

Расчет магнитного поля в магнитах с разрезами

В. А. Панадичев

Широкое распространение в ускорительной технике получили магнитные системы, состоящие из отдельных элементов. В качестве примеров можно указать магнитные системы синхротронов, включающие сектора и прямолинейные промежутки, чередование фокусирующих и дефокусирующих элементов в системах жёсткой фокусировки, квадрупольных линзы промежутков в системах транспортировки и т.д. Широко распространены и проектируются ускорители, имеющие магнит с разрезами: изохронные циклотроны^{1,2,3}, кольцевые фазотроны^{4,5}, микротроны с разрезным магнитом и т.д. Подобные же системы применяются для спектрометров, анализаторов и сепараторов частиц. В виду большой сложности магнитных систем требуется обеспечить с высокой точностью нужную форму поля. Однако применяемые методы расчёта⁶ используют довольно грубое приближение "резкого" края, т.е. краевой эффект не учитывается. Обычно создание поля сложной конфигурации связано с моделированием нескольких вариантов магнита и требует большого времени для проведения точных измерений на моделях. В настоящей работе получены результаты, позволяющие провести более точный расчёт с учётом краевого эффекта и резко сократить объём измерений при моделировании (а в некоторых случаях и вовсе исключить последнее). Выполненные ранее расчёты методом нахождения магнитного потенциала

и формы полюса по заданной форме поля в средней плоскости⁷ либо неприменимы (т.к. требуют бесконечных полюсов и не позволяют оценить ошибку, связанную с "обрезанием" их до конечных размеров), либо приводят к слабо сходящимся рядам и сложной конфигурации полюсов. Метод конформных отображений, используемый в данной работе, позволяет для простых конфигураций (что удобно с точки зрения изготовления полюсов) рассчитывать форму поля при различных возбуждениях полюсов магнита, а также учесть влияние на форму поля проводников с током, расположенных вблизи рабочей области. Возможность в этом случае аналитически выразить существенные характеристики поля (постоянная составляющая, флаттер) через геометрические параметры системы позволяет быстро рассчитать, а также оптимизировать её. Расчёты, выполненные ранее методом конформных отображений^{8,9}, относились к другим конфигурациям или частному случаю возбуждения.

Вычисления проводятся в обычном для применения конформных отображений предположении: магнитная проницаемость железа бесконечно велика (поверхность полюса-эквипотенциаль). Строго говоря, результаты применимы лишь к случаю плоских полей (конфигурация не зависит от третьей координаты), однако, как показывают оценки и сравнение с экспериментом (рис. 3), они справедливы с хорошей точностью и в случае трёхмерных неоднородных полей.

1. Поле у края полюсов. На рис. 1 а приведена геометрия полюсов, для которой были проведены вычисления. Для получения отображения используются полубесконечные полюса магнита, но так как поле под полюсом с удалением от края быстро становится практически постоянным, результаты могут быть распространены на полюса конечной ширины. Зависимость вертикальной компоненты магнитного поля для трёх случаев возбуждения соседних блоков даётся в неявном виде; во всех

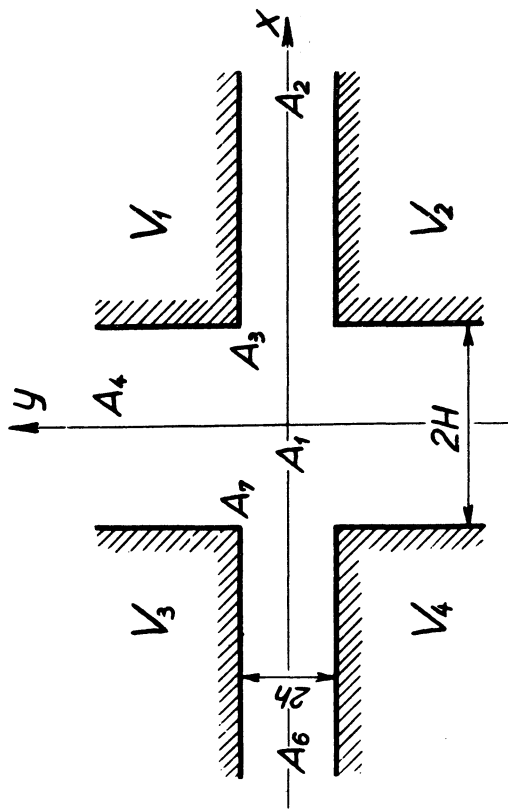


Рис. 1а.

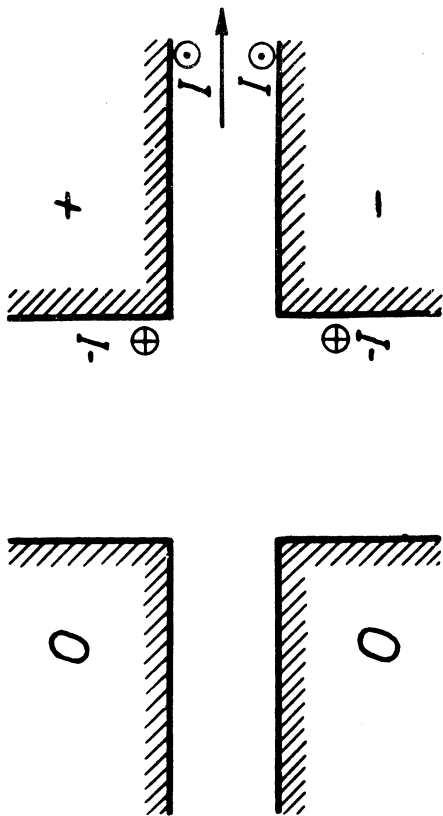


Рис. 16.

трёх случаях поле внутри возбуждённого блока нормируется к 1.

$$\begin{aligned} x/H &= \frac{2}{\pi} (\operatorname{arctg} \frac{f_1}{\mu} + \mu \operatorname{arth} f_1) \equiv \\ &\equiv \frac{2}{\pi} (\operatorname{arctg} \frac{f_1}{\mu} + \frac{\mu}{2} \ln \frac{1 + f_1}{1 - f_1}) \end{aligned} \quad (1)$$

$$x/H = \frac{2}{\pi} \left[\operatorname{arctg} \frac{1}{\mu} \sqrt{(1 + \mu^2) f_2^2 - \mu^2} + \mu \operatorname{arth} \sqrt{(1 + \mu^2) f_2^2 - \mu^2} \right] \quad (2)$$

$$x/H = \frac{2}{\pi} (\operatorname{arctg} \frac{F}{\mu} + \mu \operatorname{arth} F) \quad f_3 = \frac{1}{2} (F + \sqrt{\frac{F^2 + \mu^2}{1 + \mu^2}}) \quad (3)$$

где $\mu = \frac{h}{H}$, $2h$ - вертикальный, $2H$ - горизонтальный зазоры между полюсами соответственно; f_1 - поле для случая противоположного возбуждения соседних блоков ($V_1 = V_4 = +V$; $V_2 = V_3 = -V$); f_2 - поле при одинаковом возбуждении соседних блоков ($V_1 = V_3 = +V$; $V_2 = V_4 = -V$); f_3 - поле при возбуждении одного правого блока ($V_1 = +V$; $V_2 = -V$; $V_3 = V_4 = 0$); две последние формулы (3) представляют зависимость координаты x и поля f_3 в параметрическом виде. Асимптотические выражения для поля внутри возбуждённого блока ($x/H \gg 1$) имеют вид:

$$\begin{aligned} f_1 &\approx 1 - 2 \exp\left(\frac{2}{\mu} \operatorname{arctg} \frac{1}{\mu} - \frac{\pi}{h} x\right) = 1 - \varepsilon_1, \\ f_2 &\approx 1 - \frac{2}{1 + \mu^2} \exp\left(\frac{2}{\mu} \operatorname{arctg} \frac{1}{\mu} - \frac{\pi}{h} x\right) = 1 - \varepsilon_2, \\ f_3 &\approx 1 - \frac{2 + \mu^2}{1 + \mu^2} \exp\left(\frac{2}{\mu} \operatorname{arctg} \frac{1}{\mu} - \frac{\pi}{h} x\right) = 1 - \varepsilon_3 \end{aligned} \quad (4)$$

а для f_3 внутри невозбуждённого блока ($x/H < -1$):

$$f_3 \approx \frac{\mu^2}{1 + \mu^2} \exp\left(\frac{2}{\mu} \operatorname{arctg} \frac{1}{\mu} - \frac{\pi}{h} |x|\right) \quad (5)$$

Отличие от единицы (или нуля в случае (5)) уменьшается до $\sim 10^{-4}$ при углублении в блок на $x \approx$

$\approx (3 \div 5)h$, что позволяет применить полученные результаты для ограниченных полюсов и, в частности, для периодических структур.

2. Поля в периодических структурах. В этом случае функция f представляется в виде ряда Фурье:

$$f_1 = \sum_{k=0}^{\infty} a_{2k+1} \cos \left[(2k+1) \frac{2\pi}{L} x \right]$$

$$f_2 = \sum_{k=0}^{\infty} a_{2k} \cos \left(2k \frac{2\pi}{L} x \right) \quad (6)$$

где начало координат сдвинуто на центр блока, а L — период магнитной системы. Использование формулы (2) позволяет вычислить постоянную составляющую:

$$a_0 = \langle f_2 \rangle = 1 + \frac{\frac{4\mu}{\pi} \ln \frac{1+\mu^2}{\mu^2} - \frac{8}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{1}{\mu}}{(L/H)} \quad (7)$$

Знание суммы квадратов гармоник (флаттер поля) позволяет связать частоту вертикальных бетатронных колебаний (для секторного циклотрона) с геометрическими параметрами системы. Вычисления дают:

$$\Phi_1 = \sum_{k=0}^{\infty} a_{2k+1}^2 = 2 \frac{(L/H) - \frac{8}{\pi} (1+\mu^2) \operatorname{arctg} \frac{1}{\mu}}{(L/H)} \quad (8)$$

$$\Phi_2 = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k}^2 = 2 \frac{(L/H) - \frac{8}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{1}{\mu}}{(L/H)} - 2a_0^2 \quad (9)$$

$$\Phi_3 = \sum_{k=1}^{\infty} a_k^2 = \frac{(L/H) - \frac{4}{\pi} (2+\mu^2) \operatorname{arctg} \frac{1}{\mu}}{(L/H)} - \frac{a_0^2}{2} \quad (10)$$

где формулы (8), (9), (10) соответствуют формулам (1), (2), (3). На рис. 2а и 2б приведены зависимости постоянной составляющей a_0 и флаттера Φ_2 от параметров μ и L/H (случай одинакового возбуждения соседних блоков). Цифры у кривых обозначают величину $L/4H$. Полученные формулы легко обобщаются на случай блоков

и промежутков разной ширины и различного возбуждения блоков.

3. Влияние проводников с током. Если возбуждён один блок и проводник расположен в точке $z = x + iy$ (рис.1 б),

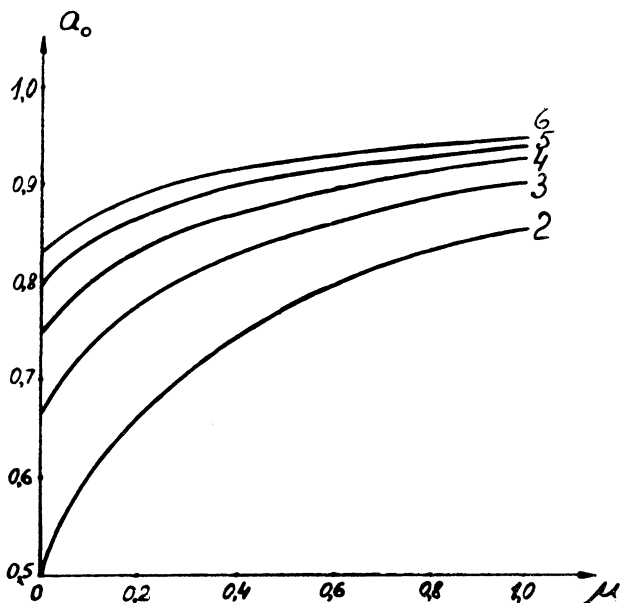


Рис. 2а.

которой соответствует точка c при отображении на плоскость, распределение поля f_4 в плоскости симметрии задаётся в виде:

$$f_4 = f_3 \cdot \frac{cc^* - \frac{c + c^*}{2} \left(1 - \frac{f_1}{f_2}\right)}{\left(1 - c - \frac{f_1}{f_2}\right) \left(1 - c^* - \frac{f_1}{f_2}\right)} \quad (11)$$

где x определяется из (1), c^* - величина комплексно-сопряженная c , а само c определяется из соотношения

$$z/H = \frac{2i}{\pi} \left\{ \mu \operatorname{arctg} \left[\mu \frac{1 - c}{\sqrt{(1 - c)^2 - (1 + \mu^2)}} \right] + \operatorname{arth} \left[\frac{1 - c}{\sqrt{(1 - c)^2 - (1 + \mu^2)}} \right] \right\} \quad (12)$$

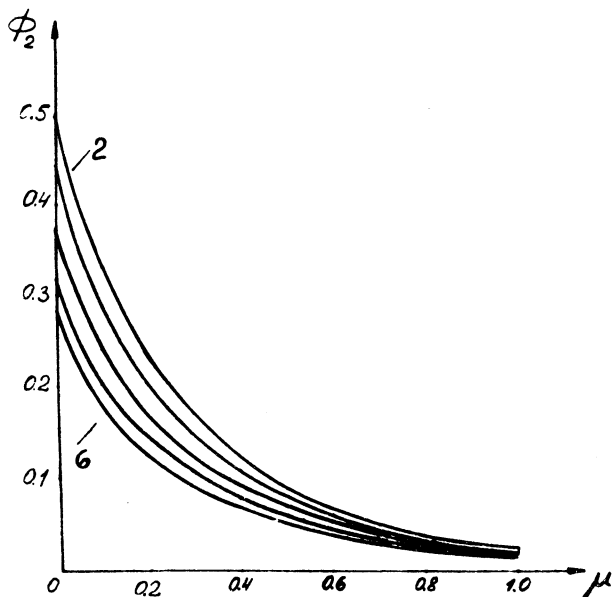
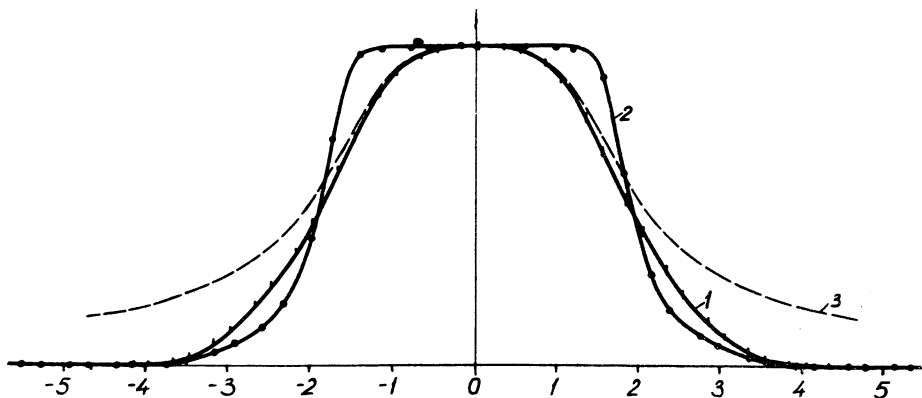


Рис. 2б.

где $i = \sqrt{-1}$. Формулы (11) и (12) позволяют учесть влияние обмоток на форму поля в случае их расположения вблизи рабочей области, что часто неизбежно из-за ограниченности места для размещения обмоток. Изменение a_0 при расположении витка на углу A_3 полюса может достигать $20 \pm 30\%$ (при $\mu \approx 0,5 + 0,8$ и $L/4H \approx 2$) по сравнению со случаем его расположения в глубине.

При расположении обмоток глубже чем $(2 + 3)H$ от горизонтальной плоскости полюса с этим эффектом влияния витков можно практически не счи-

таться и пользоваться формулами разделов 1 и 2. Полученные формулы использовались для расчётов азимутальной формы поля в кольцевом фазотроне и радиально-секторном циклотроне и дали хорошее согласие с экспериментом. На рис. 3 приведены расчётные кри-



Р и с. 3. Зависимость магнитного поля (f_3 или f_4) от азимута (по оси абсцисс x/H).

Кривая 1, $\mu = 0,835$; кривая 2, $\mu = 0,293$. Кривая 2 учитывает небольшое влияние близости витков с током к рабочей области. Кривая 3 - поле в приближении "одного блока"; видно большое отличие от реального случая. Точки на кривых 1 и 2 соответствуют экспериментальным данным, их размер - ошибкам измерений.

вые и экспериментальные точки для геометрии кольцевого фазотрона с резко неоднородным полем вдоль радиуса ($v \sim r^{16}$). Отличие расчета от эксперимента не превышает 0,5% и, по-видимому, связано в основном с ошибками измерений. Для случая "резкого края" поля ($h = \mu = 0$) формулы (7), (8), (9), (10) упрощаются:

$$\begin{aligned}
 a_0 &= 1 - \frac{1}{(L/4H)} \\
 \Phi_1 &= 2 \left[1 - \frac{1}{(L/4H)} \right] \\
 \Phi_2 &= 2 \left[1 - \frac{1}{(L/4H)} \right] \cdot \frac{1}{(L/4H)} \\
 \Phi_3 &= \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{(L/4H)^2} \right]
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

Сравнение формул (7) + (10) с (13) показывает, что приближение "резкого края" даже для малых $\mu = 0,1 + 0,2$ дает ошибку в определении a_0 в 20% + 30% при одинаковой ширине промежутков и секторов (см. рис. 2а). Ошибка увеличивается при увеличении отношения вертикального зазора к ширине промежутка (на малых радиусах магнита), а также при уменьшении доли, занятой секторами по азимуту. В отличие от приближения "резкого края" дающего заниженные значения a_0 и завышенные для Φ_1 , приближение одного блока дает завышенные значения для a_0 и заниженные для Φ_2 , так как соответствует более пологому спаду поля в промежутке. Расположение обмоток магнита по радиусу вблизи рабочего зазора приближает картину поля к случаю "резкого края" (особенно при расчете a_0), но на малых радиусах ($\mu > 0,15 + 0,3$) необходимо использовать формулы (11) и (12). Более подробно эти вопросы изложены в работе¹⁰. Автор выражает признательность Г. И. Харламовой, выполнившей численные расчёты, и Ю. С. Маштакову за оформление рисунков.

Поступила в редакцию
12 марта 1970 г.

Л и т е р а т у р а

1. Барит И. Я. и др. Препринт ФИАН, № 15 (1969).
2. Глазов А. А. и др. Nuclear Instr. and Methods 70, 274 (1969).
3. Martin J.A. IEEE Trans. Nucl. Sci. 16, Part 1, 797 (1969).
4. Коломенский А. А. и др. Атомная энергия 20, 513 (1966).
5. F.T. Cole et al. Rev. Scient. Instr. 35, 1393 (1964).
6. Gordon M.M. Ann. Phys. 50, 571 (1968).
7. Iliescu C.C. Nucl. Instr. and Meth. 21, 136 (1969).
8. Канунников В. Н. ЖТФ XXXIII 592 (1963).
9. Neu H., Werner H. Nucl. Instr. and Meth. 10, 333 (1961).
10. Пападичев В. А. Препринт ФИАН № 69 (1968).