Краткие сообщения по физике № 8 август 1970

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС В ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ НА ВЫСШИХ ГАРМОНИКАХ

Н. Е. Андреев

Известно, что в плазме, находящейся в высокочастотном поле, при определенных условиях возникает неустойчивость относительно раскачки потенциальных возмущений, которая может быть причиной аномалий во взаимодействии ВЧ поля с плазмой[1-6]. Такая неустойчивость возникает в относительно слабом внешнем ВЧ поле, с энергией много меньшей тепловой энергии плазмы, если его частота ω_o близка к сумме частот ω_a, ω_b каких-нибудь двух ветвей собственных продольных колебаний плазмы, существующих в отсутствии внешнего ВЧ поля:

$$\omega_o = \omega_a + \omega_b \qquad (1)$$

Очевидно, что резонансные условия распада (1) могут быть выполнены лишь в сравнительно узкой области частот ω_o внешнего поля. Так, для замагниченной плазмы выполнение соотношения (1) невозможно, например, в области частот

$$\omega_{Le} < \omega_o < \Omega_e$$

где $\omega_{Le} = \sqrt{4\pi e^2 n_e/m_e}$, $\Omega_e = eB_o/mc$ - ленгмюровская и гироскопическая частоты электронов. Поэтому представляет интерес изучение параметрической неустойчивости плазмы при резонансах более высокого порядка, когда

$$n\omega_0 = \omega_a + \omega_b \tag{2}$$

где n – целое число, большее единицы.

В настоящей работе на примере колебаний, распространяющихся перпендикулярно направлению постоянного магнитного поля, мы покажем, что при высших резонансах, когда выполнено соотношение (2), для не слишком больших n неустойчивость имеет место при энергиях внешнего ВЧ поля, меньших тепловой энергии плазмы. Хотя напряженность ВЧ поля, при которой возникает такая неустойчивость, существенно превосходит соответствующую величину для раскачки возмущений в условиях, определяемых соотношением (1), неустойчивость при резонансах более высокого порядка (2) может быть определяющей в той области частот внешнего ВЧ поля, где выполнение соотношения (1) невозможно.

Интересуясь возмущениями с длиной волны, много меньшей характерных размеров неоднородности плазмы, постоянного магнитного поля и внешнего ВЧ поля, будем считать, что плазма однородна и находится в постоянном однородном магнитном $\vec{B}_0$ и однородном ВЧ электрическом $\vec{E} = \vec{E}_0 \sin\omega_0 t$ полях. Предполагая, что одна из возбуждаемых волн низкочастотна $(\omega \ll \omega_0)$, и какая-нибудь из гармоник частоты ω_0 внешнего поля близка к частоте собственных электронных плазменных колебаний $(n\omega_0 \simeq \omega_{re})$, запишем дисперсионное уравнение для потенциальных возмущений в виде

$$\frac{1}{1+\delta\varepsilon_e(\omega)} + \frac{1}{\delta\varepsilon_i(\omega)} + \frac{1}{2^{2n}(n!)^2}\left(\frac{E_0^2}{4\pi n_e T_e} k^2 r_{De}^2 \frac{\omega_{Le}^4}{\omega_0^4} f\right) \times \tag{3}$$

$$\times \left[\frac{1}{\varepsilon(\omega - n\omega_0)} + \frac{1}{\varepsilon(\omega + n\omega_0)}\right] = 0$$

Здесь $\delta\varepsilon_\alpha(\omega) = \delta\varepsilon_\alpha(\omega + i\gamma, \vec{k})$ – вклад частиц сорта α в обычную продольную диэлектрическую проницаемость плазмы $\varepsilon = 1 + \delta\varepsilon_e + \delta\varepsilon_i$, выражения для которой приведены, например, в работах[7,8], $r_{De} = v_{Te}/\omega_{Le}$ – дебаевский радиус электронов. Функция угловых переменных f для рассматриваемых ниже возмущений с волновыми векторами $\vec{k} \perp \vec{B}_0$ имеет вид

$$f = \frac{\omega_0^2 \sin^2 \chi_0}{(\omega_0^2 - \Omega_e^2)^2} \left[\Omega_e^2 \sin^2\varphi + \omega_0^2 \cos^2\varphi \right] \tag{4}$$

где $\chi_0 = \angle \vec{B}_0, \vec{E}_0$, φ – угол между плоскостями, образованными векторами $\vec{k}$, $\vec{B}_0$ и $\vec{E}_0$, $\vec{B}_0$. Дисперсионное уравнение (3) отличается от полученного в теории параметрического резонанса[1] более точным учетом вклада ионов в высокочастотные слагаемые. Кроме того, здесь рассматривается случай достаточно малых напряженностей ВЧ поля, когда множитель перед квадратными скобками в уравнении (3) меньше единицы.

Анализ дисперсионного уравнения (3) для почти периодических возмущений $(\gamma \ll \omega)$ в области волновых чисел

$$k < \frac{\Omega_e}{v_{Te}}, \frac{\omega}{v_{Ti}}$$

показывает, что максимальное значение инкремента достигается при выполнении резонансного условия (2), в котором одна из частот (ω_a) является частотой верхнего плазменного резонанса

$$\omega_{re1}^2 = \omega_{Le}^2 + \Omega_e^2 \left[1 - \frac{3\varkappa\omega_{Le}^2}{3\Omega_e^2 - \omega_{Le}^2} \right] \tag{6}$$

или частотой бернштейновских мод

$$\omega_{re2}^2 = \omega_{BS}^2 = S^2\Omega_e^2\left[1 + \frac{(S^2-1)z^{S-1}}{2^{S-1}S!}\,\frac{\omega_{Le}^2}{(S^2-1)\Omega_e^2 - \omega_{Le}^2}\right] \tag{7}$$

где S – целое, а вторая частота (ω_b) равна частоте нижнего гибридного резонанса

$$\omega_{ri}^2 = \omega_{Li}^2\frac{\Omega_e^2}{\omega_{Le}^2 + \Omega_e^2} > \Omega_i^2 \tag{8}$$

$(\omega_{Li} = \sqrt{4\pi e_i^2 n_i/m_i}$, $\Omega_i = e_i B_o/m_i c$ – ленгмюровская и гироскопическая частоты ионов, $z = k^2 v_{Te}^2/\Omega_e^2 < 1)$.

В случае, когда гармоника частоты внешнего поля близка к частоте плазменного резонанса (6) $(n\omega_o = \omega_{re1} + \omega_{ri})$, выражение для максимального инкремента при $\Omega_e^2 \gg \omega_{Le}^2$ имеет вид:

$$\gamma_{max} = \frac{1}{2^{2n+1}(n!)^2}\,\frac{E_o^{2n} - E_{o\,пор}^{2n}}{(4\pi n_e T_e)^n}\left(k^2 r_{De}^2 f_{max}\frac{\omega_{Le}^4}{\omega_o^4}\right)^n \frac{n\omega_o\omega_{Li}^2}{\Gamma\omega_{ri}} \tag{9}$$

где $f_{max} = \sin^2\chi_o\omega_o^2\max(\omega_o^2,\Omega_e^2)/(\omega_o^2 - \Omega_e^2)^2$ – максимальное по φ значение функции f (4), $\nu_{ei} = 4\sqrt{2\pi}e^2 e_i^2 n_i L/3\sqrt{m_e T_e^3}$ – частота электрон-ионных соударений. Пороговое значение напряженности внешнего ВЧ поля, при превышении которого плазма становится неустойчивой $(\gamma > 0)$, определяется соотношением

$$\frac{E_{o\,пор}^2}{4\pi n_e T_e} = 4(n!)^{2/n}\frac{1}{f_{max}k^2r_{De}^2}\frac{\omega_o^4}{\omega_{Le}^4}\left\{\frac{\nu_{ei}^2}{n\omega_o\omega_{Li}}\left(1+\frac{\omega_{Le}^2}{\Omega_e^2}\right)^{1/2}\times\right.$$

$$\left.\times\left[\frac{\omega_{Le}^2\Omega_e^2}{(\omega_{Le}^2+\Omega_e^2)^2}+\frac{8}{5\sqrt{2}}\left(\left|\frac{e_i}{e}\right|\frac{T_e}{T_i}\right)^{3/2}k^2r_{Di}^2\frac{\omega_{Li}}{\omega_{Le}}\right]\frac{\omega_{Le}^2(n^2\omega_o^2+\Omega_e^2)}{(n^2\omega_o^2-\Omega_e^2)^2}\right\}, \tag{10}$$

где $r_{Di} = v_{Ti}/\omega_{Li}$ - дебаевский радиус ионов. Величина Γ определяется равенствами

$$\Gamma = \nu_{ei}\frac{\Omega_e^2}{\omega_{Le}^2} \qquad \text{при} \qquad \left|\frac{e_i}{e}\right|\frac{T_e}{T_i} < \left(\frac{\omega_{Le}}{\omega_{Li}}\right)^{2/3},$$

$$\Gamma = \frac{4}{5\sqrt{2}}\nu_{ei}\left(\left|\frac{e_i}{e}\right|\frac{T_e}{T_i}\right)^{3/2}k^2r_{Di}^2\frac{\omega_{Li}}{\omega_{Le}}\frac{\Omega_e^2}{\omega_{Le}^2}$$

$$\text{при} \qquad \left|\frac{e_i}{e}\right|\frac{T_e}{T_i} > \left(\frac{\omega_{Le}}{\omega_{Li}k^2r_{Di}^2}\right)^{2/3}.$$

Выражением (9) можно пользоваться, когда определяемый им инкремент $\gamma_{max} < \Gamma(\omega_{Le}^2/\Omega_e^2)$. При больших напряженностях внешнего поля, когда $\omega_{ri} > \gamma_{max} > \Gamma\omega_{Le}^2/\Omega_e^2$, а также при $\omega_{Le}^2 > \Omega_e^2$ и $\gamma_{max} < \omega_{ri}$, максимальный инкремент равен

$$\gamma_{max} = \frac{1}{2^{n+1}n!}\left(kr_{De}\frac{\omega_{Le}^2}{\omega_o^2}f_{max}^{1/2}\right)^n\frac{E_o^n - E_{o\,пор}^n}{(4\pi n_e T_e)^{n/2}}\omega_{Li}\sqrt{\frac{n\omega_o}{\varkappa\omega_{ri}}} \tag{11}$$

где $\varkappa = (\omega_{Le}^2 + \Omega_e^2)/\omega_{Le}^2$

В случае резонанса обертона частоты внешнего поля на бернштейновской моде $(n\omega_o = \omega_{BS} + \omega_{ri})$ при

$\gamma_{max} < \Gamma/\varkappa$ максимальный инкремент определяется выражением (9), в котором

$$\Gamma = \frac{1}{2}\nu_{ei}\frac{\omega_{Li}}{\omega_{ri}}\left[\frac{\omega_{Le}^2\Omega_e^2}{(\Omega_e^2+\omega_{Le}^2)^2}+\frac{8}{5\sqrt{2}}\left(\left|\frac{e_i}{e}\right|\frac{T_e}{T_i}\right)^{3/2}k^2r_{Di}^2\frac{\omega_{Li}}{\omega_{Le}}\right]\varkappa$$

где

$$\varkappa = \frac{\left[(S^2-1)\Omega_e^2-\omega_{Le}^2\right]^2}{\Omega_e^2\omega_{Le}^2}\cdot\frac{2^{S-1}S!}{(S^2-1)^2 z^{S-1}} \qquad (12)$$

При больших напряженностях внешнего поля, когда $\Gamma/\varkappa < \gamma_{max} < \omega_{ri}$, максимальный инкремент определяется формулой (11), в которой $\varkappa$ определено равенством (12).

Наконец, отметим, что при выполнении резонансного условия (2) (когда инкремент достигает максимального значения) частоты возбуждаемых колебаний мало отличаются от ω_{ri} и ω_{re1} или ω_{re2} (в зависимости от того, для какой из них выполнены условия резонанса).

Таким образом, настоящее исследование показывает (см. (10)), что аномалии во взаимодействии слабого ($E_0^2 \ll 4\pi n_e T_e$) ВЧ поля с плазмой, обусловленные неустойчивостью относительно раскачки потенциальных возмущений, следует ожидать не только при частотах ω_0, близких к частотам плазменных резонансов, но и в случае, когда гармоники частоты внешнего поля близки к частотам плазменных резонансов или к гармоникам гироскопической частоты электронов ($n\omega_0 \simeq S|\Omega_e|$).

В заключение автор считает своим приятным долгом выразить благодарность В. П. Силину за ценные советы и замечания и Г. М. Батанову за интерес к работе.

Поступила в редакцию
10 апреля 1970 г.

Литература

1. Ю. М. Алиев, В. П. Силин, Х. Уотсон. ЖЭТФ 50, 944 (1966).
2. N. Tzoar. Phys. Rev., 178, 356 (1969).
3. Ю. М. Алиев, Д. Зюндер. ЖЭТФ 57, 1324 (1969).
4. Н. Е. Андреев. Радиофизика (в печати).
5. Н. Е. Андреев, А. Ю. Кирий. ЖЭТФ (в печати).
6. Н. Е. Андреев, А. Ю. Кирий, Краткие сообщения по физике, № 1, 8 (1970).
7. В. П. Силин, А. А. Рухадзе. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. Госатомиздат, 1961 г.
8. А. А. Рухадзе, В. П. Силин. УФН 96, 87 (1968).