ЭФФЕКТ НАСЫЩЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ ПРИ НЕПРЯМЫХ ОПТИЧЕСКИХ ПЕРЕХОДАХ

Ю. П. Лисовец, И. А. Полуэктов, Ю. М. Попов

Рассмотрим эффект насыщения в полупроводниках[1,2] для оптических переходов типа акцепторный уровень – – "хвост" примесных состояний и др., в которых квазиимпульс электрона не сохраняется.*) Для этого вычислим мнимую часть поляризации единицы объёма полупроводника на частоте сильного электромагнитного поля $\bar{\mathcal{E}}_1(t) = \bar{E}_1 \cos\omega_1 t$

$$P_2 = \frac{1}{V}\sum_{kk'} P_{2kk'} = \frac{1}{V}\sum_{kk'} \mu^{cv}_{kk'} f^{vc}_{k'k} + \mu^{vc}_{k'k} f^{cv}_{kk'} = \frac{1\mu}{V}\sum_{kk'} f^{vc}_{k'k} + f^{cv}_{kk'} \qquad (1)$$

где V - объём, $\mu^{cv}_{kk'} = \mu$ –матричный элемент дипольного момента перехода между состояниями k и k' зон c и v; $f^{cv}_{kk'}$, $f^{vc}_{k'k}$ – "медленные" компоненты недиагональных элементов оператора плотности $\hat\rho(\rho^{vc}_{k'k} = f^{vc}_{k'k} e^{-i\omega t})$, подчиняющегося уравнению движения:

$$i\hbar \frac{d\hat\rho}{dt} = \left[\hat H - \hat\mu \mathcal{E}_1(t), \hat\rho\right] - \hat\gamma\hat\rho; \quad \hat H = \hat H_0 + \hat V_{ee} + \hat V_{ef} \qquad (2)$$

H_0 –невозмущённый гамильтониан, V_{ee} и V_{ef} –взаимодействия электронов друг с другом и с фононами, которые в уравнении для недиагональных элементов $\hat\rho$ приводят к

---

*) Большинство полупроводниковых генераторов и усилителей работают именно на этих переходах.

затуханию со временем Γ^{-1} [3], а в уравнениях для функций распределения $\rho^{cc}_{kk} = f^c_k$, $\rho^{vv}_{k'k'} = f^v_{k'}$ дают обычные интегралы столкновений; γ^{-1} –время междузонной рекомбинации ($\gamma \ll \Gamma$). Из (1) и (2) в стационарном случае ($\frac{d\rho}{dt} = 0$) получаем

$$P_2 = -\mu^2 E_1 \hbar\Gamma \sum_{kk'} \frac{f^c_k - f^v_{k'}}{(\varepsilon^c_k - \varepsilon^v_{k'} - \hbar\omega_1)^2 + \hbar^2\Gamma^2} \qquad (3)$$

Рассмотрим далее случай поглощения и усиления.

1. Поглощение. Время замедления [4] неравновесных носителей, образовавшихся при поглощении света E_1 меньше рекомбинационного времени γ^{-1} . Т.е. устанавливается фермиевское распределение неравновесных носителей с квазиуровнем Ферми $\varphi^{c,v}_{\varepsilon_1}$, зависящим от поля накачки E_1; коэффициент поглощения на произвольной частоте слабого поля E будет равен $k(\omega) = \frac{2\pi\omega}{c} \frac{P_2(\omega)}{E}$. Квазиуровни Ферми $\varphi^{c,v}_{\varepsilon_1}$ определяются следующим образом: из (2) в стационарном случае получаем уравнения для функций распределения

$$\begin{aligned} f^c_k &= f^{oc}_k + \frac{1}{2}\frac{E_1}{\hbar\gamma}\sum_{\bar{k}} P_{2k\bar{k}} + (\hbar\gamma)^{-1}\cdot(S_{ee}(f^c_k) + S_{e\phi}(f^c_k)) \\ f^v_{k'} &= f^{ov}_{k'} - \frac{1}{2}\frac{E_1}{\hbar\gamma}\sum_{\bar{k}} P_{2\bar{k}k'} + (\hbar\gamma)^{-1}\cdot(S_{ee}(f^v_{k'}) + S_{e\phi}(f^v_{k'})) \end{aligned} \qquad (4)$$

где $f^{oc}_k, f^{ov}_{k'}$ – равновесные (при $E_1 = 0$) функции распределения, $S_{ee}(f^c_k)$ $S_{e\phi}(f^c_k)$ – интегралы столкновений электронов между собой и с фононами. При этом уравнения для полного числа частиц принимают вид:

$$n^c = n^c_0 + \frac{1}{2}\frac{E_1}{\hbar\gamma}\sum_{kk'} P^0_{2kk'}; \quad n^v = n^v_0 - \frac{1}{2}\frac{E_1}{\hbar\gamma}\sum_{kk'} P^0_{2kk'} \qquad (5)$$

Для определения величины $\sum_{kk'} P^0_{2kk'}$, которая описывает изменение частиц в зонах под действием поля, достаточно решить систему уравнений (4), (3), опуская в

(4) S_{ee} и S_{ef} В результате можно получить интегральное уравнение для $P^{o}_{2\kappa\kappa'}$

$$P^{o}_{2\kappa\kappa'} = -\mu^2 E_1 \hbar\Gamma \frac{f^{oc}_{\kappa} - f^{ov}_{\kappa'}}{(\varepsilon^{c}_{\kappa} - \varepsilon^{v}_{\kappa'} - \hbar\omega_1)^2 + \hbar^2\Gamma^2} - \frac{1}{2}\mu^2 E_1^2 \frac{\Gamma}{\delta} \frac{\sum_{\tilde{\kappa}} P^{o}_{2\kappa\tilde{\kappa}} + P^{o}_{2\tilde{\kappa}\kappa'}}{(\varepsilon^{c}_{\kappa} - \varepsilon^{v}_{\kappa'} - \hbar\omega_1)^2 + \hbar^2\Gamma^2} \tag{6}$$

Пусть в зоне v плотность состояний $\rho^{v}(\varepsilon) = N_0\delta(\varepsilon + \Delta)$ (N_0 - концентрация акцепторов, Δ - расстояние уровня от дна зоны проводимости). Тогда (6) допускает точное решение:

$$P^{o}_{2} = \sum_{\kappa\kappa'} P^{o}_{2\kappa\kappa'} = -d_0^2 a^3 N_0 E_1 \hbar\Gamma \frac{\int_c d\varepsilon \frac{f^{oc}(\varepsilon) - f^{ov}(-\Delta)}{(\varepsilon - \Delta - \hbar\omega_1)^2 + \hbar^2\Gamma^2 + R^2}}{1 + \frac{R^2}{N_0}\int_c d\varepsilon \frac{\rho^{c}(\varepsilon)}{(\varepsilon - \Delta - \hbar\omega_1)^2 + \hbar^2\Gamma^2 + R^2}} \tag{7}$$

где $R^2 = \frac{1}{2}\mu^2 E_1^2 \frac{\Gamma}{\delta} N_0 V = \frac{1}{2} d_0^2 E_1^2 \frac{\Gamma}{\delta} a^3 N_0$, d_0 - дипольный матричный элемент перехода между краями зон, $a = e^2/\alpha I$, I - "радиус" и потенциал ионизации акцептора, α - диэлектрическая проницаемость, $\rho^{c}(\varepsilon)$ - плотность состояний в зоне С. Ниже предполагается, что в (7) $f^{ov}(-\Delta) = \frac{1}{2}$ [5].

1. $T = 0$, $\rho^{c}(\varepsilon) \sim \varepsilon^{1/2}$, $f^{oc}(\varepsilon) = 0$

Насыщение коэффициента поглощения наступает, очевидно, при $\varphi^{max}_{\varepsilon_1} = \hbar\omega_1 - \Delta$. Тогда, определив из (5) φ_{ε_1} , можно найти поле насыщения.

а) $R < \hbar\Gamma$ (слабое поле), $\varphi^{max}_{\varepsilon_1} \approx 1{,}6R(\frac{R}{\hbar\Gamma})^{1/3} \sim R^{4/3}$,

$$R_{н} \approx (\frac{\hbar\omega_1 - \Delta}{\hbar\Gamma})^{3/4} \hbar\Gamma \quad и \quad E_{н} \approx 1{,}4 \frac{\hbar\delta}{d_0 (a^3 N_0)^{1/2}} (\frac{\hbar\omega_1 - \Delta}{\hbar\Gamma})^{3/4}, \tag{8}$$

и насыщение наступает лишь вблизи дна зоны, когда $\hbar\omega_1 - \Delta \ll \hbar\Gamma$.

б) $R > \hbar\Gamma$ (сильное поле), $\varphi^{max}_{\varepsilon_1} \approx 6{,}9R$,

$$R_н \approx 0{,}4(\hbar\omega_1 - \Delta) \quad и \quad E_н \approx 0{,}7 \frac{\hbar\gamma}{d_0(a^3 N_0)^{1/2}} \frac{\hbar\omega_1 - \Delta}{\hbar\Gamma}. \tag{9}$$

Коэффициент поглощения имеет вид:

$$k(\omega) = - d_0^2 a^3 N_0 \frac{\pi\omega}{c} \hbar\Gamma \left(\int_0^{\varphi_{\varepsilon_1}} \frac{\rho^c(\varepsilon)d\varepsilon}{(\varepsilon - \Delta - \hbar\omega)^2 + \hbar^2\Gamma^2} - \int_{\varphi_{\varepsilon_1}}^{\infty} \frac{\rho^c(\varepsilon)d\varepsilon}{(\varepsilon - \Delta - \hbar\omega)^2 + \hbar^2\Gamma^2} \right). \tag{10}$$

Если стремить поле накачки E_1 к насыщенному полю $E_н$, то $k(\omega_1) \sim (\hbar\Gamma)^{1/2}$, т.е. мал и обращается точно в ноль лишь при $\Gamma \to 0$, но из 3 следует, что при совпадении уровня Ферми с частотой света $\Gamma \to 0$ при $T = 0$.

2. $T = 0$, $\rho^c(\varepsilon) = \rho_0 \exp(\varepsilon/\varepsilon_0)$, ε_0 – параметр легирования. $f^{oc}(\varepsilon) = 1$, $\varepsilon < -\varphi_0$ и $f^{oc}(\varepsilon) = 0$, $\varepsilon > -\varphi_0$. В этом случае для уровня Ферми получим:

$$\varphi_{\varepsilon_1}^{max} = \varphi_0 - \frac{\pi}{2} \frac{R^2}{(R^2 + \hbar^2\Gamma^2)^{1/2}} \tag{11}$$

а) $R < \hbar\Gamma$ (слабое поле),

$$E_н \sim R_н = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{\varphi_0 - \Delta + \hbar\omega_1}{\hbar\Gamma}\right)^{1/2} \hbar\Gamma \tag{12}$$

насыщение наступает при $\varphi_0 - \Delta + \hbar\omega_1 \ll \hbar\Gamma$

б) $R > \hbar\Gamma$ (сильное поле),

$$E_н \sim R_н = \frac{2}{\pi} (\varphi_0 - \Delta + \hbar\omega_1) \tag{13}$$

т. е. величина поля насыщения растёт с увеличением частоты поля накачки.

При $\Delta - \hbar\omega_1 \gg \hbar\Gamma$ можно найти коэффициент поглощения слабого поля E в двух предельных случаях:

а) $\Delta - \hbar\omega - \varphi_{\varepsilon_1} \gg \hbar\Gamma$, $\omega < \omega_1$,

$$k(\omega) = - d_0^2 a^3 N_0 \frac{\pi^2\omega}{c} \rho_0 \exp \frac{\hbar\omega - \Delta}{\varepsilon_0} \tag{14}$$

т. е. возникает инверсия.

б) $\varphi_{\varepsilon_1} - \Delta + \hbar\omega \gg \hbar\Gamma, \quad \omega > \omega_1,$

$$k(\omega) = d_0^2 a^3 N_0 \frac{\pi^2\omega}{c} \rho_0 \exp\frac{\hbar\omega - \Delta}{\varepsilon_0} \tag{15}$$

т.е. имеем поглощение. При стремлении E_1 к $E_н$ коэффициент поглощения на частоте сильного поля обращается в ноль.

2. Усиление: При прохождении света частоты ω убыль электронов на уровне $\varepsilon^c = \hbar\omega - \Delta$ деформирует функцию распределения $f^{oc}(\varepsilon)$ с квазиуровнем Ферми φ_0, определяемым накачкой. Если время электрон-электронных соударений много меньше времени индуцированных переходов, то функция распределения $f^c(\varepsilon)$ близка к фермиевской функции распределения $\bar{f}^c(\varepsilon)$ с новым квазиуровнем Ферми $\varphi_\varepsilon < \varphi_0$. В уравнениях для функций распределения (4) необходимо теперь оставить член S_{ee}, который запишем в виде $\theta_{ee}(f^c(\varepsilon) - \bar{f}^c(\varepsilon))$. Из (4) легко получаем:

$$f^c_\kappa = F^c_\kappa + \frac{1}{2}\frac{E}{\hbar(\gamma + \theta_{ee})} \sum_{\kappa''} P_{2\kappa\kappa''}; \quad f^v_{\kappa'} = F^v_{\kappa'} - \frac{1}{2}\frac{E}{\hbar(\gamma + \theta_{ee})} \sum_{\kappa''} P_{2\kappa''\kappa'}, \tag{16}$$

$$n^c = n^c_0 + \frac{1}{2}\frac{E}{\hbar\gamma} P^0; \quad n^v = n^v_0 - \frac{1}{2}\frac{E}{\hbar\gamma} P^0, \tag{17}$$

где $\quad F^{c,v}_{\kappa,\kappa'} = \frac{\gamma}{\gamma + \theta_{ee}} f^{oc,v}_{\kappa,\kappa'} + \frac{\theta_{ee}}{\gamma + \theta_{ee}} \bar{f}^{c\,v}_{\kappa\,\kappa'} \quad$ и

$$P^0 = -d_0^2 a^3 N_0 E \hbar\Gamma \frac{\int\limits_c d\varepsilon \rho^c(\varepsilon) \frac{F^c(\varepsilon) - F^v(-\Delta)}{(\varepsilon - \Delta - \hbar\omega)^2 + \hbar^2\Gamma^2 + \frac{\gamma}{\theta_{ee}} R^2}}{1 + \frac{\gamma}{\theta_{ee}}\frac{R^2}{N_0}\int\limits_c d\varepsilon \frac{\rho^c(\varepsilon)}{(\varepsilon - \Delta - \hbar\omega)^2 + \hbar^2\Gamma^2 + \gamma/\theta_{ee} R^2}} \tag{18}$$

Известно, что полное число электронов в зоне при $T \neq 0$ определяется формулой: $(\rho^c(\varepsilon) = \rho_0 e^{\varepsilon/\varepsilon_0})$,

$$n = \rho_0 B(T)\exp(-\varphi/\varepsilon_0), \quad B(T) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{x/\varepsilon_0}}{1 + e^{x/\kappa T}} dx. \tag{19}$$

Используя (17),(18),(19) и считая, что $\Delta - \hbar\omega \gg (\hbar^2\Gamma^2 + \frac{\gamma}{\Theta_{ee}} R^2)^{1/2}$, получим:

$$B(T)e^{-\varphi_\varepsilon/\varepsilon_0} = B(T)e^{-\varphi_0/\varepsilon_0} -$$

$$- \frac{\pi R^2 e^{\frac{\hbar\omega-\Delta}{\varepsilon_0}}}{2(\hbar^2\Gamma^2 + \frac{\gamma}{\Theta_{ee}} R^2)^{1/2}} \frac{(1 - e^{\frac{\varphi_\varepsilon-\Delta+\hbar\omega}{kT}})(1 + e^{\frac{\varphi_\varepsilon-\Delta+\hbar\omega}{kT}})^{-1}}{1 + \frac{\gamma}{\Theta_{ee}} \frac{\pi R^2}{(\hbar^2\Gamma^2 + \frac{\gamma}{\Theta_{ee}} R^2)^{1/2}} \frac{\rho_0}{N_0} e^{\frac{\hbar\omega-\Delta}{\varepsilon_0}}} . \quad (20)$$

Пусть $\frac{\varphi_0 - \Delta + \hbar\omega}{kT}$, $\frac{\varphi_0 - \Delta + \hbar\omega}{\varepsilon_0} \ll 1$, что осуществляется в ПКГ и ПУ при температуре $T \leqslant 100^\circ$. Тогда разлагая экспоненты получим:

$$\Delta - \hbar\omega - \varphi_\varepsilon = \frac{\Delta - \hbar\omega - \varphi_0}{1 + \frac{\pi}{4} \frac{R^2\varepsilon_0}{kTB(T)(\hbar^2\Gamma^2 + \frac{\gamma}{\Theta_{ee}} R^2)^{1/2}} \left(1 + \frac{\gamma}{\Theta_{ee}} \frac{\pi R^2}{(\hbar^2\Gamma^2 + \frac{\gamma}{\Theta_{ee}} R^2)^{1/2}} \frac{\rho_0}{N_0} e^{\frac{\hbar\omega-\Delta}{\varepsilon_0}}\right)^{-1}}$$

(21)

Для прямых переходов[1] уровень Ферми уменьшается обратно пропорционально интенсивности. В нашем случае (21) подобное изменение имеет место при

$$\frac{\gamma}{\Theta_{ee}} \frac{\pi R^2}{(\hbar^2\Gamma^2 + \frac{\gamma}{\Theta_{ee}} R^2)^{1/2}} \frac{\rho_0}{N_0} e^{\frac{\hbar\omega-\Delta}{\varepsilon_0}} \ll 1.$$

В противном случае зависимость уровня Ферми от 1 интенсивности становится более сложной и отличается от случая прямых переходов.

Поступила в редакцию

15 января 1970 г.

Литература

1. Крохин О. Н. ФТТ, 7, 2612, 1965.
2. Климонтович Ю. Л., Погорелова Э. В. ЖЭТФ, 51, 1722, 1966.
3. Никитин В. Ю., Полуэктов И. А. ФТП, 7, 851, 1969.
4. Попов Ю. М. Докторская диссертация, ФИАН.
5. Елисеев П. Г. Кандидатская диссертация, ФИАН.