Краткие сообщения по физике № 2 февраль 1970

О ПРЕДЕЛЬНЫХ ТОКАХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ТРУБЧАТЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ

Л. С. Богданкевич, А. А. Рухадзе

В последнее время внимание исследователей привлекает вопрос о предельных токах в релятивистских электронных пучках[1,2]. В некомпенсированных электронных пучках предельный ток определяется объёмным зарядом электронов, в то время как в компенсированных пучках токи ограничиваются развитием электростатических неустойчивостей в системе. При этом существенное значение имеет распределение тока по сечению; известно, что при неоднородном распределении токи в электронных пучках могут быть значительно больше, чем при однородном распределении[2]. В связи с этим нами был исследован вопрос о предельных токах трубчатых электронных пучков в дрейфовом пространстве при наличии сильного продольного поля[1].

Рассмотрим релятивистский электронный пучок, движущийся в металлическом волноводе радиуса R и длины $L \gg R$. Плотность тока считаем отличной от нуля в области $R_1 \leqslant r \leqslant R$; причём $R - R_1 = a \ll R$. Легко показать, что предельный ток в таком некомпенсированном трубчатом пучке определяется выражением:

$$J_0 = \frac{R}{a} I_0 \tag{1}$$

где I_0 -предельный ток некомпенсированного однородного пучка, полностью заполняющего волновод. В области релятивистских энергий электронов, когда $\gamma = \frac{E}{mc^2} \gg 1$, $I_0 = \frac{cE}{e} 17\gamma$ ka. При $R/a \approx 10$ и $\gamma \approx 6$ (то-есть $E = 3$ Мэв) в трубчатом пучке может быть достигнут ток до 10^6а.

При полной компенсации заряда пучка ионами предельный ток определяется развитием в системе электростатических неустойчивостей. Дисперсионное уравнение колебаний трубчатого пучка записывается в следующем виде:

$$J_\ell(i\alpha R)\Big\{ I_\ell(|k_z| R_1) \Big[i\alpha\varepsilon_\perp N'_\ell(i\alpha R_1) + \frac{1}{R_1} g N_\ell(i\alpha R_1)\Big] -$$

$$- |k_z| N_\ell(i\alpha R_1) I'_\ell(|k_z| R_1)\Big\} + N_\ell(i\alpha R)\Big\{ |k_z| J_\ell(i\alpha R_1) I'_\ell(|k_z| R_1) -$$

$$- I_\ell(|k_z| R_1)\Big[i\alpha\varepsilon_\perp J'_\ell(i\alpha R_1) + \frac{1}{R_1} g J_\ell(i\alpha R_1)\Big]\Big\} = 0 \qquad (2)$$

Здесь $\alpha^2 = k_z^2 \frac{\varepsilon_\parallel}{\varepsilon_\perp}$, $k_z = \frac{\pi S}{L}$, где $S = 1, 2, 3, \ldots$,

$$\varepsilon_\parallel = 1 - \frac{\omega_{Le}^2}{\gamma^3(\omega - k_z u)^2} - \frac{\omega_{Li}^2}{\omega^2},$$

$$\varepsilon_\perp = 1 - \frac{\omega_{Li}^2}{\omega^2 - \Omega_i^2},$$

$$g = \frac{\omega_{Li}^2 \Omega_i}{\omega(\omega^2 - \Omega_i^2)} - \frac{\omega_{Le}^2}{\Omega_e(\omega - k_z u)}, \qquad (3)$$

u – скорость электронов пучка, $\omega_{Le,i}$, $\Omega_{e,i}$, соответственно, ленгмюровские и ларморовские частоты электронов и ионов, а J_ℓ, N_ℓ и I_ℓ – функции Бесселя.

Для однородного пучка, полностью заполняющего волновод $(R_1 \to 0)$, уравнение (2) существенно упрощается и принимает вид:

$$J_\ell\,[i\alpha R] = 0 \qquad (4)$$

Если система достаточно короткая, так что $\frac{L}{a} < 2\sqrt{\frac{M}{m}}\,\gamma^{-3/2}$, то анализ уравнения (2) приводит к следующему выражению для предельного тока в трубчатом компенсированном пучке

$$J_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2,4}\right)^2 \frac{R}{a}\, I_1 \qquad (5)$$

где I_1 – предельный ток однородного электронного пучка[1]

$$I_1 = \frac{mu^3}{4e}\,(2,4)^2 \gamma^3 . \qquad (6)$$

В более длинных системах, когда $\frac{L}{a} > 2\sqrt{\frac{M}{m}}\,\gamma^{-3/2}$, предельный ток однородного электронного пучка ($a = R$) определяется уравнениями:

$$I = \min(I_1, I_2)$$

$$I_2 = \max \begin{cases} \frac{mu^3}{4e}\,\frac{2,4\pi R}{L}\sqrt{\frac{M}{m}}\,\gamma^{3/2} \\ \frac{mu}{4e}\,\frac{m}{M}\,R^2\,\Omega_e^2 \end{cases} \qquad (7)$$

В трубчатом электронном пучке при этом предельный ток равен:

при $\frac{\pi u}{\Omega_i a} > \frac{L}{a} > 2\sqrt{\frac{M}{m}}\,\gamma^{-3/2}$

$$J = \min\{J_1, J_2\}$$

$$J_2 = \max \begin{cases} \frac{\pi m u^3}{4e} \frac{R}{L} \sqrt{\frac{M}{m}} \gamma^{3/2} \\ \frac{mu}{4e} \frac{m}{M} \Omega_e^2 \, 2Ra \end{cases} \tag{8}$$

при $\frac{L}{a} > \frac{\pi u}{\Omega_i a}$

$$J = \min \{ J_1, J_2, J_3 \}$$

$$J_3 = \frac{mu^3}{4e} \frac{M}{m} \frac{2\pi^2 Ra}{L^2} \tag{9}$$

Значения токов J_1 и J_2 (а также I_1 и I_2) определяются развитием в системе пучковой неустойчивости типа Будкера-Бунемана[3] и соответствуют возбуждению аксиально-симметричных мод колебаний. Предельный же ток J_3 связан с возбуждением аксиально-несимметричных мод, обусловленных развитием токово-конвективной неустойчивости в системе[4]. В однородном пучке, полностью заполняющем волновод, токово-конвективная неустойчивость развиваться не может.

Из сравнения формул (5), (8), (9) с формулами (6) и (7) следует, что в относительно коротких системах и при наличии сильных магнитных полей трубчатые электронные пучки обладают существенным преимуществом по сравнению с однородными пучками: в них могут быть достигнуты токи в R/a раз большие. При $R/a = 10$ и $\gamma = 6$ максимальный ток в компенсированном трубчатом пучке может быть порядка 3.10^7 а. Однако в длинных системах и слабых магнитных полях это преимущество трубчатых пучков вследствие развития токово-конвективной неустойчивости уже не имеет места. Более того, предельный ток в достаточно длинных трубчатых пучках может оказаться меньше, чем в однородных.

Поступила в редакцию
30 декабря 1969 г.

Литература

1. Богданкевич Л. С., Желязков И. И., Рухадзе А. А. ЖЭТФ 57, 1 (7), 315 (1969); Радиофизика (в печати)
2. Hammer D., Rostoker N., Laboratory of Plasma Studies Cornell University Jthaca, New York, LPS 16,June 1969.
3. Будкер Г. И., Атомная Энергия 5, 3, 1956.
   Бунэман О. Phys. Rev 115,503, 1959.
4. Богданкевич Л. С., Ловецкий Е. Е., Рухадзе А. А., Ядерный Синтез, 6 , 9, 176 (1966).