Краткие сообщения по физике № 5 май 1970

ОБ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ВОЗБУЖДЕНИИ ОДНОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ

В. А. Бережной, А. И. Плис

Исследование возбуждения периодических структур заряженными частицами представляет интерес в связи с рядом возможных физических приложений (линейные ускорители; определение характеристик излучающей частицы)[1]. Однако точные решения задач такого типа удается получить в редких случаях.

В настоящей работе получено точное решение электродинамической задачи о возбуждении одной периодической структуры.

На рис. 1 изображена периодическая структура, образованная двумя наборами идеально проводящих полуплоскостей.

Источником возбуждения является равномерно движущаяся нить, параллельная оси x и несущая равномерно распределенный заряд с линейной плотностью ε или же поле плоского распределения плотности зар[?] модулированного частотой ω

$$\rho = \varepsilon\delta(y - b)\cos\frac{\omega}{u}(z - ut)$$

(Нить движется со скоростью $u_z = u$ на пр[?] расстоянии b от оси).

Периодичность структуры позволяет выразить токи, наведенные на любой пластине, через ток на одной из них, скажем, на нулевой. Этот ток удобно представить в виде косинус и синус преобразования Фурье:

$$j_0 = \int\left[F(w)\cos wy + G(w)\sin wy\right]dw$$

Следуя[2-5], нетрудно получить систему парных интегральных уравнений для функций $F(w)$ и $G(w)$:

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} F(w)\cos wy\,dw = 0, \quad \int\limits_{-\infty}^{+\infty} G(w)\sin wy\,dw = 0, \quad |y|<1,$$

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} F(w)L(w)\cos wy\,dw = \frac{i\varepsilon\omega}{2\pi u}\exp(-k\gamma|y|)\,\mathrm{sh}\,k\gamma b; \quad |y|>1;$$

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} G(w)L(w)\sin wy\,dw = \frac{i\varepsilon\omega}{2\pi u}\exp(-k\gamma|y|)\,\mathrm{ch}\,k\gamma b\,\mathrm{sign}\,y \qquad (1)$$

где $$L(w) = \frac{v\sin va}{\cos va - \cos\frac{ka}{\beta}} \equiv \frac{2}{a}\,\frac{L_1(w)L_2(w)}{w^2 + k^2\gamma^2},$$

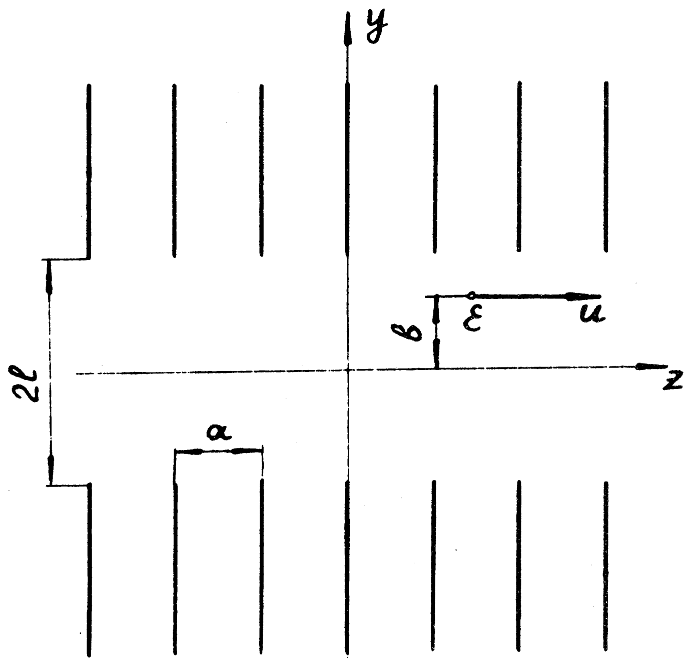

Рис. 1.

$L_1(w)$ и $L_2(w)$ определены так же, как в[5], $v = \sqrt{k^2 - w^2}$ $(\operatorname{Im} v > 0)$, $\beta = \frac{u}{c}$, $k = \frac{\omega}{c}$ и $\gamma = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta}$. Решение этой системы может быть получено методом факторизации[6]. Оно отыскивается в виде

$$
\begin{aligned}
F(w) &= \frac{\exp(-iwl)}{L_2(w)}\Big(K + \sum_t K_t \frac{w+\tilde{w}_t}{w-\tilde{w}_t}\Big) + \frac{\exp(iwl)}{L_1(w)}\Big(K + \sum_t K_t \frac{w-\tilde{w}_t}{w+\tilde{w}_t}\Big) \\
G(w) &= \frac{\exp(-iwl)}{L_2(w)}\Big(M + \sum_t M_t \frac{w+\tilde{w}_t}{w-\tilde{w}_t}\Big) - \frac{\exp(iwl)}{L_1(w)}\Big(M + \sum_t M_t \frac{w-\tilde{w}_t}{w+\tilde{w}_t}\Big)
\end{aligned} \tag{2}
$$

где $\tilde{w}_t = \sqrt{k^2 - \left(\frac{k}{\beta} - \frac{2\pi t}{a}\right)^2}$

и $\operatorname{Im}\sqrt{\left(\frac{ka}{2\pi t}\right)^2 - \left(\frac{ka}{2\pi t\beta} \pm 1\right)^2} > 0$

Подстановка выражений (2) в систему интегральных уравнений (1) дает линейную неоднородную систему алгебраических уравнений для коэффициентов K, K_t, M, M_t,

$$K_m = \Gamma_m\Big(K + \sum_t K_t \frac{\tilde{w}_m - \tilde{w}_t}{\tilde{w}_m + \tilde{w}_t}\Big)$$

$$M_m = -\Gamma_m\Big(M + \sum_t M_t \frac{\tilde{w}_m - \tilde{w}_t}{\tilde{w}_m + \tilde{w}_t}\Big)$$

$$\Big(K + \sum_t K_t \frac{ik\gamma + \tilde{w}_t}{ik\gamma - \tilde{w}_t}\Big) + \Big(K + \sum_t K_t \frac{ik\gamma - \tilde{w}_t}{ik\gamma + \tilde{w}_t}\Big) \frac{\left(\frac{k}{\beta}\right)^2 \exp(-2k\gamma l)}{L_1^2(ik\gamma)} =$$

$$= \frac{i\varepsilon\omega ak\gamma\, \operatorname{sh} k\gamma b}{4\pi^2 u L_1(ik\gamma)} \exp(-k\gamma l)$$

$$\Big(M + \sum_t M_t \frac{ik\gamma + \tilde{w}_t}{ik\gamma - \tilde{w}_t}\Big) - \Big(M + \sum_t M_t \frac{ik\gamma - \tilde{w}_t}{ik\gamma + \tilde{w}_t}\Big) \frac{\left(\frac{k}{\beta}\right)^2 \exp(-2k\gamma l)}{L_1^2(ik\gamma)} =$$

$$= -\frac{\varepsilon\omega ak\gamma\, \operatorname{ch} k\gamma b}{4\pi^2 u L_1(ik\gamma)} \exp(-k\gamma l)$$

где $\Gamma_m = -\frac{(\tilde{w}_m^2 + k^2\gamma^2)\tilde{v}_m^2}{4\tilde{w}_m^2 L_1^2(\tilde{w}_m)} \exp(2i\tilde{w}_m l)$

а $$\tilde{v}_m = \frac{k}{\beta} - \frac{2\pi m}{a}$$

Определение коэффициентов K, K_t, M, M_t решает задачу об отыскании спектральных компонент тока $F(w)$ и $G(w)$. С помощью $F(w)$ и $G(w)$ легко определить как поля, так и потери на излучение. Здесь мы остановимся только на вычислении потерь. Полные потери энергии движущимся источником можно определить, вычислив реакцию излучения. При пролете источником одного периода структуры $(0 \leq z \leq a)$ потери на излучение имеют вид

$$W = -\int_0^a dz\ 2\mathrm{Re}\int_0^\infty \varepsilon E_{z\omega}(z = ut, y = b)\exp(-i\omega t)d\omega = \int_0^\infty W_\omega d\omega\ .$$

Спектральная плотность потерь W_ω на излучение равна

$$W_\omega = -\frac{16\pi^2\varepsilon}{a\omega}\,\mathrm{Re}\left\{\frac{\left(K + \sum_t K_t \frac{ik\gamma - \tilde{w}_t}{ik\gamma + \tilde{w}_t}\right)\mathrm{sh}\,k\gamma b - i\left(M + \sum_t M_t \frac{ik\gamma - \tilde{w}_t}{ik\gamma + \tilde{w}_t}\right)\mathrm{ch}\,k\gamma b}{L_1(ik\gamma)}\right\}$$

Выражение для потерь движущегося источника на излучение можно также получить непосредственным вычислением потока вектора Пойнтинга через поперечное сечение волноводной ячейки

$$W_\omega = -c\int_{an}^{a(n+1)} E_{\omega z}H_{-\omega x}dz = \frac{64\pi^4}{ac}\sum_m \delta_m\left[1 - (-1)^m\cos\frac{ka}{\beta}\right]\left|\frac{L_1(w_m)\Omega}{w_m^2 + k^2\gamma^2}\right| \qquad (3)$$

где $$\Omega = \pm K - iM + \sum_t(\pm K_t - iM)\frac{w_m + \tilde{w}_t}{w_m - \tilde{w}_t} \qquad (4)$$

и $$w_m = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi m}{a}\right)^2}\ (\mathrm{Im}\,w_m > 0), \quad \delta_m = \begin{cases} \frac{1}{4} & m = 0 \\ 1 & m \neq 0 \end{cases}$$

Суммирование в (3) по m распространяется на все излучаемые волноводные гармоники (w_m действительно на рассматриваемой частоте). Верхний знак в (4) соответствует излучению вверх по структуре, а нижний – вниз.

Результаты численного расчета будут опубликованы позднее.

В заключение авторы благодарят Б. М. Болотовского и Г. В. Воскресенского за обсуждение результатов работы.

Поступила в редакцию
20 марта 1970 г.

Литература

1. Болотовский Б. М., Воскресенский Г. В. УФН, 94 (3), 377 (1968).
2. Воскресенский Г. В., Болотовский Б. М. Докл. АН СССР, 156 (4), 770 (1964).
3. Авдеев Е. В., Воскресенский Г. В. Радиотехника и электроника, 11 (8), 1419 (1966).
4. Авдеев Е. В., Воскресенский Г. В. Радиотехника и электроника, 12 (3), 469 (1967).
5. Авдеев Е. В., Воскресенский Г. В. Радиотехника и электроника, 14 (5), 839 (1969).
6. Вайнштейн Л. А. Теория дифракции и метод факторизации. Сов. радио, М., 1966.