

О ВЛИЯНИИ ИНДУЦИРОВАННОГО РАССЕЯНИЯ НА ГЕНЕРАЦИЮ ТОКОВ УВЛЕЧЕНИЯ

С.И. Попель, В.Н. Цытович

В задаче о токах увлечения в плазме наряду с радиационно-резонансными взаимодействиями учтены эффекты индуцированного рассеяния. Показано, что они существенно влияют на спектр нижнегибридных волн в плазме. С учетом этого получено выражение для темпа генерации переносящих ток быстрых частиц.

Одним из наиболее успешных подтвержденных в экспериментах методов поддержания стационарного тока в токамаке является генерация нижнегибридными (НГ) волнами токов увлечения /1/, обусловленных передачей импульса от инжектируемых в плазму НГ волн электронам плазмы. В /2, 3/ указано, что при описании токов увлечения существенными являются радиационно-резонансные взаимодействия (РРВ). Учет РРВ объясняет уменьшение наименьшего значения фазовой скорости вдоль магнитного поля ω/q_{\parallel} НГ волн до значения $\approx 4,5 v_{Te}$ (где q_{\parallel} — проекция волнового вектора q на направление магнитного поля, ω — частота волны, v_{Te} — тепловая скорость электронов плазмы) и дает величины стационарного тока увлечения, времени его установления и эффективности его генерации, соответствующие данным экспериментов. В /4/ показано, что к уменьшению наименьшего значения $|\omega/q_{\parallel}|$ могут также приводить эффекты индуцированного рассеяния НГ волн на ионах. Целью данного сообщения является учет эффектов индуцированного рассеяния наряду с эффектами РРВ в задаче о токах увлечения.

Пусть в однородную плазму с концентрацией n , находящуюся в постоянном внешнем магнитном поле H , инжектируют НГ волны, распространяющиеся под углами $\theta \in (\theta_0 - \Delta\theta_0, \theta_0 + \Delta\theta_0)$ к магнитному полю ($\cos \theta \equiv q_{\parallel}/|q| > 0$) с фазовыми скоростями $\omega/q_{\parallel} \in (v_1(0), v_2(0))$. Предполагается, что $(m/M)^{1/2} \ll \cos \theta_0 \ll 1$; $\cos \theta_0 - \Delta\theta_0 \gtrsim (m/M)^{1/2}$, $v_1(0) \gg v_{Te}$; $\omega_{He} \gtrsim \omega_{pe} \gg \omega_q$; где m, M — массы электрона и иона, $\omega_q = \omega_{pi} [(M/m)\cos^2\theta + 1]^{1/2} (1 + \omega_{pe}^2/\omega_{He}^2)^{-1}$; $\omega_{He} = |eH|/mc$; $\omega_{pe} = (4\pi n e^2/m)^{1/2}$; $\omega_{pi} = \omega_{pe} \sqrt{m/M}$; c — скорость света, e — заряд электрона. Уравнение, определяющее динамику спектра НГ волн W_q ($W = \int W_q dq$ — плотность энергии НГ волн) с учетом

квазилинейных эффектов и эффектов, вызванных РРВ и индуцированным рассеянием, имеет вид:

$$\partial W_q / \partial t = 2 (\gamma_q^L + \gamma_q^R + \gamma_q^{nl(e)} + \gamma_q^{nl(i)}) W_q + P_q, \quad (1)$$

где γ_q^L , γ_q^R , $\gamma_q^{nl(e)}$, $\gamma_q^{nl(i)}$ описывают соответственно затухание Ландау, РРВ и индуцированное рассеяние НГ волн на электронах и ионах (выражения для γ_q^L , γ_q^R приведены в /2/); P_q описывает инжекцию НГ волн в плазму (P_q отлично от нуля лишь при $\theta_0 - \Delta\theta_0 \leq \arccos(q_{||}/|q|) \leq \theta_0 + \Delta\theta_0$, $v_1(0) \leq \omega_q/q_{||} \leq v_2(0)$). Считаем, что ионы плазмы немагнитичены, а электроны замагнитичены, так как в условиях экспериментов по генерации токов увлечения обычно выполнены соотношения: $\omega_{He} \sim \omega_{pe} \gg \omega_q \gg \omega_{Hi}$; $q_{\perp} v_{Ti} / \omega_{Hi} \sim (v_{Te}/v_{ph})(T_i/T_e)^{1/2} (M/m)^{1/2} \gg 1$; $q_{\perp} v_{Te} / \omega_{He} \sim (\omega_{pe}/\omega_{He})(v_{Te}/v_{ph}) \ll \ll 1$, где $q_{\perp} \equiv \sqrt{q^2 - q_{||}^2}$; $q = |q|$; $\omega_{Hi} = |eH|/Mc$; v_{ph} — характерная фазовая скорость НГ волн; T_i , T_e — ионная и электронная температуры плазмы; $v_{Ti} = \sqrt{T_i/M}$. Значение $\gamma_q^{nl(i)}$ получаем из соотношений (2.238), (4.259), (4.5) из /5/. Для нахождения $\gamma_q^{nl(e)}$ используем выражение (2.200) из /5/, в которое входит вероятность рассеяния на электронах $w_p^{l,l}(q, q', \nu)$. Ее вычисление проводим при $\nu = 0$ (в случае $\omega_{He} \gg \omega_{pe}$ для НГ волн циклотронное рассеяние с $\nu \neq 0$ мало):

$$w_p^{l,l}(q, q', 0) \approx \frac{(2\pi/n^2) (\omega_{pe}/\omega_{He})^4 \delta(\omega_q - \omega_{q'} - (q_{||} - q'_{||})(v, h))}{(\omega_q)^2 (\partial\epsilon(\omega, q)/\partial\omega)|_{\omega=\omega_q} (\partial\epsilon(\omega', q')/\partial\omega')|_{\omega'=\omega_q}} \times \quad (2)$$

$$\times \left| \frac{\epsilon^{(i)}(\omega_q - \omega_{q'}, q - q')}{\epsilon(\omega_q - \omega_{q'}, q - q')} \right|^2 \left[\omega_{He}^2 \frac{([q, q'], h)^2}{(qq')^2} + \left(\frac{\omega_{He}^2}{\omega_q} \frac{q_{||} q'_{||}}{qq'} - \omega_q \frac{(q, q')}{qq'} \right)^2 \right],$$

где $h = H/|H|$, $\epsilon(\omega, q)$ — диэлектрическая проницаемость плазмы, $\epsilon^{(i)}(\omega, q)$ — ионный вклад в $\epsilon(\omega, q)$.

Выражения для $\gamma_q^{nl(e)}$, $\gamma_q^{nl(i)}$ обладают следующими свойствами: 1) значение $\gamma_q^{nl} \equiv \gamma_q^{nl(e)} + \gamma_q^{nl(i)}$ одинаково для противоположных по знаку значений $q_{||}$, следовательно, индуцированное рассеяние приводит к симметризации спектра НГ волн по значениям $q_{||}$; 2) индуцированное рассеяние приводит к уменьшению частоты НГ волн в спектре, т.е. НГ волны перекачиваются в область

меньших $|\cos \theta|$.

Найдем время, за которое происходит перекачка НГ волн в область $|\cos \theta| \sim \sqrt{m/M}$. Так как ширина спектра инжектируемых НГ волн велика ($2\Delta\theta_0 \gg (m/M)^{1/2}(v_{Te}/v_{ph})$), выражения для $\gamma_q^{nl(i)}$, $\gamma_q^{nl(e)}$ можно преобразовать к виду (предполагается, что $W_q = W(\cos \theta, q_{\perp})$; $(\omega_{He}^2/\omega_{pe}^2)\cos^2\theta_0 \ll 1$; $\sqrt{m/M} \ll \cos \theta \ll 1$):

$$\begin{aligned} \gamma_q^{nl(i)} &\approx \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_{He}}\right)^2 \left(1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{He}^2}\right)^{-1/2} \left(\frac{T_i}{T_i + T_e}\right)^2 \frac{\pi^2}{4nM\omega_{pe}|\cos \theta|} \int dq'_{\perp} q'_{\perp}{}^2 \times \\ &\times (q_{\perp}^2 + q'_{\perp}{}^2) \left(\frac{\partial W^+}{\partial |\cos \theta|}(|\cos \theta|, q'_{\perp}) + \frac{\partial W^-}{\partial |\cos \theta|}(-|\cos \theta|, q'_{\perp})\right); \quad (3) \\ \gamma_q^{nl(e)} &\sim (T_e/T_i)^2 (m/M)^{1/2} \gamma_q^{nl(i)} / |\cos \theta|, \end{aligned}$$

где W_q^+ ; W_q^- - спектры волн, распространяющихся соответственно в положительном ($\cos \theta > 0$) и отрицательном ($\cos \theta < 0$) направлениях; $W_q = W_q^+ + W_q^-$. Обычно в экспериментах $T_e/T_i \approx 2-5$, а $\cos \theta_0$ превышает значение $\sqrt{m/M}$ в несколько раз, поэтому при описании эффектов индуцированного рассеяния необходимо учитывать индуцированное рассеяние и на ионах и на электронах. За счет индуцированного рассеяния НГ волны перекачиваются в область $|\cos \theta_0| \sim$

$\sqrt{m/M}$ за время: $t_0 \sim \frac{\omega_{pe}^{-1}(\omega_{He}/\omega_{pe})^2(1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{He}^2})^{3/2}(T_e + T_i)^2 T_i^{-2} (\tilde{v}_{ph}/v_{Te})^2 (nT_e/W)\cos^3\theta_0 (M/m) [(T_e/T_i)^2 (m/M)^{1/2}/\cos \theta_0 + 1]^{-1}}$, где \tilde{v}_{ph} - наименьшее значение $|\omega/q_{\parallel}|$ в спектре НГ волн. В случае $2\Delta\theta_0 \ll (m/M)^{1/2}(v_{Te}/v_{ph})$ за время $t \sim t_0(v_{Te}/\tilde{v}_{ph})^2 (m/M)\cos^{-2}\theta_0 \ll t_0$ ширина спектра НГ волн по $\cos \theta$ за счет индуцированного рассеяния

достигает значения $\Delta\cos \theta \gtrsim \sqrt{m/M} (v_{Te}/v_{ph})$, поэтому и в этом случае время перекачки НГ волн в область $|\cos \theta| \sim \sqrt{m/M}$ имеет порядок t_0 .

В выражение для t_0 входит $\tilde{v}_{ph} = |\omega/q_{\parallel}|_{\min}$ - наименьшая фазовая скорость в спектре НГ волн.

Согласно /3/, к уменьшению $|\omega/q_{\parallel}|_{\min}$ до значения $\approx v_{Te} (2\ln[(\sqrt{2\pi}/\alpha)(c/v_{Te})])^{1/2}$, где $\alpha = e^2/\hbar c \approx$

1/137, приводят эффекты, вызванные РРВ. К уменьшению \tilde{v}_{ph} приводит также и индуцированное рассеяние. Если не учитывать РРВ, то $|\omega/q_{||}|_{min}$ можно получить из соотношения $\gamma_q^L + \gamma_q^{nL} = 0$, считая, что при $|v| \leq \tilde{v}_{ph}$ функция распределения электронов -- максвелловская. Полученное так

значение \tilde{v}_{ph} превышает $v_{Te} (2 \ln [(\sqrt{2\pi}/\alpha)(c/v_{Te})])^{1/2}$, если выполнено соотношение:

$$(2 \ln [(\sqrt{2\pi}/\alpha)(c/v_{Te})])^{5/2} (\alpha/\sqrt{2\pi}) (v_{Te}/c) \gg \omega_{pe}^2 (\omega_{pe}^2 + \omega_{He}^2)^{-1} T_i^2 (T_e + T_i)^{-2} (W/nT_e) (m/M) (\cos \theta_0)^{-4} [(T_e/T_i)^2 (m/M)^{1/2} (\cos \theta_0)^{-1} + 1].$$

Это неравенство обычно выполнено в экспериментах. Так для $W/nT_e = 10^{-4}$ и данных эксперимента /6/: $T_e = (200-300)$ эВ, $n = (2-8) \cdot 10^{12}$ см $^{-3}$, $|H| = 1,3$ Тл;

$\cos \theta_0 = (2,37-4,36) \sqrt{m/M}$; $M \approx 1836$ m; $T_i \lesssim T_e$, левая часть этого неравенства приблизительно равна 0,1, а правая -- не превышает 10^{-3} . Таким образом, эффекты РРВ обычно приводят к более существенному уменьшению значения $|\omega/q_{||}|_{min}$, чем индуцированное рассеяние.

Оценка t_0 при $W/nT_e = 10^{-4}$, данных /6/ и $\tilde{v}_{ph} \sim v_{ph} \approx c/5,5$ дает $t_0 \sim 5 \cdot 10^{-5}$ с. Характерные времена РРВ и вклада индуцированного рассеяния в РРВ /2/ при этих же данных имеют соответственно порядок: $t_r \sim (\gamma_q^R)^{-1} \sim 10^{-6}$ с, $t_r^{sc} \sim 3 \cdot 10^{-4}$ с, т.е. $t_r \ll t_0 \ll t_r^{sc}$. Следовательно, эффекты индуцированного рассеяния необходимо учитывать при описании токов увлечения наряду с эффектами, вызванными РРВ и вкладом индуцированного рассеяния в РРВ.

Хотя эффекты индуцированного рассеяния стремятся симметризовать спектр НГ волн, он остается асимметричным по значениям $q_{||}$. Это обусловлено накачкой НГ волн, распространяющихся в положительном направлении ($\cos \theta > 0$). Асимметрия спектра имеет порядок: $W_q^a \equiv W_q^+ - W_q^- \sim P_q (\gamma_q^{nL})^{-1}$, благодаря ней происходит изменение функции распределения электронов в области надтепловых скоростей и возникает ток в плазме. Однако воздействие эффектов индуцированного рассеяния на электронную функцию распределения не существенно для скоростей электронов $\sim v_{ph}$. Эффекты, обусловленные вкладом РРВ в индуцированное рассеяние /2/, более сильно воздействуют на электронную функцию распределения, чем эффекты индуцированного рассеяния, для импульсов электронов, подчиняющихся неравенству $\partial \Phi_p(0)/\partial p > -\alpha n / (2\pi m^2 c^2)$, где $p \equiv p_{||} = (p, \mathbf{h})$, $\Phi_p(t)$ -- одномерная функция распределения электронов в момент времени t ($\int \Phi_p(t) dp = n$), $t = 0$ -- момент начала инжекции НГ волн в плазму. Последнее неравенство при $p \sim mv_{ph}$ обычно выполнено в условиях экспериментов по генерации токов увлечения НГ волнами /2/. Однако симметризация спектра НГ волн за счет индуцированного рассеяния существенна, поскольку в выражение для источника Q_p быстрых частиц (слагаемого в

правой части уравнения для $\partial\Phi/\partial t$), обусловленного вкладом индуцированного рассеяния в РРВ, входит лишь асимметричная часть спектра волн $W^a = \int W_q^a dq$. Выражение для Q_p при $mv_{Te} \ll p \ll mc$; $\sqrt{m/M} \approx \cos \theta_0 \ll 1$ имеет вид /2, 3/: $Q_p \sim Q \text{ sign } p = (n\omega_{pe}/mc)(\alpha v_{Te}/c)(\omega_{pe}/\omega_{He})^2 [1 + (\omega_{pe}/\omega_{He})^2]^{-3/2} (W^a/nT_e)^2 (\cos \theta_0)^{-1} \text{ sign } p$. Вычисление W^a и его подстановка в выражение для Q_p приводят к соотношению:

$$Q \sim \frac{P(\Delta\theta_0)^2 M \alpha v_{Te}}{m^2 c^2 T_e} \left(\frac{v_{ph}}{v_{Te}} \right)^2 \left(\frac{T_e + T_i}{T_i} \right)^2 \left[1 + \left(\frac{T_e}{T_i} \right)^2 \left(\frac{m}{M} \right)^{1/2} \frac{1}{\cos \theta_0} \right]^{-1}, \quad (4)$$

где $P = \int P_q dq$ - инжектируемая в единицу объема плазмы мощность НГ волн. Значение Q , согласно /2/, определяет скорость нарастания тока в плазме: $dI/dt \sim \pi a^2 |e| mc^2 Q$, где a - малый радиус камеры токамака. Оценка значения dI/dt для $\Delta\theta_0 \approx 0,3\sqrt{m/M}$ и данных /6/ при $P_{вч} = 40$ кВт, $a = 10$ см, $R = 40$ см, где R - большой радиус камеры токамака, $P_{вч}$ - вводимая в плазму ВЧ-мощность (полагая $P \sim P_{вч}/(2\pi^2 a^2 R)$) приводит к $dI/dt \sim 5 \cdot 10^7$ А/с, что по порядку величины совпадает с полученным в эксперименте /6/ значением $1,5 \cdot 10^7$ А/с.

Итак, индуцированное рассеяние приводит к изменению спектра НГ волн в плазме и благодаря этому оказывает существенное влияние на скорость генерации быстрых частиц, переносящих ток. Полученное значение скорости нарастания тока согласуется с экспериментальными данными.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. F i s c h N.J. Rev. Mod. Phys., **59**, 175 (1987).
2. Попель С.И., Цытович В.Н. Физика плазмы, **16**, 306 (1990).
3. Попель С.И., Цытович В.Н. Краткие сообщения по физике ФИАН, №1, 18 (1990).
4. R u b e n c h i k A.M., S h a p i r o I.Ya. Preprint № 412, Institute of Automation and Electrometry, Novosibirsk, 1988.
5. Цытович В.Н. Теория турбулентной плазмы, М., Атомиздат, 1971.
6. Б а д а л е ц Я. и др. Физика плазмы, **14**, 395 (1988).