

СЛИЯНИЕ НИЗКОЧАСТОТНЫХ  
ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ  
ХОЛОДНОЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЫ  
В ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

В. В. Пустовалов, А. Б. Романов

Одним из первых нелинейных процессов, изученных в теории слаботурбулентной плазмы, является слияние электронных ленгмюровских колебаний в поперечные электромагнитные волны<sup>1</sup>. Такое слияние позволяет в принципе наблюдать излучение электромагнитных волн из плазмы с развитыми продольными шумами. Аналогичные нелинейные процессы возможны и в слаботурбулентной плазме, находящейся в постоянном и однородном внешнем магнитном поле. Некоторые из них уже изучены в литературе<sup>2,3</sup>. В данной работе обсуждаются два примера слияний низкочастотных квазипродольных колебаний магнитоактивной плазмы (с частотами меньше и порядка ионной гироскопической) в поперечную волну.

Согласно общим положениям теории нелинейного взаимодействия волн в плазме, спектральная плотность энергии  $w_t(\vec{k})$  поперечной волны с частотой  $\omega(\vec{k})$  и волновым вектором  $\vec{k}$ , возникающей в результате слияния продольных волн, определяется уравнением

$$\frac{dw_t(\vec{k})}{dt} = \int d\vec{k}' Q(\vec{k}, \vec{k}') w_e(\vec{k}') w_e(\vec{k} - \vec{k}'). \quad (1)$$

Здесь  $w_e(\vec{k}')$  и  $w_e(\vec{k} - \vec{k}')$  - спектральные плотности энергии сливающихся продольных волн с частотами

$\omega'(\vec{k}')$  и  $\omega''(\vec{k} - \vec{k}')$ , подчиняющимися распадному условию

$$\omega'(\vec{k}') = \omega(\vec{k}) - \omega''(\vec{k} - \vec{k}'); \quad \vec{k}'' = \vec{k} - \vec{k}'. \quad (2)$$

Ядро  $Q(\vec{k}, \vec{k}'')$  уравнения (1) определяется сверткой произведения двух трехиндексных нелинейных тензоров  $S_{ijs}(\omega, \vec{k}; \omega', \vec{k}')$  с тензорами поляризации колебаний, участвующих в нелинейном взаимодействии. Трехиндексный тензор  $S_{ijs}$  в холодной магнитоактивной плазме можно выразить через парциальные поляризуемости плазмы  $\delta\epsilon_{ij}(\omega)$  на частотах взаимодействующих колебаний<sup>4</sup>

$$\begin{aligned} S_{ijs}(\omega, \vec{k}; \omega', \vec{k}') = iem^{-1} \omega_L^{-2} \{ & \omega(\omega'')^{-1} \delta\epsilon_{ij}(\omega) \delta\epsilon_{as}(\omega') k_a'' + \\ + \omega(\omega')^{-1} \delta\epsilon_{is}(\omega) \delta\epsilon_{aj}(\omega'') k_a'' - \omega'(\omega)^{-1} \delta\epsilon_{is}(\omega') \delta\epsilon_{aj}(\omega'') k_a - \\ - \omega'(\omega'')^{-1} \delta\epsilon_{js}(\omega') \delta\epsilon_{ia}(\omega) k_a'' - \omega''(\omega)^{-1} \delta\epsilon_{ij}(\omega'') \delta\epsilon_{as}(\omega') k_a - \\ & - \omega''(\omega')^{-1} \delta\epsilon_{sj}(\omega'') \delta\epsilon_{ia}(\omega) k_a' \} \quad (3) \end{aligned}$$

В правой части этого равенства подразумевается суммирование по сортам частиц с зарядом  $e$  и массой  $m$  (индекс сорта частиц опущен;  $\omega_L$  - ленгмюровская частота). В рассматриваемом здесь случае слияния продольных волн в ядро  $Q(\vec{k}, \vec{k}'')$  входит лишь продольная свертка тензора  $S_{ijs}$  по двум последним индексам

$$\begin{aligned} S_{ijs}(\omega, \vec{k}; \omega', \vec{k}') k_j'' k_s' = \\ = ie(\omega m)^{-1} \omega_L^{-2} k_j'' k_s' \{ \delta\epsilon_{as}(\omega') [ \omega k_a'' \delta\epsilon_{ij}(\omega) - \omega'' k_a \delta\epsilon_{ij}(\omega'') ] + \\ + \delta\epsilon_{aj}(\omega'') [ \omega k_a' \delta\epsilon_{is}(\omega) - \omega' k_a \delta\epsilon_{is}(\omega') ] \} \quad (4) \end{aligned}$$

Явный вид ядра  $Q$  (т.е. уравнение (1)) в двух рассматриваемых здесь конкретных вариантах слияний приводится ниже.

В качестве первого нелинейного процесса обсудим слияние двух квазипродольных колебаний с частотами, меньшими ионной гироскопической  $\Omega_1$

$$\omega' = |\cos\theta'| \Omega_1 \omega_{Le} (\omega_{Li})^{-1}; \quad \omega'' = |\cos\theta''| \Omega_1 \omega_{Le} (\omega_{Li})^{-1} \quad (5)$$

Эти колебания распространяются под углами  $\theta'$  и  $\theta''$  относительно внешнего магнитного поля и обладают указанными спектрами в пределе длинных волн ( $c^2 k^2 \ll \omega_{Le}^2$ ) и плотной плазмы ( $\Omega_1 \ll \omega_{Li}$ ) ( $c$  - скорость света в вакууме). Направление распространения ограничено узким интервалом углов поперек внешнего магнитного поля (5, стр. 36, формула (5.9)) ( $m$  - масса электрона,  $M$  - масса иона)

$$\cos^2\theta' \ll m/M, \quad \cos^2\theta'' \ll m/M. \quad (6)$$

В результате слияния колебаний (5) образуется быстрая магнитозвуковая волна со спектром ( $v_A$  - альфеновская скорость,  $v_A = c \Omega_1 \omega_{Li}^{-1}$ )

$$\omega = kv_A \quad (7)$$

и тензором поляризации  $[\vec{x}\vec{h}]_i [\vec{z}\vec{h}]_j$ , поперечным относительно направления распространения  $\vec{z}$  волны и внешнего магнитного поля. Если продольные колебания (5) распространяются под одним и тем же углом к постоянному магнитному полю  $\vec{B}_0$  ( $\cos^2\theta' = \cos^2\theta'' = \cos^2\theta_0$ ), то из распадных условий (2) можно найти определяемую этим углом длину волны поперечного магнитозвукового колебания (7)

$$\lambda = c / (2\omega_{Le} |\cos\theta_0|), \quad (8)$$

ограниченную снизу, в соответствии с условиями (6), величиной  $c\sqrt{m}/2\omega_{Le}\sqrt{m}$ . При этом спектральная плотность энергии быстрой магнитозвуковой волны определяется уравнением:

$$\frac{dW_t(\vec{k})}{dt} = \int d\vec{k}' (8\pi)^{-1} c^7 (\omega_{Le} v_A)^{-3} B_0^{-2} (\vec{k} [\vec{k}' \vec{h}])^4 \times$$

$$\times (k' \sin \theta' k'' \sin \theta'')^{-2} (|\cos \theta'| + |\cos \theta''|)^{-4} \delta(ck(2\omega_{Le})^{-1} - \cos \theta') \times$$

$$\times W_e(\vec{k}') W_e(\vec{k} - \vec{k}') \quad (9)$$

Подчеркнем, что указанный процесс слияния продольных в поперечные в области низких частот ( $\omega \ll \Omega_i$ ) является единственно возможным в холодной магнитоактивной плазме, поскольку исключено слияние колебаний (5) в альфвеновскую волну и в быструю магнито-звуковую волну, распространяющуюся вдоль внешнего магнитного поля, из-за нарушения распадных условий (2).

В области частот порядка ионной гироскопической возможно слияние двух квазипродольных колебаний на ионной гироскопической частоте (5, стр. 35, формула (5.5))

$$\omega' = \Omega_i [1 - (m/2M) \text{tg}^2 \theta'], \quad \omega'' = \Omega_i [1 - (m/2M) \text{tg}^2 \theta''] \quad (10)$$

В результате такого слияния возникает квазипоперечная электромагнитная волна со спектром (5, стр. 49, формула (7.8))

$$\omega = kv_A (1 + \cos^2 \theta)^{1/2} \quad (11)$$

В отличие от рассмотренных в первом варианте слияния колебаний (5) спектры (10) существуют лишь в случае, если углы  $\theta'$  и  $\theta''$  между волновыми векторами  $\vec{k}'$  и  $\vec{k}''$  и магнитным полем  $B_0$  не слишком близки к  $\pi/2$

$$|\pi/2 - \theta'| \gg \sqrt{m/M}; \quad |\pi/2 - \theta''| \gg \sqrt{m/M} \quad (12)$$

Колебания (10)-(11) несмотря на близость их частот с ионной гироскопической ( $\omega \approx 2\Omega_i$  в соответствии с распадным условием (2)) слабо затухают в условиях малых тепловых скоростей ионов. В частности, затуха-

нием поперечного колебания (11) можно пренебречь, если альфвеновская скорость  $v_A$  больше ионной тепловой ( $v_A \gg v_{Ti}$ ). Длина волны, возникающей при слиянии поперечной волны, дается равенством

$$k = 2\omega_{Li}/c\sqrt{1 + \cos^2\theta}, \quad (13)$$

а спектральная плотность определяется уравнением

$$\begin{aligned} \frac{dW_t(\vec{k})}{dt} = & \int d\vec{k}' (64\pi m M)^{-1} (ec)^2 (v_A \Omega_i k' k'')^{-2} \times \\ & \times \delta(kv_A(1 + \cos^2\theta)^{1/2} - 2\Omega_i) \left\{ 4k^{-2} [([\vec{k}'\vec{h}]_i [\vec{k}\vec{h}]_i [\vec{k}\vec{h}]_j [\vec{k}''\vec{h}]_j - \right. \\ & - ([\vec{k}'\vec{h}]\vec{k})^2]^2 - (3)^{-1}(4 + \cos^2\theta) [([\vec{k}\vec{h}]_i [\vec{k}''\vec{h}]_i + \\ & + ([\vec{k}\vec{h}]\vec{k}')^2 (k'^2 + [\vec{k}'\vec{h}]^2) + ([\vec{k}\vec{h}]_i [\vec{k}'\vec{h}]_i - ([\vec{k}\vec{h}]\vec{k}')^2 (k''^2 + \\ & + [\vec{k}''\vec{h}]^2) + (\vec{k}'\vec{k}'' - [\vec{k}'\vec{h}]_i [\vec{k}''\vec{h}]_i) ([\vec{k}\vec{h}]_i [\vec{k}''\vec{h}]_i + \\ & \left. + ([\vec{k}\vec{h}]\vec{k}') ([\vec{k}\vec{h}]_i [\vec{k}'\vec{h}]_i - ([\vec{k}\vec{h}]\vec{k}')) \right\} \times w_e(\vec{k}') w_e(\vec{k} - \vec{k}'). \end{aligned} \quad (14)$$

Рассмотренные здесь два нелинейных процесса слияния низкочастотных потенциальных колебаний магнитоактивной плазмы в поперечные, естественно, дополняют исследование распадных процессов в этой области спектра ( $\omega \approx \Omega_i$ ), выполненное ранее только для квазипродольных волн<sup>4,6,7</sup>. Отметим также, что возникновение в плазме низкочастотных поперечных волн с достаточно большой амплитудой можно использовать для интерпретации некоторых результатов теории параметрического резонанса плазмы, находящейся в постоянном однородном магнитном поле  $\vec{B}_0$  и перпендикулярном к нему сравнительно слабом ( $B' \ll B_0$ ) переменном магнитном поле  $\vec{B}' \cos \omega_0 t$  низкой частоты

$\omega_0 \ll \Omega_1$  (роль внешнего переменного магнитного поля может играть магнитное поле поперечной волны, возникшей в результате слияния).

Поступила в редакцию  
6 мая 1970 г.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. D. A. Tidman, G. N. Weiss Phys. Fluids, 4, 866 (1961).
2. А. Б. Шварцбург. Диссертация, ФИАН (1966).
3. В. Н. Цытович, А. Б. Шварцбург. ЖЭТФ 49, 797 (1965).
4. В. В. Пустовалов. Диссертация, ФИАН (1966).
5. А. И. Ахиезер, И. А. Ахиезер, Р. В. Половин, А. Г. Ситенко, К. Н. Степанов. Коллективные колебания в плазме. М., 1964 г.
6. А. П. Кропоткин, В. В. Пустовалов. Phys. Fluids, 10, 241 (1967); Препринт ФИАН, 1966 г.
7. А. П. Кропоткин. Диссертация, ФИАН (1967).