

УДК 533.95

ГОФРИРОВОЧНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ УДАРНЫХ ВОЛН РАЗРЕЖЕНИЯ И ГЕНЕРАЦИЯ ФИЛАМЕНТОВ В ПЛАЗМЕННОМ ФОКУСЕ

С. П. Цыбенко, А. Е. Гурей

Исследуется гофрировочная неустойчивость ударных волн разрежения (УВР) в простой модели плазмы с лондоновским током. Рассмотрена генерация филаментов в плазменном фокусе (ПФ), связанная с гофрировочной неустойчивостью УВР. Для получения оптимальной структуры филаментов токовой оболочки ПФ предложено использовать специальные металлические вставки у изолятора.

Ключевые слова: ударная волна разрежения, гофрировочная неустойчивость, филамент, лондоновский ток, плазменный фокус.

Введение. Важной особенностью разряда в ПФ являются процессы генерации и динамики токовых филаментов, которые оказывают значительное влияние на параметры плазмы и ее излучательные характеристики [1]. Хотя движущиеся филаменты наблюдались еще в ранних экспериментах [2], теоретическое описание сверхзвуковых, дозвуковых и стационарных филаментов было получено недавно в простой модели плазмы с лондоновским током [3]. В этой же модели было найдено решение для УВР [4]. Модифицированная модель с лондоновским током для лазерной плазмы также обладает решением для УВР [5]. В ударных волнах сжатия в гидродинамике жидкости и плазмы развивается гофрировочная неустойчивость [6, 7], которая проявляет себя также в солнечной короне [8] и в ферромагнетиках [9]. Ниже исследуется гофрировочная неустойчивость УВР в простой модели плазмы с лондоновским током и обсуждается генерация филаментов в ПФ, связанная с этой неустойчивостью.

Основные соотношения. Основу разрабатываемой теории составляют бездиссипативные уравнения двухжидкостной гидродинамики плазмы, следующие из вариационных принципов [4]. Эти уравнения использовались, например, в теории сверхпроводимости Лондона [10], в которой установлено соотношение для лондоновского тока

ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: tsybenkosp@lebedev.ru.

$\mathbf{j} = -e^2 n_e \mathbf{A} / m_e c$, где n_e – концентрация электронов, \mathbf{A} – векторный потенциал электромагнитного поля. Если гидродинамическая скорость плазмы много меньше токовой скорости, можно перейти от уравнений двухжидкостной гидродинамики плазмы к одножидкостной модели квазинейтральной полностью ионизованной плазмы, названной простой моделью плазмы с лондоновским током [4]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho v) = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla)v = -\frac{\nabla P}{\rho} - \frac{K_0}{8\pi} \nabla \mathbf{A}^2, \quad \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = -K_0 \rho \mathbf{A}, \quad (1)$$

где P – давление плазмы, ρ и v – плотность и скорость плазмы. $K_0 = 4\pi Z e^2 / m_e m_i c^2$, $Z e$ и m_i – заряд и масса иона, m_e – масса электрона, c – скорость света в вакууме. Из последнего уравнения системы (1) следует, что при $\mathbf{A} \perp \nabla \rho$ имеем кулоновскую калибровку для \mathbf{A} .

Решение уравнений (1) для УВР представляет собой ток, текущий по поверхности разрыва, который распространяется в сторону плазмы с большей плотностью [4]. Этот ток генерирует магнитное поле по обе стороны разрыва, причем большее магнитное поле генерируется на стороне с большей плотностью плазмы. Магнитное поле, в свою очередь, индуцирует обратные лондоновские токи на обеих сторонах разрыва. УВР сверхзвуковая так же, как и ударная волна сжатия.

Гофрировочная неустойчивость УВР. Рассмотрим плоскую УВР в системе координат, движущейся вместе с разрывом. Можно считать, что плазма движется перпендикулярно поверхности разрыва с обеих его сторон, т.е. скорость плазмы $v_{1,2}$ параллельна \mathbf{n} , где \mathbf{n} – единичная нормаль к поверхности разрыва, а индексы 1 и 2 обозначают невозмущенную скорость на сторонах разрыва. Исследуем периодические возмущения плоской УВР с волновым вектором \mathbf{k} , перпендикулярным к \mathbf{n} , причем берем такие \mathbf{k} , что \mathbf{k} и \mathbf{n} перпендикулярны к направлению тока, текущего по поверхности разрыва, а значит, и к невозмущенному значению \mathbf{A} . Будем искать возмущение скорости плазмы в виде $\delta v = \delta v_t \mathbf{k} / k$, а возмущение векторного потенциала \mathbf{a} примем параллельным \mathbf{A} . При этом возмущение произвольного параметра плазмы или поля является плоской волной, в которой ω – частота возмущения, κ – компонента волнового вектора вдоль \mathbf{n} , а \mathbf{k} – волновой вектор вдоль поверхности разрыва. Далее действуем в рамках подхода, развитого в [11, 12].

Для невозмущенных значений плазмы и поля и для их возмущений на сторонах УВР получим из системы (1) соотношения для непрерывности потока импульса

$$\{P + \rho v_n^2 + B_t^2 / 8\pi\} = 0, \quad \{\delta P + \delta \rho v_n^2 + B_t b_t / 4\pi\} = 0, \quad \{\rho v_n \delta v_t - B_t b_n / 4\pi\} = 0. \quad (2)$$

Фигурными скобками обозначена разность значений параметра на сторонах разрыва, $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ – магнитная индукция, причем $\mathbf{B} = B_t \mathbf{k}/k$. Индексы t и n обозначают тангенциальные и нормальные к разрыву компоненты векторов. Здесь δP и $\delta \rho$ – возмущения давления и плотности плазмы, а b_n и b_t – компоненты возмущения магнитной индукции. Второе уравнение из системы (1) запишем для возмущений плазмы и поля следующим образом

$$\rho \frac{\partial \delta v_t}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\delta P - \frac{B_t \delta b_t}{4\pi} \right) - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\rho v_n \delta v_t - \frac{B_t b_n}{4\pi} \right), \quad (3)$$

где η и ξ – координаты вдоль векторов \mathbf{k} и \mathbf{n} , соответственно.

Для возмущения скорости δv_t используем уравнение $\partial \tau / \partial t + v_n \partial \tau / \partial \xi = \delta v_t$. Параметр τ определяет смещение возмущения плазмы вдоль вектора \mathbf{k} . С помощью выражений (2) преобразуем уравнение (3) к дисперсионному соотношению для гофрировочной неустойчивости УВР

$$\left\{ \omega(\omega - \kappa v_n) \rho + k^2 \left(\frac{7}{3} \rho v_n^2 + \frac{5}{3} U \right) \right\} = 0. \quad (4)$$

Здесь $U = 2\pi \mathbf{j}^2 / \omega_p^2$ – плотность собственной энергии токов, индуцированных на сторонах разрыва, а ω_p – плазменная частота. При выводе соотношения (4) принималось, что давление плазмы P изменяется по адиабатическому закону на сторонах разрыва.

Далее будем рассматривать случай сильной УВР, когда $\rho_1 \gg \rho_2$ и $U_1 \gg U_2$. А также $U_1 \gg \rho_1 v_1^2$, $\rho_2 v_2^2$ и $|\omega| \gg \kappa_1 v_1$. В итоге соотношение (4) примет вид $\omega^2 \rho_1 + 5U_1 k^2 / 3 \approx 0$. Тогда для инкремента гофрировочной неустойчивости сильной УВР запишем выражение $\nu = (5U_1 / 3\rho_1)^{1/2} k$. Из системы (1) также следует, что $\omega^2 \approx -2U_1 \rho_1^{-1} (k^2 + \kappa_1^2) (1 + L^2(k^2 + \kappa_1^2))^{-1}$, где $L = c/\omega_p$ – лондоновская глубина проникновения. Отсюда, используя дисперсионное соотношение для сильной УВР, получим связь между волновыми числами k и κ_1 , которая показана на рис. 1 для безразмерных волновых чисел $kL \rightarrow k$ и $\kappa_1 L \rightarrow K$.

Имея в виду пинчевые разряды, теорию гофрировочной неустойчивости сильной плоской УВР можно применить в случае цилиндрической УВР, учитывая, что $L \ll R$, и рассматривая возмущения с $\kappa_1 L \gtrsim 1$, где R – радиус цилиндрической УВР, определяемый, например, радиусом изолятора.

Мы связываем генерацию токовых филаментов в ПФ с гофрировочной неустойчивостью сильной УВР, причем период формирования филаментов t_F определяется инкрементом гофрировочной неустойчивости ν , а именно $t_F \gtrsim \nu^{-1}$. Оценим период формирования филаментов t_F в ПФ. Для сильной УВР $\nu \gg v_{S1} k$, где v_{S1} – ионно-звуковая

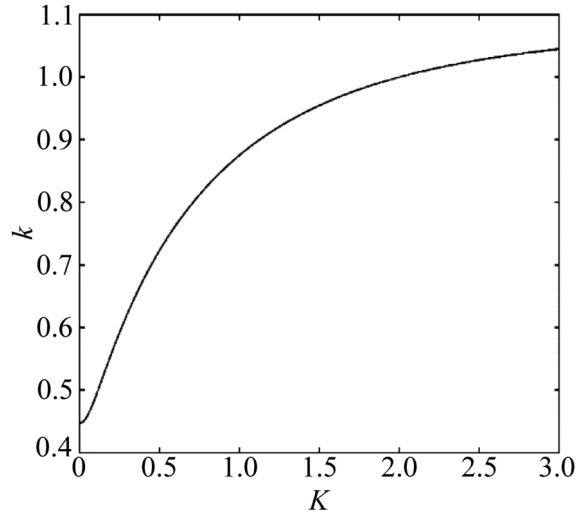


Рис. 1: Безразмерные волновые числа гофрировочной неустойчивости сильной УВР.

скорость в плазме перед УВР. При $k \approx \omega_p/c$ можно записать, что $t_F < c/(\omega_p v_{S1})$. Подставим сюда значения электронной температуры плазмы $T_e \approx 1$ эВ и концентрации $n_e \approx 10^{15}$ см $^{-3}$, что соответствует нескольким процентам ионизации газообразного дейтерия. Тогда $t_F < 100$ нс. Заметим, что для вычисления t_F необходимо развить нелинейную теорию гофрировочной неустойчивости УВР, что, впрочем, выходит за рамки нашего исследования.

Вынужденная филаментация ПФ. В установках ПФ с простой конструкцией используют металлические трубчатые электроды, которые располагаются на одной оси (катод снаружи). Изолятор ПФ имеет форму полого цилиндра с высотой, меньшей высоты электродов, и помещается между электродами также соосно. Поверхность катода загнута к изолятору. В свою очередь, генерация тока в ПФ происходит у боковой цилиндрической поверхности изолятора в результате образования токовой волны, распространяющейся в сторону от изолятора, которая, тем не менее, оставляет почернение как на поверхности изолятора, так и на близлежащих поверхностях электродов [1]. Сильная расходящаяся цилиндрическая УВР обладает свойствами, необходимыми для описания генерации тока в ПФ, в том числе она описывает почернение изолятора и прилегающих к нему поверхностей электродов, так как формирует гиперзвуковые потоки разреженной плазмы, направленные на изолятор и на поверхности электродов. Будучи неустойчивой, сильная УВР порождает сверхзвуковые филаменты, которые устремляются к оси ПФ, взаимодействуют между собой и замедляются, останавливаясь вблизи оси разряда.

Можно добиться вынужденной генерации филаментов в ПФ, если использовать металлические вставки в местах контакта электродов с изолятором [2]. При этом вставки должны иметь зубчатый край для стимуляции гофрировочной неустойчивости с заданным масштабом модуляций, совпадающим с размером зубцов на вставках. Тогда мы способны получить любое число филаментов в токовой оболочке. Однако необходимо определить оптимальное количество филаментов в ПФ, при котором рентгеновское и нейтронное излучения максимальны. Для этого обратим внимание на результаты экспериментов в пинчевых разрядах, где такая задача была решена, а именно в сборках проволочек, используемых в сильноточных генераторах [13, 14]. Там тоже образуются филаменты, названные из-за наблюдаемой геометрии струями. При этом их число пропорционально числу проволочек. Оптимальное число проволочек определяется выражением $N \gtrsim 100R$, где R – радиус массива проволочек в сантиметрах. Для поиска оптимального числа филаментов в ПФ предлагаем использовать также соотношение $N \gtrsim 100R$, где N – число зубцов в металлической вставке, а R – радиус изолятора. Заметим, что для вынужденной филаментации токовой оболочки ПФ можно применять не только металлические вставки, но и выполнять сверление поверхности электродов вдоль линии контакта с изолятором.

Заключение. В работе представлены результаты исследования механизма генерации токовых филаментов в ПФ, связанного с развитием гофрировочной неустойчивости сильной УВР. Для этого использовалась простая модель плазмы с лондоновским током. Показано, что инкремент гофрировочной неустойчивости определяется плотностью собственной энергии токов, индуцированных на стороне сильной УВР с большей плотностью плазмы. Рассматривается возможность вынужденной оптимальной филаментации токовой оболочки ПФ с помощью металлических вставок специальной формы.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] A. Bernard, H. Bruzzone, P. Choi, et al., J. Moscow Phys. Soc. **8**, 93 (1998).
- [2] Н. В. Филиппов, Физика плазмы **9**, 25 (1983).
- [3] V. Ya. Nikulin, S. A. Startsev, and S. P. Tsybenko, IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series **907**, 012024 (2017).
- [4] V. Ya. Nikulin and S. P. Tsybenko, Phys. Scripta **55**, 90 (1997).
- [5] В. Я. Никулин, С. П. Цыбенко, А. Е. Гурей, Краткие сообщения по физике ФИАН **44**(6), 15 (2017).

- [6] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика* (М., Наука, 1988).
- [7] J. W. Bates, *Phys. Rev. E* **91**, 013014 (2015).
- [8] D. Y. Klimushkin, V. M. Nakariakov, P. N. Mager, and O. K. Cheremnykh, *Solar Phys.* **292**, 184 (2017).
- [9] Г. Е. Ходенков, *Письма в ЖТФ* **29**(21), 62 (2003).
- [10] F. London, *Superfluids* (New York, Wiley, 1950).
- [11] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред* (М., Наука, 1992).
- [12] S. P. Tsybenko, *J. Plasma Phys.* **62**, 117 (1999).
- [13] T. W. L. Sanford, G. O. Allshouse, B. M. Marder, et al., *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5063 (1996).
- [14] M. G. Haines, *Plasma Phys. Control. Fusion* **53**, 093001 (2011).

Поступила в редакцию 22 ноября 2018 г.

После доработки 9 апреля 2019 г.

Принята к публикации 10 апреля 2019 г.