Краткие сообщения по физике № 8 август 1970

"ДЫРОЧНЫЕ" СОСТОЯНИЯ И РЕАКЦИИ (e, e′p)

Г. М. Ваградов, В. В. Горчаков

Реакции квазиупругого рассеяния быстрых частиц на ядрах позволяют определять энергии отделения нуклонов, их импульсные распределения, ширины "дырочных" состояний[1,2]. Интерпретация этих экспериментов проводится обычно в оболочечном приближении. Однако расхождения между предсказаниями модели оболочек и экспериментальными данными очень значительны. Прежде всего, это несоответствие между наблюдаемыми энергиями отделения нуклонов и одночастичными оболочечными уровнями. Кроме того, по этой модели в сечениях должны были бы наблюдаться узкие резонансные пики, соответствующие одночастичным уровням, тогда как эксперимент дает широкие перекрывающиеся резонансы. Все это заставляет провести рассмотрение квазиупругого рассеяния более последовательно, чем это делается в простейшей модели оболочек. В настоящей работе методами полевой теории многих тел исследуется вопрос о ширинах дырочных состояний, возникающих при квазиупругом выбивании нуклонов.

Дифференциальное сечение процесса (e, e′p) в борновском приближении для кулоновского взаимодействия электронов с ядром можно записать в виде[3]

$$\frac{d^4\sigma}{d\varepsilon_2 d\Omega_2 d\varepsilon_{\bar{p}} d\Omega_{\bar{p}}} = \pi\sigma_M\left(\frac{q_\mu^4}{q^4}\right)p\varepsilon_{\bar{p}}R, \tag{1}$$

$$R = \frac{1}{\pi}\left|\int dx < f|\bar{\psi}(x)\psi(x)|> \exp(i\bar{q}\bar{r})\right|^2\delta(\mathcal{E}_0+\varepsilon_1-\varepsilon_2-\mathcal{E}_f),$$

где $\mathcal{E}_f$ и $|f\rangle$ – энергия и волновая функция возбужденного состояния ядра-мишени, причем в этом состоянии один из протонов находится в непрерывном спектре и обладает энергией $\varepsilon_{\vec{p}}$ и импульсом $\vec{p}$, $\mathcal{E}_0$ и $|\rangle$ – энергия и волновая функция основного состояния ядра-мишени, ε_1 и ε_2 – энергии электрона до и после столкновения, $\vec{q}$ – переданный импульс $x \equiv (\vec{r},\sigma)$, $\int dx \equiv \sum_\sigma \int d\vec{r}$ (σ – спиновая переменная протона), $\bar{\psi}(x)$ и $\psi(x)$ – операторы рождения и уничтожения протонов. Отдачей ядра здесь пренебрегается.

В случае, когда энергия вылетающего протона велика (порядка сотни Мэв) состояние $|f\rangle$ можно приближенно представить в виде

$$|f\rangle \cong a^+_{\vec{p}\sigma} \Phi_\lambda , \qquad (2)$$

где $a^+_{\vec{p}\sigma}$ – оператор рождения протона в состоянии $\psi_{\vec{p}}(x)$ с энергией $\varepsilon_{\vec{p}}$ и импульсом $\vec{p}$, Φ_λ – волновая функция остаточного ядра из (A–1) нуклонов, удовлетворяющая уравнению Шредингера: $H\Phi_\lambda = E_\lambda \Phi_\lambda$. Полагая далее, что $a_{\vec{p}\sigma}|\rangle = 0$, величину R из (1) с учетом (2) можно записать в виде

$$R \cong \frac{1}{\pi}\delta(\varepsilon_\lambda + \varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_p)\left|\int dx\, \psi^+_p(x)\, \varphi_\lambda(x) \exp(i\vec{q}\vec{r})\right|^2;$$

$$(\varepsilon_\lambda \equiv \mathcal{E}_0 - E_\lambda). \qquad (3)$$

Выражение $\varphi_\lambda(x) = \langle \Phi_\lambda | \psi(x) | \rangle$ пропорционально амплитуде вероятности найти в основном состоянии $|\rangle$ протон в окрестности точки x, а остальные (A–1) нуклонов – в состоянии Φ_λ. Легко видеть, что в модели оболочек $\varphi_\lambda(x)$ совпадает с волновой функцией дырки.

Выражение (3) записано для случая одного дискретного уровня. Но уровни остаточного ядра будут стационарными только для энергий возбуждения, меньших энергии отделения нуклона. Нас же интересуют более высокие возбуждения остаточного ядра порядка нескольких десятков мегавольт, где расположены уровни непрерывного спектра. На языке модели оболочек это означает, что при заданной энергии, соответствующей глубокому дырочному уровню, имеются и другие уровни типа частица плюс две дырки, две частицы плюс три дырки и т.д.

Чтобы учесть наличие вырождения подобного рода, необходимо (3) представить следующим образом

$$R = \frac{1}{\pi}\int d\varepsilon_\lambda \delta(\varepsilon - \varepsilon_\lambda)\left|\int dx\, \psi_p^+(x)\, \varphi_\lambda(x) \exp(i\vec{q}\vec{r})\right|^2 =$$

$$= \frac{1}{\pi}\int d\varepsilon_\lambda \delta(\varepsilon - \varepsilon_\lambda)\int dx dx'\, \psi_p^+(x)\, \varphi_\lambda(x)\, \varphi_\lambda^+(x')\, \psi_p(x') \times$$

$$\times \exp(i\vec{q}(\vec{r} - \vec{r}')), \qquad (4)$$

где $\varepsilon = \varepsilon_p + \varepsilon_2 - \varepsilon_1$ – энергия, передаваемая остаточному ядру; $\int d\varepsilon_\lambda$ обозначает интегрирование по непрерывному спектру и суммирование по дискретным квантовым числам. Выражение (4) можно записать через одночастичную функцию Грина, спектральное представление которой имеет вид[4]

$$G(x,x',\varepsilon) = \sum_\lambda \left(\frac{\varphi_\lambda(x)\,\varphi_\lambda^+(x')}{\varepsilon - \varepsilon_\lambda - i\alpha} + \frac{\psi_\lambda(x)\,\psi_\lambda^+(x')}{\varepsilon - \varepsilon_\lambda^+ + i\alpha}\right), \qquad (5)$$

где $\varphi_\lambda(x)$ – определенная выше функция, $\psi_\lambda(x) = \langle |\psi(x)|\,\Psi_\lambda(A+1)\rangle$, $\varepsilon_\lambda^+ = E_\lambda(A+1) - \mathcal{E}_0$. При этом, по определению $\varepsilon_\lambda < \mu^- = \mathcal{E}_0 - E_0$, а $\varepsilon_\lambda^+ > \mu^+ = E_0(A+1) - \mathcal{E}_0$.

В рассматриваемом случае $\varepsilon < \mu^-$, и поэтому (4) можно записать

$$R = \mathrm{Im}\int dx dx'\, \psi_p^+(x) G(x,x',\varepsilon)\, \psi_p(x') \exp(i\vec{q}(\vec{r} - \vec{r}')). \qquad (6)$$

Функция Грина G удовлетворяет уравнению

$$(\varepsilon - T_x)G(x,x',\varepsilon) - \int dx'' M(x,x'',\varepsilon)G(x'',x',\varepsilon) = \delta(x - x'). \tag{7}$$

Рассмотрим теперь задачу о движении частицы в нелокальном зависящем от энергии потенциале $M(x,x',\varepsilon)$

$$T_x \varphi_\nu(x,\varepsilon) + \int dx' M(x,x',\varepsilon)\varphi_\nu(x',\varepsilon) = E_\nu(\varepsilon)\varphi_\nu(x,\varepsilon). \tag{8}$$

При достаточно больших значениях ε, когда "открываются" каналы распада, M становится комплексной функцией. Мы будем полагать, что и при наличии мнимости в M собственные функции $\varphi_\nu(x,\varepsilon)$ уравнения (8) (с комплексными собственными значениями $E_\nu(\varepsilon)$) в отличие от $\varphi_\lambda(x)$ образуют полную ортонормированную систему. Тогда $G(x,x',\varepsilon)$ можно представить в виде:

$$G(x,x',\varepsilon) = \sum_\nu \frac{\varphi_\nu(x,\varepsilon)\varphi_\nu^+(x',\varepsilon)}{\varepsilon - E_\nu(\varepsilon)}. \tag{9}$$

Для дырочных состояний ($\varepsilon < \mu^-$) $E_\nu(\varepsilon)$ представляет собой сумму действительной $\varepsilon_\nu(\varepsilon)$ и мнимой $\frac{1}{2}i\Gamma_\nu(\varepsilon)$ частей:

$$E_\nu(\varepsilon) = \varepsilon_\nu(\varepsilon) + \frac{1}{2}i\Gamma_\nu(\varepsilon). \tag{10}$$

При этом значения $\varepsilon_\nu(\varepsilon)$ должны быть дискретными, поскольку для связанных систем частиц $\mathrm{Re}M < 0$. Выражение (6) с учетом (9) и (10) можно записать

$$R \cong \sum_\nu \frac{\frac{1}{2}\Gamma_\nu(\varepsilon)}{(\varepsilon - \varepsilon_\nu(\varepsilon))^2 + \frac{1}{4}\Gamma_\nu^2(\varepsilon)} \left| \int dx\, \psi_p^+(x)\varphi_\nu(x,\varepsilon)\exp(i\vec{q}\vec{r}) \right|^2. \tag{11}$$

Зависимость величин ε_ν, Γ_ν и φ_ν от передаваемой энергии ε усложняет форму резонансных кривых и требует специального рассмотрения. Центры же резонансных пиков определяются из уравнения

$$\varepsilon_\nu(\varepsilon) = \varepsilon . \qquad (12)$$

Ранее отмечалась своеобразная "симметрия" в энергетической зависимости средних полей для частичных и дырочных состояний. Можно распространить эту "симметрию" и на мнимые части потенциалов. Мнимая часть оптического потенциала, определяемая из анализа экспериментальных данных по рассеянию нуклонов, зависит от энергии возбуждения[7]. Подобная зависимость будет иметь место и для дырок[8]. В результате квазиупругого выбивания нуклонов с нижних уровней ядра-мишени образуется сильновозбужденное нестационарное состояние ядра с (A–1) нуклонами. Оно будет быстро затухать, распадаясь на многоквазичастичные конфигурации. Можно предположить, что мнимая часть потенциала для дырочных состояний при соответствующих энергиях равняется мнимой части потенциала для рассеяния нуклонов. Полагая, что мнимая часть M для дырочных состояний постоянна по объему ядра, ширину уровня определим по формуле

$$\Gamma_\nu = 2\mathrm{Im}\int dx\, \varphi^+_{o\lambda}(x,\varepsilon) M(x,\varepsilon)\, \varphi_{o\lambda}(x,\varepsilon). \qquad (13)$$

(Здесь мы используем локальное приближение для массового оператора). $\varphi_{o\lambda}(x,\varepsilon)$ являются собственными функциями задачи:

$$T_x \varphi_{o\lambda}(x,\varepsilon) + (\mathrm{Re}M(x,\varepsilon))\varphi_{o\nu}(x,\varepsilon) = \varepsilon_\nu(\varepsilon)\varphi_{o\nu}(x,\varepsilon). \qquad (14)$$

$\mathrm{Re}M$ можно отождествить с зависящим от энергии средним полем, рассмотренным в работах[5,6].

Для численных оценок ширин воспользуемся функциональной зависимостью мнимой части M от энергии, установленной для рассеяния протонов в[7]. Получаемые таким образом ширины дырочных состояний, например, для C^{12} равны $\Gamma_{1S} \cong 12$ Мэв, $\Gamma_{1P} \cong 5$ Мэв, и для Ca^{40} – $\Gamma_{1S} \cong 20$ Мэв, $\Gamma_{1P} \cong 14$ Мэв. Проделанные оценки сечений квазиупругого рассеяния электронов с учетом ширин, определяемых по формуле (13), хорошо воспроизводят наблюдаемую на опыте картину. Поскольку с ростом массового числа происходит опускание дырочных уровней, это приводит к росту энергии их возбуждения, а значит, из-за увеличения ImM, и к увеличению ширин для более тяжелых ядер. Однако, для ядер с $A \geqslant 60$ ширины становятся почти постоянными ($\Gamma_{1S} \cong$ $\cong 30$ Мэв, $\Gamma_{1P} \cong 20$ Мэв) – наступает насыщение как по глубине нижайших уровней[6], так и по ширинам соответствующих дырочных состояний. Этот вывод подтверждается данными по реакциям (p, 2p) [2].

В заключение заметим, что результаты опытов по квазиупругому рассеянию и их объяснение, по-видимому, позволят установить целый ряд важных свойств основного состояния ядер.

Авторы выражают глубокую благодарность Б. Н. Калинкину и Н. М. Кабачнику за интересное обсуждение.

Поступила в редакцию
10 июня 1970 г.

Литература

1. U. Amaldi, Jr. Proc. S.I.F., 38, 284 (1967).
2. A. James et al. Nucl. Phys., A138, 145 (1969).
3. T. de Forest. Ann. Phys., 45, 368 (1967).
4. А. Б. Мигдал. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. Наука, М., 1965.
5. Г. М. Ваградов, Б. Н. Калинкин. Препринт ОИЯИ, 1970 г.
6. Г. М. Ваградов, В. В. Горчаков. Краткие сообщения по физике, № 6, 26 (1970).
7. K. Seth. Nucl. Phys., A138, 61 (1969).
8. A.M. Green, G.E. Brown. Nucl. Phys., 18, 1 (1960).