*Краткие сообщения по физике № 1-1991 г.*

УДК 534.222

# АМПЛИТУДНЫЕ ИСКАЖЕНИЯ ПРИ ОБРАЩЕНИИ ГАУССОВА ПУЧКА ЗВУКОВЫХ ВОЛН

А.П. Брысев, В.Н. Стрельцов

*Рассмотрено параметрическое обращение волнового фронта гауссова пучка в слое вещества, толщина которого немного превышает критическое значение. Определены амплитудные искажения обращенного пучка на выходе слоя.*

Принципиальным вопросом в проблеме обращения волнового фронта (ОВФ) пучков в оптике и акустике является качество обращения. Одним из наиболее привлекательных механизмов обращения служит параметрическая генерация обратной волны при модуляции фазовой скорости волн с двойной частотой. В отличие от оптики, где подобная модуляция может быть осуществлена лишь за счет четырехволнового взаимодействия (4ВВ), в акустике периодическое изменение скорости звука с двойной частотой может быть достигнуто с помощью внешних неакустических воздействий. Последнее обстоятельство существенным образом влияет на качество обращения. При 4ВВ в оптике определяющим фактором в искажении обращенной волны является пространственная неоднородность модуляции, возникающая вследствие геометрической поперечной неоднородности накачки и в результате искажений волн из-за кубической нелинейности. В акустике использование внешних полей позволяет достигнуть высокой степени пространственной однородности модуляции. Вследствие этого, в параболическом приближении для обращенной волны имеет место идеальное воспроизведение амплитудно-фазовой структуры падающей волны. Искажения возникают лишь при учете непараболических поправок.

В настоящей работе рассмотрены искажения ОВФ при учете непараболических и временных поправок к укороченным уравнениям, описывающим параметрическое взаимодействие падающей и отраженной волн в ОВФ слое при небольших надкритических значениях его эффективной толщины. Решение строится разложением фурье-образов амплитуд падающей и встречной волн (по поперечным координатам) в ряд по степеням безразмерного параметра $\mu = \Delta c/2c$ - глубины модуляции скорости звука c. Показано, что в нестационарном режиме обращенный пучок сохраняет гауссову форму, испытывая дефокусировку. Параметр перетяжки обращенного пучка на выходе слоя растет со временем.

Пусть на бесконечный по поперечным координатам x, y слой толщины $\ell$ падает вдоль продольной оси z ($0 \leqslant z \leqslant \ell$) прямоугольный звуковой импульс $U^{+}(\mathbf{r}, t)$ длительностью $\tau$, несущей частотой $\omega$ и волновым вектором $\mathbf{k}$. Поперечное амплитудное распределение пучка на входе среды считаем гауссовым: $U^{+}(r_\perp, z = 0) = U_0 \exp(- r_\perp^2/a^2)$. Скорость звука в слое при $t \geqslant 0$ модулирована с двойной звуковой частотой: $c = c_0(1 + 2\mu \cos 2\omega t)$, $\mu \ll 1$. Распространение падающего звукового импульса сопровождается генерацией встречной волны $U^{-}(\mathbf{r}, t)$, с той же несущей частотой $\omega$ и волновым вектором $-\mathbf{k}$. Уравнения для медленных огибающих $U^{\pm}(\mathbf{r}, t)$ встречных волн имеют вид:

$$\left(\frac{1}{2ik}\Delta_\perp + \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{2ik}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right)U^{+*} = -\left(i\mu k + 2\mu\frac{\partial}{\partial z}\right) U^{-},$$

$$\left(\frac{1}{2ik}\Delta_\perp + \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{2ik}\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right)U^{-} = -\left(i\mu k + 2\mu\frac{\partial}{\partial z}\right) U^{+*}. \qquad (1)$$

Здесь опущены члены, пропорциональные $\partial^2 U^{\pm}/\partial t^2$, что оправдано при малых инкрементах неустойчивости, а также члены, пропорциональные $(\mu/k)\Delta_\perp U^{\pm}$ в предположении, что дифракционная расходимость мала и входная амплитуда волны $U_0$ существенно превышает уровень тепловых шумов в системе. В этих условиях в пренебрежении спонтанными источниками, обращенная волна на выходной плоскости слоя $z = \ell$ отсутствует: $U^{-}(\ell) = 0$.

Выполняя в (1) преобразования Фурье по поперечным координатам $\mathbf{r}_\perp$ и Лапласа по t

$$\tilde{U}^{\pm}(\mathbf{k}_\perp, p) = \int U^{\pm} e^{-pt} e^{-i\mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp} dt\, d\mathbf{r}_\perp,$$

получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений, для которой имеем следующее характеристическое уравнение относительно безразмерного показателя $\Lambda = \lambda/k$:

$$\Lambda^2(1 + \mu\beta) + 2i\Lambda\mu\beta + \mu^2(1 - \beta^2) = \frac{1}{4}\Lambda^4 + i\Lambda^3 + 4\Lambda^2\mu^2 + 4i\Lambda\mu^2, \qquad (2)$$

где $\beta = k_\perp^2/2\mu k^2$. При достаточно широких гауссовых пучках и больших коэффициентах параметрического взаимодействия $\mu \gtrsim 1/k^2a^2$, решение (2) можно искать разложением $\Lambda$ в ряд по степеням $\mu$. С точностью до членов $\sim \mu^2$ получаем: $\Lambda_{1,2} = \pm\, i\mu(1 \mp \beta) + (i/2)\mu^2(3 \mp 2\beta - \beta^2)$. С учетом граничных условий для $\tilde{U}^-(k_\perp, p, z=0)$ - фурье-образа выходной амплитуды обращенной волны имеем:

$$\tilde{U}^-(k_\perp, p, z=0) = \pi\mu a^2 U_0^* e^{-k_\perp^2 a^2/4}(1 - e^{-p\tau})(i + 2\Lambda_1)(i + 2\Lambda_2)(1 - e^{k\ell(\Lambda_2 - \Lambda_1)})/p\Delta, \tag{3}$$

где $\Delta = (\mu - ip/kc - 4\mu^2\beta) - (-\mu - ip/kc + 4\mu^2\beta)\exp[-2i\mu k\ell(1-\mu\beta)]$.

Обратное преобразование Лапласа $\tilde{U}^-$ для моментов времени $t > 2\ell/c$ можно провести с помощью теории вычетов. Простые полюса подынтегральной функции определяются из решения трансцендентного уравнения $\Delta = 0$. Соответствующее уравнение для одномерного случая ($k_\perp = 0$) исследовано в работах /1-3/. При $\mu k\ell > \pi/2$ уравнение имеет корни с положительной действительной частью, что отвечает абсолютной неустойчивости в системе, причем в промежутке $\pi/2 < \mu k\ell < 3\pi/2$ такой корень единственный.

Пусть толщина образца ненамного превосходит критическую: $\mu k\ell = \pi/2 + \epsilon$, $\epsilon^2 < \mu$. Тогда, пренебрегая вкладом затухающих во времени слагаемых, для фурье-образа $\tilde{U}^-(k_\perp, t, z=0)$ находим:

$$\tilde{U}^-(k_\perp, t, z=0) = -i\mu\pi a^2 U_0^* e^{-k_\perp^2 a^2/4}[1 - (2 - i\pi/4)k_\perp^2/k^2]\exp[\mu kc(\epsilon - \pi k_\perp^2/4k^2)t\times$$

$$\times [1 - \exp[\mu kc(\epsilon - \pi k_\perp^2/4k^2))\tau]/\mu(\epsilon - \pi k_\perp^2/4k^2). \tag{4}$$

Видно, что усиление для данной пространственной фурье-компоненты падает с увеличением $k_\perp$. В реальных условиях усиление входного импульса на его длине невелико: $\epsilon kc\tau \ll 1$. Поэтому можно разложить в (4) соответствующую экспоненту в ряд. Тогда после обратного преобразования Фурье для амплитуды обращенной волны на выходе имеем:

$$U^-(r_\perp, t, z=0) = -iU_0^* \mu kc\tau e^{\mu kc\epsilon t} e^{-r_\perp^2/\tilde{a}^2}\left[1 + \frac{2i\pi - 8}{k^2a^2}\left(1 - \frac{r_\perp^2}{\tilde{a}^2}\right)\left(\frac{a}{\tilde{a}}\right)^2\right], \tag{5}$$

где $\tilde{a}^2 = a^2(1 + \pi\mu kct/k^2a^2)$.

Из (5) следует, что обращенная волна сохраняет гауссов профиль, но характерный радиус перетяжки монотонно возрастает во времени. Скорость роста определяется значением дифракционного параметра $1/ka$ и коэффициентом модуляции $\mu$, но не зависит от инкремента неустойчивости. Уровень сигнала пропорционален длительности входного импульса. Внутри гауссова контура обращенной волны возникают дополнительные (изменяющиеся во времени) полиномиальные искажения второго порядка малости по дифракционному параметру.

В стационарном режиме картина искажений может быть иной. При толщине слоя близкой к критической внутри пространственного спектра падающего пучка возникает резкая зависимость амплитуд фурье-компонент обращенной волны от их угла наклона. Вследствие этого можно ожидать сильной деформации амплитудно-фазового профиля обращенной волны.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Kroll N.M. J.Appl. Phys., **36**, 34 (1965).
2. Bobroff D.L., Hays H.A. J. Appl. Phys., **38**, 390 (1967).
3. Горбунов Л.М. ЖЭТФ, **62**, 2141 (1972).



Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 20 сентября 1990 г.