Краткие сообщения по физике № 11 ноябрь 1970

ВЛИЯНИЕ СОБСТВЕННЫХ ПОЛЕЙ ПУЧКА НА ЧАСТОТЫ БЕТАТРОННЫХ КОЛЕБАНИЙ ЧАСТИЦ В СИНХРОТРОНЕ

Ю. А. Башмаков, К. А. Беловинцев, Е. Г. Бессонов

Наличие окружающей среды приводит к изменению соотношения между электрическим и магнитным полем пучка заряженных частиц по сравнению с тем, которое выполняется для полей в свободном пространстве. Для интенсивных пучков эти изменения могут оказывать существенное влияние на динамику движения частиц. В частности, при определенных условиях возможна самофокусировка пучка.

В настоящей работе, посвященной исследованию влияния пространственного заряда на частоты бетатронных колебаний частиц в синхротронах[1,2], впервые обращается внимание на возможность радиальной самофокусировки пучка при его прохождении в зазоре ускорителя.

Рассмотрим ускоритель, в котором радиус кривизны орбиты много больше поперечных размеров вакуумной камеры. Будем считать, что пучок имеет форму бесконечно длинного цилиндра. Если магнит, вакуумная камера ускорителя и пучок имеют общую ось симметрии второго порядка, то компоненты электрического и магнитного поля внутри пучка в первом приближении будут иметь вид

$$E_x = 2\pi\rho(1 - \epsilon)x, \quad H_x = 2\pi\rho(1 + \delta)z, \qquad (1)$$
$$E_z = 2\pi\rho(1 + \epsilon)z, \quad H_z = -2\pi\rho(1 - \delta)x,$$

где x и z – расстояние от оси пучка соответственно в горизонтальной и вертикальной плоскости; ρ - плотность частиц; постоянные ε, δ зависят от геометрии магнитных полюсов, стенок камеры, и формы пучка; $\beta = v/c$, v - скорость частиц. Наличие в системе несимметрии приводит к появлению в (1) несущественных постоянных составляющих.

Из условия симметрии и из уравнений Максвелла следует, что при $\rho \neq 0$ производные от компонент электрического и магнитного полей пучка удовлетворяют условиям $\frac{\partial E_x}{\partial x} > 0$, $\frac{\partial E_z}{\partial z} > 0$, $\frac{\partial H_x}{\partial z} > 0$, $\frac{\partial H_z}{\partial x} < 0$, $\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 4\pi\rho$, $\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = 4\pi\beta\rho$. Поэтому величины ε и δ должны лежать в диапазонах $-1 \leqslant \varepsilon \leqslant 1$ $-1 \leqslant \delta \leqslant 1$. Заметим, что для пучка в свободном пространстве $\varepsilon = \delta$; в общем же случае $\varepsilon \neq \delta$.

Характерно, что сила, обусловленная собственным электрическим полем пучка, всегда является дефокусирующей, а сила, обусловленная магнитным полем - фокусирующей. Возможны случаи (скажем, $\varepsilon \approx 1$, $\delta \approx -1$, $\beta \approx 1$), когда пучок будет эффективно фокусироваться в одном направлении и дефокусироваться в другом.

В ускорителях собственные поля пучка приводят к изменению эффективного показателя магнитного поля n, что эквивалентно изменению частот бетатронных колебаний частиц. Эти изменения находятся из уравнений движения частиц в магнитном поле с учетом сил пространственного заряда. Так, изменение показателя магнитного поля синхротрона можно представить в виде:

$$\Delta n_x = \frac{2\pi R^2 e\rho}{mc^2\beta^2\gamma}\left[(1-\varepsilon)\eta_x - (1-\delta)\beta^2\right],$$
$$\Delta n_z = \frac{-2\pi R^2 e\rho}{mc^2\beta^2\gamma}\left[(1+\varepsilon)\eta_z - (1+\delta)\beta^2\right], \qquad (2)$$

где R – радиус синхротрона; e, m – заряд и масса электрона; $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ – релятивистский фактор, $\eta \leqslant 1$ – коэффициент, характеризующий компенсацию пространственного заряда пучка ионами остаточного газа. Изменение частот бетатронных колебаний $\Delta\nu$ при больших величинах Δn и при условии, что влиянием пространственного заряда пучка на движение частиц в прямолинейных промежутках можно пренебречь, находится с помощью характерных для каждого конкретного синхротрона диаграмм $\nu(n)$. Связь между малыми изменениями Δn и $\Delta\nu$ дается соотношением[3]

$$\Delta(\nu_x^2) \simeq -(1-\lambda)\Delta n_x, \quad \Delta(\nu_z^2) \simeq (1-\lambda)\Delta n_z, \qquad (3)$$

где λ – отношение суммарной длины прямолинейных промежутков к периметру орбиты. Предельное для данного ускорителя число частиц будет определяться расстоянием рабочей точки до ближайшего опасного резонанса.

Заметим, что ионы остаточного газа частично компенсируют электрическое поле пучка, а, следовательно, и действие дефокусирующих сил. Поэтому их присутствие может привести к увеличению сдвига частот радиальных бетатроннных колебаний в том случае, когда в пространстве, свободном от ионов ($\eta = 1$), этот сдвиг положителен.

Рассмотрим следующий пример. Пусть проводящие стенки вакуумной камеры и поверхности полюсов магнита имеют плоскопараллельную конфигурацию и бесконечно протяженны в горизонтальной плоскости, магнитная проницаемость железа бесконечно велика, пучок не сбунчирован, и все поля постоянны во времени. В этом случае, используя формулы конформного отображения полосы на полуплоскость, можно получить выражения для скалярного и векторного потенциалов[4] в рабочей области синхротрона соответственно в виде:

$$\varphi(x,z) = \iint \rho(x',z') \times$$

$$\times \ln\left[\frac{\operatorname{ch}\frac{\pi}{h}(x - x') + \cos\frac{\pi}{h}(z + z')}{\operatorname{ch}\frac{\pi}{h}(x - x') - \cos\frac{\pi}{h}(z - z')}\right] dx'dz',$$

(4)

$$A(x,z) = \beta \iint \rho(x',z') \ln\left[(\sin\frac{\pi}{q} z' - \operatorname{ch}\frac{\pi(x - x')}{q})^2 + \right.$$

$$\left. + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi(x - x')}{q} \cos^2 \frac{\pi}{q} z\right] dx'dz',$$

где A – составляющая векторного потенциала вдоль оси пучка; x, x' и z, z' – соответственно радиальное и вертикальное смещение относительно оси пучка; q – расстояние между полюсами магнита; h – вертикальная апертура камеры.

Коэффициенты пропорциональности в выражении (1) типа $2\pi\rho(1 - \varepsilon)$ и $-2\pi\rho(1 - \delta)$ равны соответственно производным

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}\Bigg|_{x = 0,\ z = 0}, \qquad \frac{\partial H_z}{\partial x} = \frac{\partial^2 A}{\partial x \partial z}\Bigg|_{x = 0,\ z = 0}.$$

(При вычислении $\frac{\partial E_x}{\partial x}$ и $\frac{\partial H_z}{\partial x}$ удобно операцию дифференцирования внести под знак интегралов (4), а затем положить $x = 0$, $z = 0$). Отсюда определяются постоянные ε и δ. Вычисления были проделаны для трех предельных случаев, имеющих практический интерес.

а) Поперечное сечение однородного пучка является кругом радиуса $r \ll h$

$$\varepsilon = \pi^2 r^2/6h^2, \qquad \delta = \pi^2 r^2/3q^2. \tag{5}$$

В этом случае при размерах пучка $r/h = r/q = 0{,}3$ фокусировка частиц в радиальном направлении начинается с $\gamma \simeq 4$.

б) Поперечное сечение однородного пучка является эллипсом с полуосями $a_x \ll h$, $a_z \ll h$

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \pi^2 a_x a_z / 6h^2 + (a_x - a_z)/(a_x + a_z), \\ \delta &= \pi^2 a_x a_z / 3q^2 + (a_x - a_z)/(a_x + a_z) \end{aligned} \tag{6}$$

При нахождении ε и δ в этом случае целесообразно воспользоваться методом отображений, представив ε и δ в виде суммы $\varepsilon = \varepsilon' + \varepsilon''$, $\delta = \delta' + \delta''$, где ε', δ' обусловлены собственным полем пучка, а ε'', δ'' обязаны наличию полей изображения. Для кругового пучка $\varepsilon' = \delta' = 0$, а для малого не кругового пучка ε'' и δ'' зависят от площади сечения и не зависят от его формы, оставаясь равными величинам (5), где r^2 следует заменить на $a_x a_z$. Для эллиптического пучка простые вычисления приводят к значениям $\varepsilon' = \delta' = \dfrac{a_x - a_z}{a_x + a_z}$.

При $a_x > a_z$ и равных сечениях эллиптического и кругового пучков самофокусировка в радиальном направлении в случае (б) начинается раньше, чем в случае (а).

в) Поперечное сечение однородного пучка является прямоугольником со сторонами a_x, a_z, причем $a_z = h = q$ (большой пучок)

$$\varepsilon = 1 - \frac{4}{\pi} \operatorname{arctg}\left(\operatorname{sh} \frac{\pi a_x}{2h}\right)^{-1}, \quad \delta = -1. \tag{7}$$

Здесь при $a_x = 2h$ самофокусировка частиц в радиальном направлении начинается уже при $\gamma \simeq 1$ ($\beta \simeq 0{,}3$).

Таким образом, из приведенных примеров видно, что эффекты взаимодействия полей пучка с окружающей средой могут оказывать значительное влияние на динамику частиц в ускорителе.

Отметим, что эффект самофокусировки пучков заряженных частиц может быть использован как при расчетах режимов работы собственно ускорителей, так и при конструировании трактов транспортировки частиц.

Поступила в редакцию
17 сентября 1970 г.

Литература

1. A. M. Sessler. Proc. 5-th Int. Conf. on High Energy Accelerators, Frascati, 1965, CNEN, p. 319.
2. А. А. Коломенский, А. Н. Лебедев. Труды Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, т. 2, стр. 261, Москва, 1970 г.
3. А. А. Коломенский, А. Н. Лебедев. "Теория циклических ускорителей", ГИФМЛ, 1962 г.
4. В. Смайт. Электростатика и электродинамика. М. ИЛ, 1954 г.