Краткие сообщения по физике № 1 январь 1970

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ АПЕРИОДИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЫ В СЛАБОМ ВЧ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Н.Е. Андреев, А.Ю. Кирий

В предшествующих исследованиях[1-3] изучалась параметрическая неустойчивость замагниченной плазмы относительно раскачки почти периодических $(\gamma \ll \omega)$ продольных возмущений сравнительно слабым ВЧ электрическим полем. Существенно, что в условиях, когда возбуждаемые колебания мало отличаются от собственных низкочастотных ветвей колебаний, имеющихся в плазме в отсутствии ВЧ поля, такая неустойчивость возможна лишь в неизотермической плазме с температурой электронов, превосходящей температуру ионов $(|e_i| T_e \gg |e| T_i)$. Поэтому представляет интерес изучение апериодической $(\mathrm{Re}\,\omega = 0)$ неустойчивости[4-5], которая может развиваться при любом соотношении между температурами электронов и ионов. Кроме того, при достаточно больших частотах соударений и в неизотермической плазме апериодическая неустойчивость может быть определяющей, так как пороговое значение напряженности ВЧ поля для её возникновения меньше (а инкремент больше), чем для периодической неустойчивости.

В настоящей работе и рассматривается апериодическая неустойчивость замагниченной $(k_\perp \rho_e \ll 1)$ плазмы относительно раскачки продольных возмущений, когда частота ω_0 внешнего ВЧ поля (которое предполагается однородным)

$$\underline{E}(\underline{r},t) = \underline{E}_0 \sin\omega_0 t$$

близка к одной из частот электронных плазменных колебаний:

$$\omega_{re}^{(1,2)} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\omega_{Le}^2 + \Omega_e^2 \pm \left[\left(\omega_{Le}^2 + \Omega_e^2\right)^2 - 4\omega_{Le}^2 \Omega_e^2 \cos^2\theta\right]^{1/2}\right\}^{1/2} \tag{1}$$

где θ – угол между волновым вектором возмущений $\underline{k}$ и направлением внешнего магнитного поля $\underline{B}$, которое также предполагается однородным; $\omega_{Le} = (4\pi e^2 n_e/m_e)^{1/2}$, $\Omega_e = |e|B/m_e C$ – ленгмюровская и гироскопическая частоты электронов. Предположение о замагниченности электронов означает, что их ларморовский радиус $\rho_e = v_{Te}/\Omega_e$ должен быть значительно меньше характерных размеров неоднородности плазмы и внешнего ВЧ поля ℓ. Для возмущений с длинами волн, большими амплитуды осцилляций электронов во внешних ВЧ электрическом и постоянном магнитном полях и расстояния, проходимого тепловым электроном за период ВЧ поля, можно использовать следующее дисперсионное уравнение[6,1,2]:

$$\frac{1}{\delta\varepsilon_i(i\gamma,\underline{k})} + \frac{1}{1+\delta\varepsilon_e(i\gamma,\underline{k})} + \frac{1}{4}\left(\frac{eE_0k}{m_e\omega_0^2}\right)^2 f(\theta,\varphi,\chi_0)\left[\frac{1}{\varepsilon(i\gamma+\omega_0,\underline{k})} + \frac{1}{\varepsilon(i\gamma-\omega_0,\underline{k})}\right] = 0 \tag{2}$$

Здесь $\delta\varepsilon_\alpha(\omega,\underline{k})$ – вклад частиц сорта α в обычную линейную продольную диэлектрическую проницаемость плазмы

$$\varepsilon(\omega,\underline{k}) = 1 + \delta\varepsilon_e(\omega,\underline{k}) + \delta\varepsilon_i(\omega,\underline{k}),$$

$$f(\Theta,\varphi,\chi_0) = \frac{\Omega_e^2\omega_0^2}{(\omega_0^2-\Omega_e^2)^2}\sin^2\Theta\,\sin^2\varphi\,\sin^2\chi_0 +$$

$$+\left[\cos\Theta\cos\chi_0 + \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2-\Omega_e^2}\sin\Theta\cos\varphi\sin\chi_0\right]^2 \qquad (3)$$

где $\chi_0 = \angle\,\underline{B},\underline{E}_0$, φ, –угол между плоскостью, образованной векторами $\underline{B}$ и $\underline{E}$ и плоскостью векторов $\underline{B}$ и $\underline{k}$.

В изучаемом сейчас случае апериодической неустойчивости дисперсионное уравнение (2) определяет инкремент γ нарастания пространственных возмущений с ω = = 0 и колебаний с частотой внешнего поля ω_0. При этом сдвиг фазы возбуждаемых колебаний с частотой ω_0 относительно фазы внешнего ВЧ поля определяется по общим формулам (1.3), (1.16) работы[4].

При $\gamma = 0$ уравнение (2) даёт следующее соотношение для порогового значения внешнего ВЧ поля, при превышении которого плазма становится неустойчивой ($\gamma > 0$):

$$\frac{E_{0,\text{пор}}^2}{4\pi(n_eT_e + n_iT_i)} =$$

$$= \frac{4}{f_{max}}\frac{\nu_{ei}\omega_0}{\omega_{Le}^2}\left[1 + \frac{\Omega_e^2(3\omega_0^2-\Omega_e^2)\sin^2\Theta_{res}}{(\omega_0^2-\Omega_e^2)^2}\right] \qquad (4)$$

где $\nu_{ei} = 4\sqrt{2\pi}e^2 e_i^2 n_i L/3m_e^{1/2}T_e^{3/2}$ – обычная частота электрон-ионных соударений. Это пороговое значение достигается для колебаний, распространяющихся под резонансным углом θ_{res} к магнитному полю

$$\cos^2\theta_{res} = \frac{\omega_0^2(\omega_{Le}^2 + \Omega_e^2 - \omega_0^2)}{\omega_{Le}^2 \Omega_e^2}$$

в направлении, соответствующем максимальному по φ значению $f(\theta, \varphi, \chi_0)$ (3) – f_{max} (см. (2.3) – (2.5) работы[1]). Выражение (4) имеет место в широкой области длин волн возмущений, в которой диссипация колебаний с частотой ω_0, обусловленная эффектом Черенкова, мала по сравнению с диссипацией, вызванной электрон-ионными столкновениями, т.е. при $(1/l) < k < k_{st}$, где, например, для $\omega_0 \simeq \Omega_e |\cos\theta|$,

$k_{st}\rho_e \sim [2 \ln(\omega_0/\nu_{ei})]^{-1/2}$ (см. (1.10) работы[1] и[2]).

Для напряжённостей внешнего поля, не слишком сильно превосходящих пороговую, когда инкремент $\gamma \ll k v_{Ti} |\cos\theta_{res}|$, используя для парциальных проницаемостей следующие значения:

$$\delta\varepsilon_\alpha(i\gamma, \mathbf{k}) \simeq 1/k^2 r_{D\alpha}^2$$

($r_{D\alpha} = v_{T\alpha}/\omega_{L\alpha}$ – дебаевский радиус частиц сорта α), из уравнения (2) находим выражение для максимального инкремента

$$\gamma_{max} = \frac{1}{8} \frac{E_0^2 - E_{0,пор}^2}{4\pi(n_e T_e + n_i T_i)} \frac{f_{max}}{\chi^{(1,2)}} \frac{\omega_{Le}^4}{\omega_0^3} \qquad (5)$$

применимое при достаточно малых частотах столкновений: *)

---

*) В правой части этого неравенства, как и в условии $\gamma < k v_{Ti} |\cos\theta|$, следует опустить $|\cos\theta_{res}|$ при $\rho_i^{-1} < k_\perp < \rho_e^{-1}$.

$$\frac{\nu_{ei}}{\varkappa^{(1,2)}}\left[\frac{\omega_{Le}^2}{\omega_0^2}\cos^2\theta_{res}+\frac{\omega_{Le}^2(\omega_0^2+\Omega_e^2)}{(\omega_0^2-\Omega_e^2)^2}\sin^2\theta_{res}\right]\ll$$

$$\ll k v_{Ti}\,|\cos\theta_{res}|\,\frac{r_{De}^2}{r_{Di}^2}$$

Здесь $E_{0,пор}$ определено формулой (4),

$$\varkappa^{(1,2)}=\frac{\omega_0^2-[\omega_{re}^{(2,1)}]^2}{\omega_0^2-\Omega_e^2}$$

а индексы 1,2 у $\varkappa$ отмечают, к какой из частот плазменных колебаний (1) близка частота внешнего поля. Инкремент неустойчивости принимает максимальное значение (5) для возмущений с теми же волновыми векторами, при которых достигается и порог (4).

Из соотношений (4),(5) очевидно, что с уменьшением частоты внешнего поля $E_{0,пор}$ уменьшается, а максимальный инкремент растёт. При резонансе на частоте $\omega_{re}^{(2)}$ уменьшение частоты ограничено минимальным значением $\omega_{re}^{(2)}$, для нахождения которого формула (1), не учитывающая вклада ионов, не пригодна. Соответствующее значение с учётом вклада ионов (если $\Omega_e<\omega_{Le}^2/\omega_{Li}$) имеет вид:

$$\min\omega_{re}^{(2)}\simeq\frac{\Omega_e\,\omega_{Li}}{(\Omega_e^2+\omega_{Le}^2)^{1/2}}$$

При этом $|\cos\theta_{res}|\simeq\omega_{Li}/\omega_{Le}$. Уменьшение же $\omega_0\sim$ $\sim\min\omega_{re}^{(2)}$ с уменьшением магнитного поля в свою очередь ограничено предположением о малости вклада электрон-ионных соударений в $\delta\varepsilon_e(i\gamma\pm\omega_0,\underline{k})$ по сравнению с $\mathrm{Re}\,\delta\varepsilon_e(i\gamma\pm\omega_0,\underline{k})$, что приводит к ограничению

$$\Omega_e>\omega_{Le}\left(\frac{\nu_{ei}}{\omega_{Li}}\right)^{1/3},\qquad \omega_0>\nu_{ei}^{1/3}\,\omega_{Li}^{2/3}$$

Таким образом; при минимальной возможной частоте внешнего поля $\omega_0 \simeq \nu_{ei}^{1/3}\omega_{Li}^{2/3}$, когда $\Omega_e \simeq \omega_{Le}(\nu_{ei}/\omega_{Li})^{1/3}$, пороговое значение E_0 оценивается соотношением

$$\frac{E^2_{0,пор}}{4\pi(n_e T_e + n_i T_i)} \simeq 4\,\frac{\nu_{ei}}{\omega_{Le}}\left(\frac{\nu_{ei}^{1/3}\,\omega_{Li}^{2/3}}{\omega_{Le}}\right) \qquad (6)$$

из которого видно, что при соответствующем выборе напряжённости внешнего магнитного поля и частоты внешнего ВЧ электрического поля $E_{0,пор}$ оказывается значительно меньше, чем соответствующая величина

$$\frac{E^2_{0,пор}}{4\pi(n_e T_e + n_i T_i)} = 4\,\frac{\nu_{ei}}{\omega_{Le}},$$

полученная в работе[4] при отсутствии постоянного магнитного поля.

Проведённое исследование показывает, что наличие постоянного магнитного поля, приводящее к существенному расширению спектра высокочастотных плазменных колебаний, позволяет значительно уменьшить пороговое значение внешнего ВЧ поля для возникновения апериодической неустойчивости (и соответственно увеличить инкремент) при уменьшении частоты ВЧ поля $\omega_0 \simeq \omega_{re}^{(2)}$. Наконец подчеркнем, что изученная здесь апериодическая неустойчивость при больших частотах соударений может полностью определить взаимодействие ВЧ поля даже с неизотермической плазмой.

Авторы признательны В.П. Силину за ценные советы и замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Андреев Н.Е. ЖЭТФ /в печати/.
2. Андреев Н.Е., Кирий А.Ю. ЖЭТФ /в печати/.
3. Tzoar N. Phys. Rev. 178, 356 (1969).
4. Андреев Н.Е., Кирий А.Ю., Силин В.П. ЖЭТФ, 57, 1028(1969).
5. Кирий А.Ю. Радиофизика /в печати/.
6. Алиев Ю.М., Силин В.П., Уотсон Х. ЖЭТФ, 50, 944 (1966).