Краткие сообщения по физике № 11 ноябрь 1971

ИЗОТОПИЧЕСКИЙ СПИН В ПРЕДСТАВЛЕНИИ ВТОРИЧНОГО КВАНТОВАНИЯ И АНАЛОГОВЫЕ СОСТОЯНИЯ ЯДЕР

Г. М. Ваградов

Исследования изобарических аналоговых состояний в значительной мере прояснили роль изоспина в различных ядерных процессах /1/. Для дальнейшего изучения этого вопроса не меньший интерес представляют переходы, когда в возбужденном состоянии ядра с $N + Z$ нуклонами происходит замена протона на нейтрон без изменения других квантовых характеристик. Образующиеся при этом состояния должны наблюдаться в реакциях (n,p), в неупругом рассеянии нейтронов, в реакции перезарядки (π^-,π^0) и т.д.

Для единого описания изотопических свойств ядер мы воспользуемся схемой вторичного квантования, не привлекая модельных приближений, лежащих в основе других подходов в этой задаче.

В представлении вторичного квантования операторы замены нейтрона на протон $\hat{T}_-$ и протона на нейтрон $\hat{T}_+$ без изменения всех остальных квантовых чисел можно записать следующим образом:

$$\hat{T}_- = \int dy\bar{\psi}_p(y)\psi_n(y), \qquad \hat{T}_+ = \int dy\bar{\psi}_n(y)\psi_p(y), \qquad (1)$$

где y обозначает совокупность пространственных $(\vec{r})$ и спиновых (σ) координат нуклона, $\bar{\psi}_i(y)$ и $\psi_i(y)$ - операторы рождения и уничтожения нуклона ($i = n$ - нейтрона, $i = p$ - протона).

Вводя операторы $\hat{T}_1$, $\hat{T}_2$ и $\hat{T}_3$

$$\hat{T}_1 = \frac{1}{2}(\hat{T}_+ + \hat{T}_-),\quad \hat{T}_2 = \frac{1}{2i}(\hat{T}_+ - \hat{T}_-),\quad \hat{T}_3 = \frac{1}{2}(\hat{N} - \hat{Z}) \qquad (2)$$

($\hat{N}$ и $\hat{Z}$ – операторы чисел нейтронов и протонов), и учитывая коммутационные соотношения для операторов ψ, убеждаемся в том, что операторы $\hat{T}_i$ обладают свойствами компонент t_i обычного вектора изоспина нуклона $\vec{t}$. В частности

$$[\hat{T}_1,\hat{T}_2] = -i\hat{T}_3,\quad [\hat{T}_1,\hat{T}_3] = -i\hat{T}_2,$$

$$[\hat{T}_2,\hat{T}_3] = i\hat{T}_1,\quad [\hat{T}_+,\hat{T}_-] = \hat{N} - \hat{Z}. \qquad (3)$$

Таким образом, можно принять, что операторы $\hat{T}_i$ являются компонентами вектора изоспина $\vec{T}$, причем:

$$\hat{T}^2 = \hat{T}_1^2 + \hat{T}_2^2 + \hat{T}_3^2 = \frac{1}{4}\left\{(\hat{N} - \hat{Z})^2 + 2(\hat{T}_+\hat{T}_- + \hat{T}_-\hat{T}_+)\right\} =$$

$$= \frac{1}{4}\left\{(\hat{N} - \hat{Z})^2 + 2(\hat{N} - \hat{Z}) + 4\hat{T}_-\hat{T}_+\right\}. \qquad (4)$$

Полагая межнуклонное ядерное взаимодействие нуклонов зарядово-независимым, легко установить коммутационные соотношения полного гамильтониана H с операторами $\hat{T}_-$ и $\hat{T}_+$

$$[H,\hat{T}_-] = \int dy\left\{(\hat{T}_{py}\bar{\psi}_p(y))\cdot\psi_n(y) - \bar{\psi}_p(y)\hat{T}_{ny}\psi_n(y)\right\} +$$

$$+ \int dy dy' \bar{\psi}_p(y)\bar{\psi}_p(y')v_c(yy')\psi_p(y')\psi_n(y); \qquad (5)$$

$$[H,\hat{T}_+] = \int dy\left\{(\hat{T}_{ny}\bar{\psi}_n(y))\cdot\psi_p(y) - \bar{\psi}_n(y)\hat{T}_{py}\psi_p(y)\right\} -$$

$$- \int dy dy' \bar{\psi}_n(y)\bar{\psi}_p(y')v_c(yy')\psi_p(y')\psi_p(y), \qquad (6)$$

где $v_c(yy') = e^2/|\vec{r} - \vec{r}'|$ – кулоновское взаимодействие протонов, $\hat{T}_{1y}$ – оператор кинетической энергии нуклона.

По отношению к кулоновскому взаимодействию ядро можно считать сильносжатой системой и, следовательно, самосогласованный кулоновский потенциал протонов с необходимой для ядерных задач точностью определяется приближением Хартри /2/. Поскольку внутри ядра этот потенциал оказывается плавной функцией координат, можно провести следующее рассмотрение. Отвлекаясь от несущественной разницы в массах протона и нейтрона, разобьем полный гамильтониан H на сумму:

$$H = \mathcal{H} + \Delta V_c; \quad \mathcal{H} = H_N + V_c, \tag{7}$$

где H_N – гамильтониан системы нуклонов без кулоновского взаимодействия

$$V_c = \frac{\bar{v}_c}{2}\int dy dy' \bar{\psi}_p(y)\bar{\psi}_p(y')\psi_p(y')\psi_p(y) = \frac{\bar{v}_c}{2}\hat{Z}(\hat{Z} - 1), \tag{8}$$

$$\Delta V_c = \frac{1}{2}\int dy dy' \bar{\psi}_p(y)\bar{\psi}_p(y')(v_c(yy') - \bar{v}_c)\psi_p(y')\psi_p(y), \tag{9}$$

$\bar{v}_c$ – некоторая константа, определяемая ниже.

Ограничиваясь первым порядком теории возмущений по ΔV_c, будем иметь для вектора реального основного состояния $|\rangle$ $(H|\rangle = \mathcal{E}_0|\rangle)$

$$|\rangle \cong |0\rangle + \frac{P_0}{\mathcal{E}_0^0 - \mathcal{H}}\Delta V_c|0\rangle, \tag{10}$$

где $|0\rangle$ – вектор основного состояния гамильтониана $\mathcal{H}$ $(\mathcal{H}|0\rangle = \mathcal{E}_0^0|0\rangle)$. Выбирая теперь константу $\bar{v}_c$ так, чтобы поправка первого порядка $\Delta\mathcal{E}_0 = \langle 0|\Delta V_c|0\rangle$ к $\mathcal{E}_0^0$ обращалась бы в нуль, получим

$$\bar{v}_c = \frac{1}{Z(Z-1)}\int dy dy' \langle 0|\bar{\psi}_p(y)\bar{\psi}_p(y')v_c(yy')\psi_p(y')\psi_p(y)|0\rangle. \tag{11}$$

Очевидно, что добавка ΔV_c мала, строго говоря, только в случае, когда область вне ядра не играет существенной роли. Для невысоких возбуждений, благодаря кулоновскому барьеру, применение теории возмущений по ΔV_c можно считать достаточно обоснованным.

Для приближенного гамильтониана $\mathcal{H}$ легко установить коммутационные соотношения

$$\left[\mathcal{H},\hat{T}_-\right] = \bar{v}_c(\hat{Z}-1)\hat{T}_-, \quad \left[\mathcal{H},\hat{T}_+\right] = -\bar{v}_c\hat{Z}\hat{T}_+. \tag{12}$$

Отсюда с учетом (4) следует

$$\left[\mathcal{H},\hat{T}^2\right] = 0. \tag{13}$$

Таким образом, собственные значения оператора $\hat{T}^2$ наряду с другими квантовыми числами определяют состояние системы частиц, описываемой гамильтонианом $\mathcal{H}$. Из (12) можно заключить, что $\hat{T}_-|n\rangle$ ($\mathcal{H}|n\rangle = \mathcal{E}_n^o|n\rangle$) является собственным вектором гамильтониана $\mathcal{H}$:

$$\mathcal{H}\hat{T}_-|n\rangle = (\mathcal{E}_n^o + \bar{V}_c)\hat{T}_-|n\rangle, \quad (\bar{V}_c = \bar{v}_c Z), \tag{14}$$

т.е. $\hat{T}_-|n\rangle$ отвечает изобарическому аналоговому состоянию.

Согласно (12), вектор $\hat{T}_+|0\rangle$ формально также является решением уравнения Шредингера

$$\mathcal{H}\hat{T}_+|0\rangle = (\mathcal{E}_o^o - \bar{v}_c\hat{Z})\hat{T}_+|0\rangle. \tag{15}$$

Но, по определению, основное состояние $|0\rangle$ должно быть стабильным и обладать наименьшей энергией при определенных значениях N и Z, а это противоречит (15). Следовательно,

$$\hat{T}_+|0\rangle = 0. \tag{16}$$

Легко видеть, что и для всех других состояний $|n\rangle$, энергия возбуждения которых меньше $\bar{v}_c(Z-1)$, имеет место равенство

$$\hat{T}_+|n\rangle = 0 \quad (\omega_n \equiv (\mathcal{E}_n^o - \mathcal{E}_o^o) < \bar{v}_c(Z-1)). \qquad (17)$$

Из (4), (16) и (17) следует, что как основное $|0\rangle$, так и все возбужденные состояния $|n\rangle$ с энергией $\omega_n < \bar{v}_c(Z-1)$ обладают одинаковым изоспином, равным $T = (N-Z)/2$.

Рассмотрим теперь решение $\hat{T}_+|n\rangle$, образованное из состояния $|n\rangle$ с энергией возбуждения ω_n, удовлетворяющей условию

$$\mathcal{E}_o^o(N+1, Z-1) - \mathcal{E}_o^o > \omega_n - \bar{v}_c(z-1) > 0, \qquad (18)$$

где $\mathcal{E}_o^o(N+1, Z-1)$ – наинизшее состояние ядра с $(N+1, Z-1)$ нуклонами. При этом условии вектор $\hat{T}_+|n\rangle$ может отвечать реальному возбуждению ядра $(N+1, Z-1)$. Из (12) следует

$$\mathcal{H}\hat{T}_+|n\rangle = (\mathcal{E}_n^o - \bar{v}_c(Z-1))\hat{T}_+|n\rangle =$$

$$= (\mathcal{E}_o^o + \omega_n - \bar{v}_c(Z-1))\hat{T}_+|n\rangle, \qquad (19)$$

т.е. энергия такого возбуждения лежит на величину $\bar{v}_c(Z-1)$ ниже уровня ω_n.

Для большей наглядности обратимся к модели оболочек и предположим, что состояния $|n\rangle$ являются частично-дырочными

$$|n\rangle = \sum_{i,\lambda,\lambda'} c_{\lambda\lambda'}^{(i)} \int dy\,dy'\,\bar{\psi}_i(y)\psi_i(y')|0\rangle\, \varphi_\lambda(y)\varphi_{\lambda'}^+(y'), \qquad (20)$$

где φ_λ – волновые функции нуклона в среднем поле ядра, одинаковые для протонов и нейтронов. При этом возможны два типа движения:

1) нейтронная и протонная компоненты "колеблются" в фазе

$$|n_+> = \sum_{\lambda,\lambda'} c_{\lambda\lambda'} \int dy dy' (\bar{\psi}_p(y)\psi_p(y') +$$

$$+ \bar{\psi}_n(y)\psi_n(y'))|0> \varphi_\lambda(y)\varphi^+_{\lambda'}(y'). \qquad (21)$$

Для этого типа движения, учитывая (16) и коммутационные соотношения для ψ, сразу же получаем $\hat{T}_+|n_+> = 0$. Отсюда и из выражения (4) для $\hat{T}^2$, в частности, следует, что изоспин возбуждения $|n_+>$ равен нулю.

2) Для второго типа движения, когда нейтронная и протонная компоненты колеблются в противофазе

$$|n_-> = \sum_{\lambda,\lambda'} c_{\lambda\lambda'} \int dy dy' (\bar{\psi}_p(y)\psi_p(y') -$$

$$- \bar{\psi}_n(y)\psi_n(y'))|0> \varphi_\lambda(y)\varphi^+_{\lambda'}(y'), \qquad (22)$$

получаем

$$\hat{T}_+|n_-> = 2\sum_{\lambda,\lambda'} c_{\lambda\lambda'} \int dy dy' \bar{\psi}_n(y)\psi_p(y')|0> \varphi_\lambda(y)\varphi^+_{\lambda'}(y'). \qquad (23)$$

Легко убедиться в том, что изоспин этого состояния совпадает с изоспином "основного" состояния ядра $(N + 1, Z - 1)$. Таким образом, второму типу возбуждений материнского ядра (N,Z) соответствуют совпадающие по конфигурации и отличающиеся только проекцией изоспина состояния ядра $(N + 1, Z - 1)$. Так, в легких и средних ядрах должны наблюдаться такие "аналоги" гигантского дипольного резонанса, сдвинутые от него вниз по энергии на величину среднего кулоновского сдвига $\bar{W}_c$. С ростом Z такие уровни должны опускаться из-за увеличения $\bar{W}_c$ и уменьшения энергии дипольного резонанса с ростом A. В области ядер с $Z \sim 60$ нарушится условие (18), и эти уровни исчезнут. Подобным же образом будут вести себя уровни, аналоговые другим коллективным возбуждениям с той лишь разницей, что границы их существования будут различными.

Здесь следует заметить, что хотя наше рассмотрение и является приближенным, тем не менее полученные результаты носят совершенно общий характер.

Суммируя изложенное, можно заключить, что исследование уровней "триплета" ядер $(N+1, Z-1)$, (N,Z) и $(N-1, Z+1)$ представляет значительный интерес как для изучения изотопических свойств ядерных возбуждений, так и для установления природы ряда наблюдаемых уровней. С этой точки зрения наибольшую информацию могут дать процессы с заменой протона на нейтрон, такие, как реакции (n,p), неупругое рассеяние нейтронов, реакции перезарядки мезонов (π^-, π^0) и т.д.

В заключение автор выражает благодарность В. И. Попову и В. А. Сергееву за полезные обсуждения.

Поступила в редакцию
27 июля 1971 г.

Литература

1. "Isospin in Nuclear Physics", ed. D. H. Wilkinson, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1969.
2. Д. А. Киржниц. "Полевые методы теории многих тел". Атомиздат, М., 1965 г.