Краткие сообщения по физике № 4 1974

КИНЕТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ В ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОННОЙ ЖИДКОСТИ МЕТАЛЛОВ

А. С. Кондратьев, А. Е. Кучма

УДК 53.02

Дан вывод кинетического уравнения электронной жидкости металлов, последовательно учитывающий спин.

В настоящей работе производится микроскопический вывод кинетических уравнений феноменологической теории вырожденной электронной ферми-жидкости металлов Ландау-Силина /I-3/ при учете спина. В пренебрежении спиновой частью в гамильтониане системы кинетическое уравнение феноменологической теории при наличии внешнего магнитного поля было получено из микроскопической теории в /4/. Оказалось, что в случае нормальных ферми-систем и медленно меняющихся в пространстве и во времени внешних возмущений феноменологическая теория Ландау-Силина является точной, а кинетическое уравнение полно учитывает взаимодействие между электронами.

При учете спина исходим из обобщенных квантовых кинетических уравнений (26) работы /5/. Как и в /4/, ферми-систему считаем нормальной, и рассмотрение проводим в пренебрежении интегралом столкновений. Запишем исходные уравнения в виде

$$(\omega I - e)g^{<} + \frac{1}{2}\left[\omega I - e,\ g^{<}\right]_n = 0, \qquad (I)$$

$$g^{<}(\omega I - e) + \frac{1}{2}\left[g^{<},\ \omega I - e\right]_n = 0, \qquad (2)$$

где

$$e = e(\hat{p}\omega;\ \hat{R}T) = \varepsilon(\hat{p};\ \hat{R}T) + \tilde{\sigma}(\hat{p}\omega;\ \hat{R}T), \qquad (3)$$

а остальные обозначения совпадают с принятыми в /5/. Уравнения (I) и (2) получаются так же, как и (26) из /5/, только преобразованиям подвергается каждое из уравнений для функций Грина, а не разности сопряженных уравнений. Бесстолкновительная часть (26) из /5/ получится, если из (I) вычесть (2) и использовать обозначения (25) из /5/.

Введем обозначения

$$g^{<} = \frac{1}{2} g_0 I + (\vec{s}\cdot\vec{g}), \tag{4}$$

$$e = e_1 I + 2(\vec{s}\cdot\vec{e}_2), \tag{5}$$

где

$$s_x = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix},\ s_y = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}0 & -i\\ i & 0\end{pmatrix},\ s_z = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}.$$

Подставляем (4) и (5) в уравнения (I) и (2) и составляем сумму и разность этих уравнений. После некоторых преобразований получим:

$$(\omega - e_1)g_0 - (\vec{e}_2\cdot\vec{g}) = 0, \tag{6}$$

$$[\omega - e_1,\ g_0]_n - [e_{2\alpha},\ g_\alpha]_n = 0, \tag{7}$$

$$(\omega - e_1)g_\alpha - e_{2\alpha}g_0 + \frac{1}{2}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}[e_{2\beta},\ g_\gamma]_n = 0, \tag{8}$$

$$[\omega - e_1,\ \vec{g}]_n - [\vec{e}_2,\ g_0]_n - 2[\vec{e}_2\times\vec{g}] = 0. \tag{9}$$

В этих уравнениях греческие индексы нумеруют декартовы составляющие соответствующих векторов, по дважды повторяющимся индексам подразумевается суммирование; $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$ - антисимметричный символ Леви-Чивита.

Уравнения (6) - (9) эквивалентны обобщенным квантовым кинетическим уравнениям (26) из /5/. С помощью (6) - (9) можно получить кинетические уравнения феноменологической теории - уравнения (I.9), (I.I2) и (I.I3) работы /3/.

Прежде всего, отметим, что для бесспиновых частиц кинетическое уравнение феноменологической теории справедливо при любых, сколь угодно сильных, но медленно меняющихся в пространстве и во времени магнитных полях /6/. Этот же результат справедлив и для частиц со спином, если только взаимодействие между электронами учитывается не выше, чем в хартри-фоковском приближении. В этом случае, как видно из выражений (23) работы /5/, e не зависит от ω: $e = e(\vec{p};\ \vec{R}T)$; поэтому интегрируя уравнение (26) работы /5/

по ω и переходя от канонического импульса к кинетическому, немедленно получим уравнение (I.9) работы /3/.

Рассмотрим частицы со спином при точном учете межэлектронного взаимодействия. Из уравнения (8), пренебрегая последним членом, находим

$$\vec{g} = \frac{\vec{e}_2}{\omega - e_1} g_0. \qquad (10)$$

Подставляя (10) в (6), получаем

$$g_0 \left[(\omega - e_1)^2 - |\vec{e}_2|^2 \right] = 0. \qquad (11)$$

Отсюда единственный вид g_0, обеспечивающий правильный предельный переход при стремлении напряженности магнитного поля к нулю, есть

$$g_0(\vec{p}\omega;\ \vec{R}T) = n_\uparrow(\vec{p}\omega;\ \vec{R}T)\delta(\omega - e_\uparrow) + n_\downarrow(\vec{p}\omega;\vec{R}T)\delta(\omega - e_\downarrow), \qquad (12)$$

где

$$e_\uparrow = e_1 - |\vec{e}_2|,\quad e_\downarrow = e_1 + |\vec{e}_2|.$$

Используя (8) и (12), убеждаемся, что $\vec{g}$ можно записать в виде:

$$\vec{g}(\vec{p}\omega;\ \vec{R}T) = \vec{n}_\uparrow(\vec{p}\omega;\ \vec{R}T)\delta(\omega - e_\uparrow) + \vec{n}_\downarrow(\vec{p}\omega;\ \vec{R}T)\delta(\omega - e_\downarrow). \qquad (14)$$

Учет последнего члена в (8) при получении выражения (10) даст при подстановке выражений для g_0 и $\vec{g}$ в уравнения (7) и (9) члены порядка вторых производных, которые нужно отбросить, поскольку вся излагаемая теория справедлива только с точностью до первых производных от всех величин. Поэтому в приближении медленно меняющихся возмущений выражения (12) и (14) справедливы для любых магнитных полей.

Для получения кинетических уравнений подставляем (12) и (14) в уравнения (7) и (9), раскрываем обобщенные скобки Пуассона и интегрируем по ω. После весьма длинных преобразований уравнения (I.12) и (I.13) работы /3/ для функции распределения частиц в фазовом пространстве и векторной функции спиновой плотности в фазовом пространстве получаются после перехода к кинетическому импульсу при выполнении следующих предположений:

1. $\vec{e}_2$ не зависит от ω: $\vec{e}_2 = \vec{e}_2(\vec{p};\ \vec{R}T)$. Это предположение означает, что не зависящая от спинов (в смысле разложения (5))

часть взаимодействия между электронами учитывается точно, а зависящая от спинов - в приближении Хартри-Фока.

2. Возникающий при выводе перенормировочный множитель z считается постоянным

$$z = \left(1 \left.\frac{\partial e_1}{\partial \omega}\right|_{\omega=\varepsilon_1+U}\right)^{-1}, \tag{I5}$$

где ε_1 - корень уравнения

$$\varepsilon_1 + U = e_1(\vec{p}\omega;\ \vec{R}T)\Big|_{\omega=\varepsilon_1+U}. \tag{I6}$$

Это предположение является естественным в рамках теории, справедливой с точностью до первых производных от всех величин. Выполнение этого условия ограничивает величину магнитного поля так, чтобы спиновое расщепление уровней энергии электрона было много меньше химического потенциала системы μ:

$$|\vec{e}_2|/\mu \ll 1. \tag{I7}$$

В получающихся кинетических уравнениях роль ε_1 (в обозначениях работы /3/) играет величина, определяемая уравнением (I6), а $\vec{\varepsilon}_2$ определяется соотношением

$$\vec{\varepsilon}_2 = z\vec{e}_2. \tag{I8}$$

Из формул (I5) и (I8) видно, что хотя $\vec{e}_2$ берется в хартри-фоковском приближении и может быть вычислена явно, точный учет не зависящий от спинов части взаимодействия приводит к появлению перенормировочного множителя z перед $\vec{e}_2$, так что величина $\vec{\varepsilon}_2$ уже не может быть вычислена явно при отсутствии малого параметра и должна объявляться феноменологическим параметром теории в точном соответствии с (2.8) работы /3/.

Отметим, что в выводимом уравнении отличается знак перед одним из членов по сравнению с уравнением (I.I3) работы /3/. Это объясняется различием в определении матрицы плотности (ср. формулы (5I.I) из /7/, (4) из /5/ и (I0.I) из /8/).

Выражаем искреннюю благодарность В. П. Силину за интерес к работе и ценные советы.

Поступила в редакцию
25 января I974 г.

Литература

1. Л. Д. Ландау. ЖЭТФ, 30, 1058 (1956).
2. В. П. Силин. ЖЭТФ, 33, 495 (1957); 35, 1243 (1958). ФММ, 29, 681 (1970).
3. В. П. Силин. Дополнение к книге А. И. Ахиезера, В. Г. Барьяхтара, С. В. Пелетминского " Спиновые волны". Наука, М., 1967 г.
4. С. Б. Анохин, А. С. Кондратьев. ЖЭТФ, 55, 1356 (1968).
5. А. С. Кондратьев, А. Е. Кучма. ТМФ, 17, 241 (1973).
6. А. С. Кондратьев, А. Е. Кучма. ФММ, 32, 29 (1971).
7. В. П. Силин. Введение в кинетическую теорию газов. Наука, М., 1971 г.
8. К. П. Гуров. Основания кинетической теории. Наука, М., 1966 г.