi R(f_M - f_{\Pi})$, действующей на тороидальный вихрь, напишем уравнение движения тороидального вихря по направлениям $0r$:

$$\frac{d}{dt}(m_B V_r) = F_M - F_{\Pi}. \quad (6)$$

Уравнения (3) и (6) не могут быть решены, пока не установлена связь между V_Z и R . По данным экспериментальных работ [3 – 5] в пределах ошибки измерения связь между R и пройденным вихрем расстоянием z является линейной функцией:

$$R = R_0 + \alpha z, \quad (7)$$

где α – угол расширения радиуса вихря, $\alpha \approx \text{const}$. Отметим, что такое же соотношение выполняется и для турбулентных кольцевых вихрей в воздухе [10, 13, 14] и воде [15, 16]. Из (7) следует искомая связь

$$\frac{dR}{dt} = V_r = \alpha V_Z, \quad \left(\frac{dV_r}{dt} = \alpha \frac{dV_Z}{dt} \right).$$

Таким образом, с учетом (3) и (7) получим:

$$\frac{d}{dt}(m_B V_r) = \alpha \frac{d}{dt}(m_B V_Z) = -\alpha C_Z \frac{\rho_\infty V_Z^2}{2} S_M. \quad (8)$$

Т.е. искомая разность сил равна

$$F_M - F_\Pi = -\alpha C_Z \frac{\rho_\infty V_Z^2}{2} S_M. \quad (9)$$

5. Итак, для определения закона движения турбулентного тороидального вихря достаточно найти решение уравнения (3). Для этого продифференцируем левую часть уравнения (3). Учитывая (7), получим уравнение

$$R \cdot \frac{dV_Z}{dt} = - \left[\frac{3}{2} C_Z \left(\frac{\rho_\infty}{\rho_{cp}} \right) + 3\alpha \right] \cdot V_Z^2 = -B \cdot V_Z^2. \quad (10)$$

При выводе уравнения (10) из (3) учтена медленность изменения средней плотности вихря со временем по сравнению с его скоростью. Используя соотношение (7), уравнение (10) приводим к неоднородному нелинейному дифференциальному уравнению

$$(R_0 + \alpha \cdot z) \cdot \frac{d^2 z}{dt^2} = -B \cdot \left(\frac{dz}{dt} \right)^2. \quad (11)$$

Решением уравнения (11) с начальным условием $z(0) = 0$ является функция вида

$$Z(t) = \frac{R_0}{\alpha} \left\{ \left\langle 1 + \left[\frac{3C_Z}{2\alpha} \left(\frac{\rho_\infty}{\rho_{cp}} \right) + 4 \right] \frac{\alpha V_0 t}{R_0} \right\rangle^{\frac{1}{\frac{3C_Z}{2\alpha} \left(\frac{\rho_\infty}{\rho_{cp}} \right) + 4}} - 1 \right\}, \quad (12)$$

представляющая собой закон движения плазменного тороидального вихря в воздухе.

Из (12) с учетом (7) получим законы изменения скорости поступательного движения и радиуса тороидального вихря:

$$V_Z(t) = V_0 \cdot \left\{ 1 + \left[\frac{3 C_Z}{2 \alpha} \left(\frac{\rho_\infty}{\rho_{cp}} \right) + 4 \right] \alpha \frac{V_0}{R_0} t \right\}^{\frac{-\frac{3}{2} \frac{C_Z}{\alpha} \left(\frac{\rho_\infty}{\rho_{cp}} \right) - 3}{\frac{3}{2} \frac{C_Z}{\alpha} \left(\frac{\rho_\infty}{\rho_{cp}} \right) + 4}} \quad (13)$$

$$R(t) = R_0 \left\{ 1 + \left[\frac{3 C_Z}{2 \alpha} \left(\frac{\rho_\infty}{\rho_{cp}} \right) + 4 \right] \alpha \frac{V_0}{R_0} t \right\}^{\frac{1}{\frac{C_Z}{\alpha} \left(\frac{\rho_\infty}{\rho_{cp}} \right) + 4}} \quad (14)$$

Если коэффициент сопротивления в (12), (13) и (14) положить равным нулю $C_Z = 0$ (сила сопротивления отсутствует), то они совпадут с формулами, полученными на основе автомодельной теории турбулентного кольцевого вихря в воздухе [8, 9]. В этом смысле, автомодельная теория турбулентного кольцевого вихря является частным случаем рассматриваемой модели. В работах [8, 9] проведено сравнение выводов автомодельной теории с экспериментальными данными и показано, что закон движения (формула (12) при $C_Z = 0$) турбулентного кольцевого вихря дает удовлетворительное согласие с экспериментом при $4\alpha V_0 t / R_0 \leq 4$ (в начальной стадии движения вихря). Однако при $4\alpha V_0 t / R_0 > 4$ наблюдается отклонение теоретической кривой от экспериментальных данных, что также отмечено в работе [15] при экспериментальном исследовании кольцевого вихря в воде.

Тот факт, что в полученной формуле (12) все величины, кроме коэффициента сопротивления C_Z , измеряются на опыте, является важным. Это дает возможность определить величины C_Z из экспериментальных данных. На рис. 5 кроме экспериментальных данных представлены теоретические кривые, построенные по формуле (12) (кривая 1) и на основе автомодельной теории [8, 9] (кривая 2), для начальных параметров плазменного тороидального вихря $\alpha = 8 \cdot 10^{-3}$, $\rho_\infty / \rho_{cp} = 5$, $V_0 = 120$ м/с, $R_0 = 0.15$ м. Видно, что теоретическая кривая, построенная по формуле (12), удовлетворительно совпадает с экспериментальными данными при $C_Z \approx 0.0012$ практически до момента возникновения неустойчивостей тороидального вихря.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Андрианов А. М., Синицин В. И. ЖТФ, **47**, N 11, 2318 (1977).
- [2] Лучников А. А., Гожиков А. М., Середя П. Д., Соколов И. П. ПТЭ, N 2, 237 (1981).
- [3] Aleksandrov A. F., Timofeev I. B., Chernikov B. A., and Yusupaliyev U. Plasma toroidal vortex in air. 17- th Int. Conf. Plasma Ion. Gas., Suansu (UK), part 2, p. 426 (1987).

- [4] Юсупалиев У. Импульсное истечение плотной плазмы в затопленную среду. Диссер. на соис. уч. ст. к.ф.-м.н. М., МГУ, 1988.
- [5] Александров А. Ф., Тимофеев И. Б., Черников В. А., Юсупалиев У. ТВТ, **26**, N 4, 639 (1988).
- [6] Кунин В. Н., Плешивцев В. С., Фуров Л. В. ТВТ, N 6, 866 (1997).
- [7] Юсупалиев У. ЖТФ, **74**, N 7, 52 (2004).
- [8] Луговцов Б. А. Турбулентные вихревые кольца. Автореферат диссер. на соис. уч. ст. д.ф.-м.н., Новосибирск, 1973.
- [9] Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. М., Наука, 1973.
- [10] Тарасов В. Ф. Экспериментальные исследования турбулентных вихревых колец. Автореферат диссер. на соис. уч. ст. к.ф.-м.н., Новосибирск, 1975.
- [11] Mahworthy T. J. Fluid Mech., **81**, part. 3, 465 (1977).
- [12] Gleser A. and Coles D. J. Fluid Mech., **211**, 243 (1990).
- [13] Shariff K. and Leonard M. Vortex Ring. Ann. Rev. Fluid Mech., **24**, 235 (1992).
- [14] Ghariб M., Rambod E., and Shariff K. J. Fluid Mech, **360**, 121 (1998).
- [15] Бояринцев В. И., Бояринцева Т. Е., Коротаев Д. Г. и др. МЖГ, N 3, 125 (1997).
- [16] Кокорев Л. С., Костюнин Б. Н., Куров Д. А. К вопросу о вихревой модели турбулентности. В кн.: Вопросы теплофизики ядерных реакторов. Вып. 5, М., 1976, с. 5.
- [17] Ахметов Д. Г., Кисаров О. П. ПМТФ, N 4, 120 (1966).
- [18] Ахметов Д. Г. ПМТФ, **42**, N 5, 70 (2001).
- [19] Sullivan J. P., Windall S. E., and Ezekiel S. AIAA J., **11**, 1384 (1973).
- [20] Faber T. E. Fluid dynamics for physicist. Cambridge, University press, 2001.
- [21] Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., Наука, 1965.
- [22] Стрелков А. Г. Механика. М., Наука, 1975.
- [23] Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М., ГИТТЛ, 1957.
- [24] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика, **6**, Гидродинамика. М., Физматлит, 2003.