Краткие сообщения по физике № 4 1974

ПРАВИЛА СУММ В ПРИБЛИЖЕНИИ СЛУЧАЙНЫХ ФАЗ И УРАВНЕНИЕ ДЛЯ КОЛЛЕКТИВНОЙ КООРДИНАТЫ

С. Ф. Семенко

УДК 539.172

В рамках приближения случайных фаз получены простые формулы для величин $\sum\limits_N [(0|\mathcal{F}|N)(N|\Phi|0) + (0|\Phi|N)(N|\mathcal{F}|0)]E_N^{1,3}$. С помощью этих формул выведено уравнение для коллективной координаты.

Свойства многих возбужденных состояний атомных ядер можно объяснить в рамках Приближения Случайных Фаз /1/. Наряду с общепринятым способом применения П.С.Ф., состоящим в численном решении секулярного уравнения, может оказаться полезным исследование соотношений, основанных на теореме полноты (правил сумм).

Исходя из уравнений П.С.Ф., с помощью выкладок, которые мы здесь не приводим, можно доказать следующие соотношения:

$$\sum_{E_N>0}\left[(0|\mathcal{F}|N)E_N(N|\Phi|0) + (0|\Phi|N)E_N(N|\mathcal{F}|0)\right] =$$

$$= \sum_i (i|[[FH_q]\Phi]|i) = (o|[[\mathcal{F}\mathcal{H}_q]\Phi]|o), \qquad (1)$$

$$\sum_{E_N>0}\left[(0|\mathcal{F}|N)E_N^3(N|\Phi|0) + (0|\Phi|N)E_N^3(N|\mathcal{F}|0)\right] =$$

$$= \sum_i (i|[[[FH_q]H_q][H_q\Phi]]|i) = (o|[[[\mathcal{F}\mathcal{H}_q]\mathcal{H}_q][\mathcal{H}_q\Phi]]|o). \qquad (2)$$

Здесь $|0)$ – основное состояние, $|o)$ – вакуум частиц и дырок:

$$a_i^+|o) = a_j^+|o) = a_m|o) = 0,$$

$|N)$ – собственное состояние с энергией E_N, $\mathcal{F}$, Φ – одночастичные операторы:

$$\mathcal{F} = \sum_{\nu} F(\nu) = \sum_{\nu} q(\sigma_\nu, \tau_\nu) f(\vec{r}_\nu, \partial/\partial\vec{r}_\nu)$$
$$\Phi = \sum_{\nu} \Phi(\nu) = \sum_{\nu} q(\sigma_\nu, \tau_\nu) \varphi(\vec{r}_\nu, \partial/\partial\vec{r}_\nu), \tag{3}$$

где ν - индекс нуклона, σ, τ - проекция спина и изотопического спина нуклона.

$$\mathcal{H}_q = \sum_{\nu} H_q(\nu), \tag{4}$$

H_q - одночастичный оператор, отличающийся от исходного одночастичного гамильтониана $H_{о.ч.}$ добавкой ΔU, учитывающей эффект остаточных взаимодействий:

$$H_q = H_{о.ч.} + \Delta U = - g\vec{\nabla}^2 + U_q, \tag{5}$$

$$(1|\Delta U|2) = q^{-1}(\sigma,\tau) \sum_i q(\sigma_i,\tau_i)(1i|v_{12}(1 - P_{12})|2i), \tag{6}$$

где $|1) \equiv |\vec{r}_1,\sigma,\tau)$, v_{12} - потенциал парных остаточных взаимодействий, $g \equiv \hbar^2/(2M)$.

При выводе соотношений (I) и (2) было сделано предположение, что σ и τ коммутируют с $H_{о.ч.}$

Соотношение (I) справедливо при условиях:

$$\Delta_{ON}(\mathcal{F}) \equiv \sum_{im,j} q(\sigma_j,\tau_j) \Big[x^N_{im}(ij|[f(1) + f(2), v(1 - P_{12})]|mj) +$$
$$+ y^N_{im}(mj|[f(1) + f(2), v(1 - P_{12})]|ij)\Big] \tag{7а}$$

$$\Delta_{NO}(\mathcal{F}) \equiv \sum_{im,j} q(\sigma_j,\tau_j) \Big[x^{N*}_{im}(mj|[v(1 - P_{12}), f(1) + f(2)]|ij) +$$
$$+ y^{N*}_{im}(ij|[v(1 - P_{12}), f(1) + f(2)]|mj). \tag{7б}$$

Соотношение (2) имеет место, если выполняются условия (7), оператор H_q локален, и, кроме того,

$$\Delta_{ON}([\mathcal{F}\mathcal{H}_q]) = \Delta_{NO}([\mathcal{H}_q\mathcal{F}]) = 0, \tag{8}$$

$$\Delta_{ON}(\Phi) = \Delta_{NO}(\Phi) = 0. \tag{9}$$

Условия (7) выполняются, в частности, если:

$$f = f(\vec{r}),\ v_{12} = v(\vec{r}_1,\vec{\sigma}_1,\vec{\tau}_1,\vec{r}_2,\vec{\sigma}_2,\vec{\tau}_2).$$

Условия (7)-(9) выполняются, если $f = f(\vec{r})$, $\varphi = \varphi(\vec{r})$, а остаточные взаимодействия описываются δ-силами. Задачи, для решения которых можно использовать правила сумм П.С.Ф., весьма разнообразны (см., например, /2/). Здесь мы хотели бы указать на одно из возможных приложений правил сумм (I),(2).

Тот факт, что соотношения (I),(2) справедливы для весьма широкого класса операторов, дает определенную возможность получить информацию о структуре ядерных возбуждений, варьируя в (3) функции f и φ.

В частности, представляет интерес выяснить, существуют ли функции f_N (назовем их коллективными координатами), такие, что:

$$(N'|\mathcal{F}|0) = (0|\mathcal{F}|N') = 0, \quad \text{если} \quad E_{N'} \neq E_N. \tag{I0}$$

Мы попытаемся найти уравнение для f_N, выведя сперва правила сумм для переходной плотности. Последнюю можно определить как матричный элемент оператора:

$$\Phi_\delta = \sum_\nu q(\sigma_\nu, \tau_\nu)\delta(\vec{r} - \vec{r}_\nu). \tag{II}$$

Подставив (II) в (I) и (2), получим: ж)

$$\sum_N \left[(0|\mathcal{F}|N)\rho^{tr}_{NO} + \rho^{tr}_{ON}(N|\mathcal{F}|0)\right]E_N = -2g(\rho f'_\alpha)'_\alpha \tag{I2}$$

$$\sum_N \left[(0|\mathcal{F}|N)\rho^{tr}_{NO} + \rho^{tr}_{ON}(N|\mathcal{F}|0)\right]E^3_N = -4g^2\left[\rho(f'_\beta U'_\beta)'_\alpha\right]'_\alpha -$$

$$-4g^3\left[2\mathcal{P}^{(\beta\gamma)\prime}{}_\gamma f''_{\alpha\beta} + 3\mathcal{P}^{(\beta\gamma)}f'''_{\alpha\beta\gamma} - \frac{1}{2}\rho f^{V}_{\alpha\beta\beta\gamma\gamma} - (\rho''_{\alpha\gamma}f''_{\beta\gamma} - \rho f^{IV}_{\alpha\beta\gamma\gamma})'_\beta\right]'_\alpha. \tag{I3}$$

Здесь:

$$\rho \equiv \sum_i (\vec{r}|i)q_i^2(i|\vec{r}), \quad \mathcal{P}^{(\beta\gamma)} = \sum_i q_i^2\left[(\vec{r}|i)(i|\vec{r})''_{\beta\gamma} + (i|\vec{r})(\vec{r}|i)''_{\beta\gamma}\right],$$

$$U \equiv U_q, \quad f'_\alpha = \partial f/\partial r_\alpha \qquad (\alpha = 1,2,3).$$

Из (I0), (I2),(I3) вытекает следующее уравнение для коллективной координаты:

ж) В том случае, когда $f = r^1 Y_{1m}$ и ядро сферическое, из (I2) следует соотношение Фалльероса /3/.

$$E^2(\rho f'_\alpha)'_\alpha = 2g\left[\rho(f'_\beta U'_\beta)'_\alpha\right]'_\alpha + 2g^2\Big[2\mathcal{P}^{(\beta\gamma)}{}'_\gamma\, f''_{\alpha\beta} + + 3\mathcal{P}^{(\beta\gamma)} f'''_{\alpha\beta\gamma} - \frac{1}{2}\rho f^{\mathrm{V}}_{\alpha\beta\beta\gamma\gamma} - (\rho''_{\alpha\gamma} f''_{\beta\gamma} - \rho f^{\mathrm{IV}}_{\alpha\beta\gamma\gamma})'_\beta\Big]'_\alpha . \qquad (\mathrm{I}4)$$

Уравнение (I4) может оказаться полезным для исследования различных частных случаев коллективных возбуждений ядра.

Поступила в редакцию
25 января I974 г.

Литература

1. D. J. Thouless. Nucl. Phys., 22, 78 (1961).
2. С. Ф. Семенко. "Вопросы атомной науки и техники", серия Физика высоких энергий и атомного ядра, выпуск 2 (4) ХФТИ, стр. 3I, 1973 г.
3. S. Fallieros. Contrib. Int. Conf. on Nucl. Struct. Studies using Electron Scat. and Photoreaction. (1972) Sendai.