Краткие сообщения по физике № 3 март 1970

К ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ НЕОДНОРОДНОЙ СЛАБОИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЫ, ПОМЕЩЁННОЙ В ВЫСОКОЧАСТОТНОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

Б. М. Маркеев

Параметрическое возбуждение волн в плазме внешним электрическим ВЧ полем в настоящее время вызывает значительный интерес. В работе[1] было показано, что в бесстолкновительной однородной плазме, находящейся в сильном высокочастотном поле, в определённых условиях возникает неустойчивость и происходит возбуждение электромагнитных волн. С точки зрения эксперимента всегда представляло интерес возбуждение колебаний в слабом поле и определение пороговых амплитуд, начиная с которых происходит данное возбуждение. Теоретические пороговые значения напряжённости высокочастотного поля в незамагниченной плазме исследовались в[2-4]. При этом теоретические выводы относительно малости пороговых напряжённостей согласуются с экспериментальными данными работы[5]. В настоящей работе исследуется вопрос устойчивости неоднородной замагниченной слабоионизованной плазмы, помещённой в слабое ВЧ поле в гидродинамической области частот и длин волн.

Как известно, в гидродинамической области (ω, $kv_{Te} \ll \nu_{an}$) в неоднородной замагниченной плазме существуют две ветви дрейфовых колебаний[6]:

$$\omega = \omega_{ne}\left\{1 + \frac{\omega_{Te}}{\omega_{ne}}(1+S) - i\left[\frac{2}{3}\,\frac{k_z^2\chi_e''}{\omega n_{oe}} + 2\,\frac{m_e}{m_i}\,\frac{\nu_{en}}{\omega}\right] \times \frac{\omega_{Te}}{\omega_{ne}}(1+S)\right\} \quad \text{при} \quad \frac{(k_z v_{Te})^2}{\omega\,\nu_{en}} \ll 1\,; \qquad (1)$$

$$\omega = \omega_{ne}\left\{1-i\left(\frac{k_z^2\chi_e''}{\omega n_{oe}}\right)^{-1}\frac{\omega_{Te}}{\omega_{ne}}(1+S)\right\}$$

$$\text{при} \qquad \frac{(k_z v_{Te})^2}{\omega\,\nu_{en}} > 1 > \frac{(k_z v_{Ti})^2}{\omega\,\nu_{in}} . \qquad (2)$$

Здесь $\omega_A = \frac{k_y T_{oa}}{m_a \Omega_a}\frac{\partial \ln A}{\partial x}$ – дрейфовая частота, где $A = n_{oa}$, T_{oa}, $P_{oa} = n_{oa}T_{oa}$ – равновесная концентрация, температура и давление соответственно, χ_0'' – коэффициент продольной теплопроводности. Эти спектры неустойчивы при наличии градиента температуры; в плазме с однородной температурой колебания устойчивы. Ниже будет показано, что внешнее слабое ВЧ поле с отрицательной расстройкой ($\Delta\omega_0 = \omega_0 - \omega_{Le} < 0$) в системе с однородной температурой приводит к раскачке этих колебаний, аналогично постоянному продольному току[7]. При этом существенно, что неустойчивость возникает при напряжённостях внешних ВЧ полей, меньших, чем пороговые поля, определяющие неустойчивость в однородной плазме[3]. В работе также обсуждаются вопросы стабилизации дрейфовых колебаний плазмы с неоднородной температурой слабым ВЧ полем при положительной расстройке ($\Delta\omega_0 = \omega_0 - \omega_{Le} > 0$).

Рассмотрим слабоионизованную неоднородную вдоль оси ox плазму, помещённую в однородное продольное магнитное поле (ось oz) и в слабое высокочастотное электрическое поле, для определённости направленное вдоль магнитного поля. Задачу об устойчивости такой системы относительно малых потенциальных возмущений будем решать на основе линеаризованных уравнений Больцмана

$$\frac{\partial \delta f_a}{\partial t} + \vec{v}_a\frac{\partial \delta f_a}{\partial \vec{r}_a} + e_a\left\{\vec{E} + \frac{1}{c}\left[\vec{v}_a\vec{B}\right]\right\}\frac{\partial \delta f_a}{\partial \vec{v}_a} =$$

$$= \int d\vec{v}_a'\, d\Omega\,\sigma(W,\theta)W\left\{\delta f_a f_n - \delta f_a' f_n'\right\}, \qquad (3)$$

где $W = |\vec{v}_a - \vec{v}_n|$, θ -угол рассеяния, $\sigma(W,\theta)$ -дифференциальное сечение рассеяния, и уравнение Пуассона

$$\operatorname{div}\delta\vec{E} = 4\pi\sum_{\beta} e_{\beta}\delta n_{\beta}\,. \tag{4}$$

Ограничимся анализом спектра в гидродинамической области частот $(\omega, kv_{Ta} < \nu_{an})$, но будем считать, что частота внешнего поля выше частот соударений электронов с нейтралами и электронной циклотронной частоты $(\omega_0 > \nu_{an}, \Omega_a)$. Решение уравнения (3) будем искать в виде

$$\delta f_a = \sum_n \delta f_a^{(n)} \exp - i\left[(\omega + n\omega_0)t - \vec{k}\vec{r}\right]. \tag{5}$$

Высокочастотную часть возмущения плотности можно определить непосредственно из выражения (5)

$$\eta_e^{(n)} = -\frac{k^2}{4\pi e_e}\delta\varepsilon_e(\omega + n\omega_0, \vec{k})\sum_m I_{n-m}(a)\,\Phi^{(m)}, \tag{6}$$

где

$$\delta n_e = \eta_e \exp - ia\sin\omega_0 t\ ;\quad a = \frac{k_z u_E}{\omega_0}\ ;\quad u_E = \frac{e_e E_0}{m_e\omega_0}\,,\quad \text{и}$$

$$\delta\varepsilon_e^{(n)}(\omega + n\omega_0, \vec{k}) = -\frac{\omega_{Le}^2}{(\omega + n\omega_0)^2}\left[1 - i\frac{\nu_{en}}{(\omega + n\omega_0)}\right] \tag{7}$$

Здесь ν_{en} -частота столкновений[3]. Низкочастотную часть возмущения плотности ($n = 0$) мы будем искать на основе решения уравнения (3) методом Грэда, т.е. будем исходить из уравнений гидродинамики[8]. Производя замену (7) и

$$\begin{aligned} \delta u_{ez} &= W_z \exp - ia\sin\omega_0 t \\ \delta T_e &= \theta\exp - ia\sin\omega_0 t, \end{aligned} \tag{8}$$

систему уравнений гидродинамики можно свести к виду, полученному в работе[7], из которого определим выражение для возмущения низкочастотной части плотности. Последнее будет определяться выражением, аналогичным полученному в работе[7]. Для случая слабого поля, подставляя в уравнение Пуассона возмущения плотностей электронов и ионов, определённых из уравнений Больцмана для высокочастотной и уравнений гидродинамики для низкочастотной частей возмущений плотностей, окончательно получим следующее дисперсионное уравнение колебаний плазмы в ВЧ поле

$$\frac{1}{\delta\varepsilon_e(\omega)} + \frac{1}{\delta\varepsilon_i(\omega)} + \frac{a^2}{4}\left(\frac{1}{\varepsilon(\omega-\omega_0)} + \frac{1}{\varepsilon(\omega+\omega_0)}\right) = 0 \qquad (9)$$

где $\varepsilon = 1 + \delta\varepsilon_e + \delta\varepsilon_i$, а выражения для $\delta\varepsilon_e$ и $\delta\varepsilon_i$ приведены в [7].

Проанализируем уравнение (9) в предельных случаях больших и малых коэффициентов теплопроводности. Решая это уравнение, получим два спектра в соответствующих предельных случаях:

$$\omega = \omega_{ne}\Bigg\{1 + \frac{\omega_{Te}}{\omega_{ne}}(1+S) - i\left[\frac{2}{3}\frac{k_z^2\chi_e''}{\omega\, n_{oe}} + 2\frac{m_e}{m_i}\frac{\nu_{en}}{\omega}\right]\frac{\omega_{Te}}{\omega_{ne}}(1+S) - i\frac{\omega_{ne}\nu_{en}}{(k_z v_{Te})^2}\frac{1}{(kr_e)^2}\frac{a^2}{2}\left[\left(\frac{2\Delta\omega_0}{\omega_0}\right)^2 + \frac{\nu_{en}^2}{\omega_0^2}\right]^{-1}\Bigg\} \qquad (10)$$

при $\dfrac{(k_z v_{Te})^2}{\omega\,\nu_{en}} < 1$;

$$\omega = \omega_{ne} < 1 - i\left(\frac{k_z^2\chi_e''}{\omega\, n_{oe}}\right)^{-1}\frac{\omega_{Te}}{\omega_{ne}}(1+S) + \frac{1}{(kr_e)^2}\frac{a^2}{2}\frac{2\Delta\omega_0}{\omega_0}\times$$

$$\times\left[\left(\frac{2\Delta\omega_0}{\omega_0}\right)^2 + \frac{\nu_{en}^2}{\omega_0^2}\right]^{-1}\left\{1 - i\left[\left(\frac{k_z^2\chi_e''}{\omega\, n_{oe}}\right)^{-1} + \left(\frac{k_z v_{Te}}{\omega\,\nu_{en}}\right)^{-1}\right]\right\} \qquad (11)$$

при $\dfrac{(k_z v_{Ti})^2}{\omega\,\nu_{in}} < 1 < \dfrac{(k_z v_{Te})^2}{\omega\,\nu_{en}}$,

где $r_e = v_{Te}/\omega_{Le}$ – дебаевский радиус электронов.

Как видно из (10) и (11), в плазме с однородной температурой малое внешнее ВЧ поле при отрицательных расстройках ($\Delta\omega_0 < 0$) вызывает неустойчивость, в то время как в отсутствии ВЧ поля эти спектры устойчивы. Выражения (11) и (12) выписаны в предположении, что все характерные времена задачи больше времени джоулевого нагрева. Поэтому приведённый анализ справедлив для интервала частот:

$$\nu_{en}^2 \frac{\nu_{en}}{\omega_0} \frac{(k_z v_{Te})^2}{\nu_{en}^2} < \omega^2 < \nu_{in}^2. \qquad (12)$$

Представляет интерес определить интервал минимальных напряжённостей ВЧ поля, возбуждающих спектры (11) и (12). Эти интервалы можно записать соответственно в виде

$$\frac{\nu_{en}}{\omega_0} \left| \left(\frac{(k_z v_{Te})^2}{\omega_0 \nu_{en}} \right)^3 \right| < \frac{E^2}{4\pi n_{oe} T_{oe}} < \frac{\nu_{en}}{\omega_0} \left(\frac{(k_z v_{Te})^2}{\omega_{ne} \nu_{en}} \right)^2, \qquad (13)$$

$$\frac{\omega_{ne}}{\omega_0} < \frac{E^2}{4\pi n_{oe} T_{oe}} < \frac{\nu_{en}}{\omega_0}. \qquad (14)$$

Из (13) видно, что в безграничной плазме практически любые малые напряжённости ВЧ поля вызывают неустойчивость. В случае плазмы конечных размеров минимальное значение продольного волнового вектора $k_{z\,min} = \frac{\pi}{L}$, где L – продольный размер системы; оно и определяет пороговую напряжённость ВЧ поля. Отметим, что условие пренебрежения джоулевым нагревом $\left(u_E^2/v_{Te}^2 < (k_z v_{Te})^2/\nu_{en}^2\right)$ не противоречит неравенствам (14), (15). Заметим также, что поля, определяемые неравенствами (13) и (14), меньше пороговых полей для возбуждения колебаний в однородной плазме[3]. Из выражений (10), (11) видно, что при положительных расстройках ($\Delta\omega_0 > 0$) внешнее ВЧ поле обладает стабилизирующим действием на дрейфовые колебания. Амплитуды внешнего ВЧ поля, необходимые для стабилизации плазмы с неоднородной температурой, при оптимальных расстройках $(\Delta\omega_0 = \nu_{en}/2)$ равны

$$\frac{E^2}{4\pi n_{oe} T_{oe}} \gtrsim \frac{\nu_{en}}{\omega_0} \left| \frac{(k_z v_{Te})^2}{\omega \nu_{en}} \left[\frac{2}{3} \frac{k_z^2 \chi_e''}{\omega n_{oe}} + 2 \frac{m_e}{m_i} \frac{\nu_{en}}{\omega} \right] \frac{\omega_{Te}}{\omega_{ne}} (1+S) \right.$$

$$\text{при } \frac{(k_z v_{Te})^2}{\omega \nu_{en}} < 1 , \tag{15}$$

$$\frac{E^2}{4\pi n_{oe} T_{oe}} \gtrsim \frac{\nu_{en}}{\omega_0} \left| \frac{\omega_{Te}}{\omega_{ne}} \left(\frac{k_z^2 \chi_e''}{\omega} \right)^{-1} (1+S) \left\{ \left(\frac{k_z^2 \chi_e''}{\omega n_{oe}} \right)^{-1} + \left(\frac{(k_z v_{Te})^2}{\nu_{en}} \right)^{-1} \right\}^{-1} \right.$$

$$\text{при } \frac{(k_z v_{Ti})^2}{\omega \nu_{in}} < 1 < \frac{(k_z v_{Te})^2}{\omega \nu_{en}} . \tag{16}$$

В заключение отметим, что наличие малого постоянного тока в плазме с однородной температурой также приводит к неустойчивости[7]. Эту токовую неустойчивость можно стабилизовать ВЧ полем при условии

$$\frac{E^2}{4\pi n_{oe} T_{oe}} \gtrsim \frac{\nu_{en}}{\omega_0} \left| \frac{k_z u_0}{\omega} \right| . \tag{17}$$

Выражаю благодарность А.А. Рухадзе за обсуждение результатов работы.

Поступила в редакцию 19 ноября 1969 г.

После переработки 16 декабря 1969 г.

Литература

1. Силин В. П., ЖЭТФ 48, 1679 (1965).
2. Dubois D.F., Coldman M.V., Phys.Rev. 164, №1, 207 (1967).
3. Nishikawa K., Jorn.Phys.Soc.Japan, 24, 916 and 24, 1152 (1968).

4. Андреев Н. Е., Кирий А. Ю., Силин В. П., ЖЭТФ 57, № 13, 1028 (1969).
5. Геккер И. Р., Сизухин О. В., Письма ЖЭТФ, в.7 (1969).
6. Байков И. С., Рухадзе А. А., ЖТФ т.38 , 1619 (1968).
7. Байков И. С., Коган Е. Я., Моисеев С. С., Рухадзе А. А. ЖТФ т.39, 230 (1969).
8. Алиевский М. Я., Жданов В. М., ПМТФ № 5, 11 (1963).