Краткие сообщения по физике № 11 ноябрь 1971

МОДЕЛЬ ВЕНЕЦИАНО И КОМПЛЕКСНЫЕ ПОЛЮСА РЕДЖЕ

В. А. Царев

Недавно в работе /1/ были высказаны соображения в пользу существования у траектории Редже $\alpha(t)$ наряду с точкой ветвления, соответствующей порогу $t = t_n$, также левосторонней точки ветвления $t = 0$. При этом $\alpha(t)$ является комплексной в области $t<0$ и $t>t_n$, и поведение амплитуды рассеяния при $s \to \infty$, $t<0$ эффективно определяется парой комплексно-сопряженных полюсов Редже /2/ $\alpha(t)$ и $\alpha^*(t)$

$$T(s,t) \sim \beta(t)\exp\left[-i\pi\alpha(t)/2\right]s^{\alpha(t)} + \\ + \beta^*(t)\exp\left[-i\pi\alpha^*(t)/2\right]s^{\alpha^*(t)}. \tag{1}$$

В данной заметке мы рассматриваем эти свойства $\alpha(t)$ в связи с моделью Венециано /3/. К сожалению в настоящее время не найдено удовлетворительного способа построения траекторий Редже. В общем случае функция $\alpha(t)$, обладающая указанными выше свойствами, может быть записана следующим образом:

$$\alpha(t) = \varphi(t) + i\theta(t - t_n)f_1(t) + i\theta(-t)f_2(t). \tag{2}$$

Функции f_2 и f_1 содержат точки ветвления при $t = 0$ и t_n, которые мы в дальнейшем будем предполагать корневыми

$$f_1(t) = \sqrt{t - t_n}\bar{f}_1(t); \quad f_2(t) = \sqrt{-t}\bar{f}_2(t). \tag{3}$$

Наряду с $\alpha(t)$ рассмотрим также траекторию $\bar{\alpha}(t)$

$$\bar{\alpha}(t) = \varphi(t) + i\theta(t - t_n)f_1(t) - i\theta(-t)f_2(t), \qquad (4)$$

которая соответствует полюсу, выходящему при $t<0$ через разрез на тот же лист, что и $\alpha(t)$ /4/.

Из (3) и (4) следует, что при $t>t_n$

$$\alpha(t) = \bar{\alpha}(t) = \varphi(t) + if_1(t), \qquad (5)$$

а при $t<0$

$$\alpha(t) = \bar{\alpha}^*(t) = \varphi(t) + if_2(t). \qquad (6)$$

Для определенности рассмотрим $\pi^+\pi^-$-рассеяние, которое в обычном случае описывается одной амплитудой Венециано

$$V(s,t) = \frac{\Gamma[1 - \alpha(s)]\Gamma[1 - \alpha(t)]}{\Gamma[1 - \alpha(s) - \alpha(t)]}, \qquad (7)$$

имеющей асимптотику

$$V(s,t) \sim \Gamma[1 - \alpha(t)]\exp[- i\pi\alpha(t)][\alpha(s)]^{\alpha(t)} \qquad (8)$$

и резонансное поведение

$$V(s,t) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma[n + \alpha(t)]}{\Gamma(n)} \frac{1}{n - \alpha(s)}. \qquad (9)$$

Соотношение (7) может быть обобщено следующим образом:

$$T(s,t) = \frac{1}{2}\left\{\frac{\Gamma[1 - \alpha(s)]\Gamma[1 - \alpha(t)]}{\Gamma[1 - \alpha(s) - \alpha(t)]} + \right.$$

$$\left. + \frac{\Gamma[1 - \bar{\alpha}(s)]\Gamma[1 - \bar{\alpha}(t)]}{\Gamma[1 - \bar{\alpha}(s) - \bar{\alpha}(t)]}\right\}. \qquad (10)$$

Выражение (10) явным образом симметрично при $s \rightleftarrows t$.

Учитывая (5) и (6), легко увидеть, что $T(s,t)$ имеет асимптотическое поведение, определяемое парой комплексно-сопряженных полюсов $\alpha(t)$ и $\alpha^*(t)$:

$$T(s,t) \sim \frac{1}{2}\Gamma\left[1-\alpha(t)\right]\exp\left[-i\pi\alpha(t)\right]\left[\alpha(s)\right]^{\alpha(t)} +$$

$$+\frac{1}{2}\Gamma\left[1-\alpha^*(t)\right]\exp\left[-i\pi\alpha^*(t)\right]\left[\alpha(s)\right]^{\alpha^*(t)} \qquad (11)$$

и резонансную структуру

$$T(s,t) = -\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\Gamma[n+\alpha(t)]+\Gamma[n+\alpha^*(t)]}{\Gamma(n)}\cdot\frac{1}{n-\alpha(s)}. \qquad (12)$$

Если $\bar{f}_2(t) \approx const$[*], а $\varphi(t)$, как обычно в модели Венециано, линейная функция $\varphi(t) = \alpha_0 + \alpha' t$, то вычет в полюсе при $\alpha(s) = n$ является полиномом по t степени n, так что, несмотря на наличие у $\alpha(t)$ мнимой части, "предки" ("ancestors") не возникают.

Если в области резонансов $f_1(s) \approx const > 0$[*], то (12) имеет пары комплексных полюсов при

$$q \equiv \frac{1}{2}\sqrt{s-4\mu^2} = q_0 \quad \text{и} \quad -q_0^*,$$

где

$$q_0 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{n-\alpha_0}{\alpha'} - 4\mu^2 - \frac{f_1^2}{4\alpha'^2}} - i\,\frac{f_1}{4\alpha'},$$

которые расположены в нижней полуплоскости комплексного q (или на II листе плоскости s) и соответ-

---

[*] Указанные приближения можно ввести более аккуратно, не нарушая аналитичности $\alpha(t)$, если вместо $\theta(t)$ использовать непрерывную функцию обрезания Хёлдера $h(t)$, которая равна единице при $t \leq 0$ и нулю при $t > \zeta$.

ствуют резонансам типа Брейта-Вигнера с массой $m_R = \sqrt{(n - \alpha_0)/\alpha' - f_1^2/4\alpha'^2} \approx \sqrt{n/\alpha'}$ и шириной $\Gamma = f_2\sqrt{m_R^2 - 4\mu^2}/\alpha' m_R \approx f_2/\alpha'$.

Асимптотическое поведение (11) будет соответствовать требуемому соотношением (1), если $\varphi(s)$ сохраняет линейность и при больших s, а $f_1(s) < \sqrt{s}$.

Поступила в редакцию
20 июля 1971 г.

Л и т е р а т у р а

1. J. S. Ball, F. Zachariasen. Phys. Rev. Letts., 23, 346 (1969).
2. J. S. Ball, G. Marchesini, F. Zachariasen. Phys. Letts., 31B, 583 (1970).
3. G. Veneziano. Nuovo Cimento, 57A, 190 (1968).
4. P. Kaus, F. Zachariasen. Phys. Rev., ID, 2962 (1970).