Краткие сообщения по физике № 8 август 1973

УСКОРЕНИЕ ИОНОВ ВРАЩЕНИЕМ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

И. И. Логачев

УДК 539.I.076

Рассмотрен механизм ускорения ионов вращением сильноточного электрического пучка в магнитном поле. Найдены выражения для энергии иона и компоненты силы, действующей на ион в направлении, перпендикулярном электронному пучку. Обсуждаются возможности данного метода ускорения.

В последнее время изучалась возможность ускорения ионов вращением и сканированием сильноточного электронного пучка /I,2/. Использование постоянного однородного магнитного поля, направленного перпендикулярно плоскости вращения электронного пучка, расширяет возможности данного метода ускорения. Рассмотрим подробнее этот случай.

Пусть ось z направлена вдоль силовых линий магнитного поля. Если источник электронов расположен в начале координат и вращается в плоскости $z = 0$ по некоторому заданному закону, тогда угол вылета электронов связан с моментом вылета функциональной зависимости вида $\delta = \Phi(t_b)$. Для равномерного вращения $\delta \sim t_g$, для вращения с постоянным угловым ускорением $\delta \sim t_b^2$. В постоянном однородном магнитном поле H электроны совершают движение по окружности радиуса R, где $R = \beta_e E/eH$, E – энергия электронов. В момент времени t электрон будет находиться на расстоянии r от источника, причем $t - t_b = (2R/\beta_e c)\arcsin(r/2R)$, $\theta = \arcsin(r/2R)$, где θ – угловая координата электрона относительно направления его вылета. Уравнение движения электронного пучка, записанное в безразмерных координатах x,y, имеет следующий вид

$$\varphi = \arcsin \alpha y + f(x - \frac{1}{\alpha}\arcsin \alpha y), \qquad (I)$$

где $x = \varkappa t$, $y = \varkappa r/\beta_e c$, $\alpha = \Omega/2\varkappa$, $\Omega = \beta_e c/R$ – циклическая частота вращения электрона в магнитном поле, $\varkappa$ – масштабный множитель. Без магнитного поля приходим к выражению $\varphi = f(x - y)$ /1,2/.

Будем рассматривать y, φ как обобщенные координаты. Выражение (I) является уравнением связи, которое позволяет свести двухмерную задачу к одномерной. С учетом (I) уравнение движения иона можно представить как

$$\frac{d}{dx}\frac{\partial L}{\partial y'} - \frac{\partial L}{\partial y} = 0, \tag{2}$$

$$L = - Mc^2\left\{1 - \beta_e^2 y'^2 - \beta_e^2 y^2\left[\frac{\alpha y'}{\sqrt{1 - \alpha^2 y^2}} + f'\left(1 - \frac{y'}{\sqrt{1 - \alpha^2 y^2}}\right)\right]^2\right\}^{1/2} +$$

$$+ m_e c^2 \gamma_e \beta_e^2 \alpha y^2\left[\frac{\alpha y'}{\sqrt{1 - \alpha^2 y^2}} + f'\left(1 - \frac{y'}{\sqrt{1 - \alpha^2 y^2}}\right)\right], \tag{3}$$

где f' – производная от функции f по аргументу $(x - (1/2)\arcsin\alpha y)$. Вторым членом в выражении для функции Лагранжа иона (3) будем пренебрегать. После выполнения дифференцирования уравнение движения иона (2) можно представить в виде

$$y''A + y'^3 B + y'^2 C + y'D + F = 0. \tag{4}$$

A, B, C, D, F – известные функции x и y. Без магнитного поля ($\alpha = 0$) мы приходим к уравнению /2/

$$y''\left(1 + \frac{1 + y^2 f'^2}{\gamma_e^2 - 1}\right) +$$

$$+ yf'(1 - y')^2\left[y^2 f'^3(1 - y') - f'(1 + 2y') - yf''(1 - y')\right] -$$

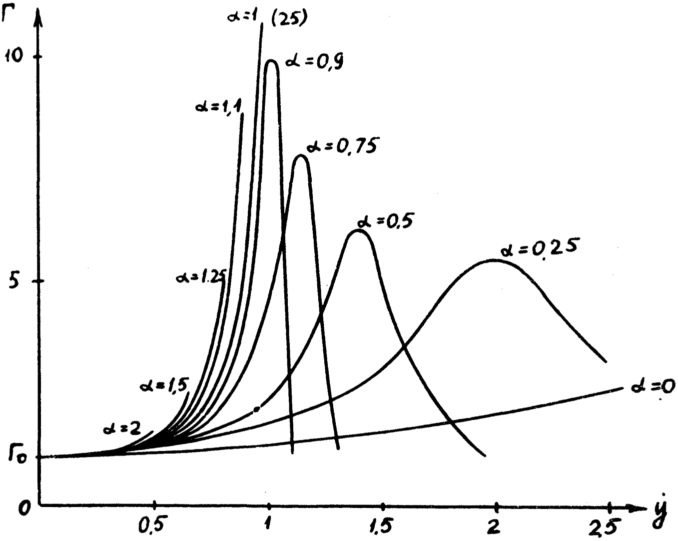
$$- \frac{yf'(1 - y')}{\gamma_e^2 - 1}\left[f'(1 + y') + yf''(1 - y')\right] = 0. \tag{5}$$

f'' – вторая производная от функции f по аргументу $(x - (1/\alpha)\times$ $\times\arcsin\alpha y)$.

В случае равномерного вращения лангранжиан иона не зависит явно от времени. Поэтому уравнение движения иона (4) допускает интеграл (интеграл "энергии")

$$y'\frac{\partial L}{\partial y'} - L = T. \tag{6}$$

Постоянная Т определяется из начальных условий при $y = 0$ и равна $Mc^2\Gamma_0$ ($\Gamma_0 = \Gamma(y = 0)$). Одной из основных зависимостей, подлежащих определению, является зависимость приведенной энергии иона Г



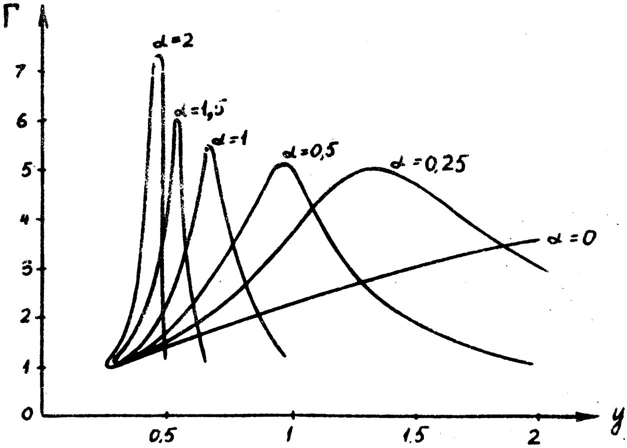
Р и с. I. Зависимость энергии иона от радиуса (равномерное вращение, $\omega = 10^8$ сек$^{-1}$, $\gamma_e = 5$).

от радиуса. Воспользовавшись тем, что $\Gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$, а также соотношением (6), находим связь между энергией иона и радиусом траектории

$$\Gamma = \frac{\Gamma_0}{1 - \beta_e^2 y^2}\left[1 + \frac{(\alpha - 1)\beta_e y^2}{\Gamma_0}\sqrt{\frac{\Gamma_0^2 - 1 + \beta_e^2 y^2}{(\alpha - 1)^2 y^2 + (1 - \alpha^2 y^2)(1 - \beta_e^2 y^2)}}\right] \tag{7}$$

Зависимость Г (y) при $\gamma_e = 5$ представлена на рис. I. Как видно, характер зависимости Г (y) различен при $\alpha > 1$ и $\alpha < 1$. При $\alpha < 1$ Г(y) имеет максимум, который при $\alpha \to 1$ стремится к значению $\Gamma_0\gamma_e^2$. При $\alpha > 1$ Г (y) – монотонная функция, максимальное значение которой на интервале $0 \leqslant y \leqslant 1/\alpha$ при $\alpha \to 1$ стремится к значению $2\Gamma_0\gamma_e^2$.

Отсутствие интеграла движения для произвольного закона вращения не позволяет получить явную зависимость энергии иона от радиуса. Для вращения с постоянным угловым ускорением зависимость $\Gamma(y)$



Р и с. 2. Зависимость энергии иона от радиуса (вращение с постоянным угловым ускорением, $\gamma_e = 5$).

находится в результате численного интегрирования уравнения (4) и представлена на рис. 2.

Для удержания иона в пучке необходимо, чтобы электрическое поле электронов, удерживающее ион в потенциальной яме электронного пучка, было больше нормальной составляющей силы реакции связи G

$$Ze\mathcal{E} \geqslant G, \qquad \mathcal{E} = 2\pi ne\rho, \tag{8}$$

где Ze – заряд иона, n, ρ – плотность и радиус поперечного сечения пучка. Используя уравнение движения иона (4), проекцию силы реакции связи на нормаль к электронному пучку можно представить в виде

$$G = Mc\beta_e \varkappa f_\perp, \tag{9}$$

где $f_\perp$ – функция x, y, y', y''. Зависимость $f_\perp(y)$ для случая равномерного вращения и вращения с постоянным угловым ускорением представлена на рис. 3а, б.

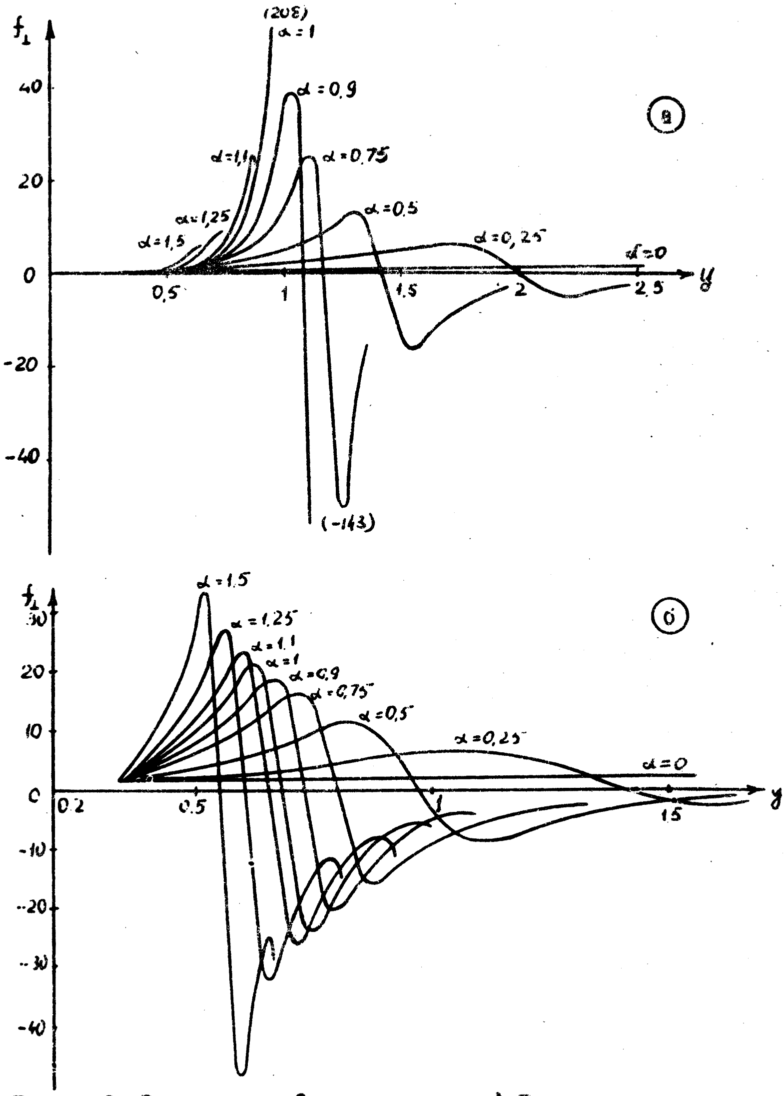


Рис. 3. Зависимость $f_\perp$ от радиуса. а) Равномерное вращение ($\omega = 10^8$ сек$^{-1}$, $\gamma_e = 5$). б) Вращение с постоянным угловым ускорением ($\gamma_e = 5$).

Используя соотношения (7), (9), можно, варьируя параметры электронного пучка I, γ_e, ρ_0, τ, добиться выполнения неравенства (8). Из оценок следует, что при равномерном вращении для ускорения ионов до энергии 150 Мэв необходимы пучки с током $I \sim 60$ ка, приведенной энергией электронов $\gamma_e \sim 20$, начальным радиусом $\rho_0 \sim 5$ см, угловой сходимостью $\tau \sim 0{,}02$. Аналогично для случая вращения с постоянным угловым ускорением достижима энергия ионов ~ 400 Мэв при следующих параметрах электронного пучка: $I \sim 20$ ка $\gamma_e \sim 20$, $\rho_0 \sim 5$ см, $\tau \sim 0{,}04$.

В заключение автор выражает свою искреннюю благодарность А. А. Коломенскому за постоянное внимание к работе и Г. И. Харламовой за проведение численных расчетов.

Поступила в редакцию
6 июня 1973 г.

Литература

1. А. А. Коломенский, А. Н. Лебедев, И. И. Логачев. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 3, 63 (1971).
2. А. А. Коломенский, И. И. Логачев. Труды 8 Международной конференции по ускорителям, Женева, ЦЕРН, 587 (1971).