УДК 533.951.8

К ТЕОРИИ ГЕНЕРАЦИИ КВАЗИСТАТИЧЕСКИХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ ПРИ ПАДЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА ПОЛУОГРАНИЧЕННУЮ ПЛАЗМУ

Ю. М. Алиев[1], А. А. Фролов[2]

В настоящей работе рассмотрена генерация квазистатических магнитных полей при наклонном падении p-поляризованной электромагнитной волны на полуограниченную плазму, плотность электронов в которой превышает критическое значение. Показано, что появление магнитных полей обусловлено возбуждением нелинейного поверхностного тока на нулевой гармонике волны накачки.

Ключевые слова: квазистатические магнитные поля, p-поляризованное электромагнитное излучение, сверхкритическая плазма, поверхностный ток.

Введение. Интерес к вопросам генерации квазистатических магнитных полей в плазме возник сравнительно давно, еще в середине 60-х годов прошлого столетия, что было связано с исследованиями по проблеме лазерного управляемого термоядерного синтеза (см. обзор [1] и цитированную там литературу). В дальнейшем в связи с быстрым развитием лазерной техники и получением оптических импульсов релятивистской интенсивности исследование магнитных полей в плазме, достигающих мегагауссовых величин, приобрело самостоятельный интерес. В настоящее время экспериментально регистрируются магнитные поля с напряженностью порядка десятка мегагаусс при облучении твердотельных мишеней лазерным излучением с интенсивностью около 10^{17} Вт/см^2 наносекундной длительности [2]. В настоящей работе предложен новый механизм генерации квазистатических магнитных полей, связанный с возбуждением поверхностного тока при наклонном падении p-поляризованной электромагнитной волны накачки на полуограниченную сверхкритическую плазму.

[1] ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: yumaliev@yandex.ru.
[2] ОИВТ РАН, 125412 Россия, Москва, Ижорская ул., 13, стр. 2.

Рассмотрим генерацию квазистатических магнитных полей при падении волны накачки на полуограниченную полностью ионизованную плазму сверхкритической концентрации. Пусть p-поляризованная электромагнитная волна с амплитудой E_0 и частотой ω_0 падает из вакуума под углом α относительно нормали к поверхности плазмы, которая занимает полупространство $z > 0$. Тогда электрическое и магнитное поле такой волны можно представить в следующем виде

$$\mathbf{E}^{\rm inc} = (\mathbf{e}_x \cos\alpha - \mathbf{e}_z \sin\alpha) E_0 \cos\left[\omega_0 t - \frac{\omega_0}{c}(x\cos\alpha + z\sin\alpha)\right],$$

$$\mathbf{B}^{\rm inc} = \mathbf{e}_y E_0 \cos\left[\omega_0 t - \frac{\omega_0}{c}(x\cos\alpha + z\sin\alpha)\right], \tag{1}$$

где c – скорость света, $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ – базисные вектора декартовой системы координат. При описании генерации квазистатических магнитных полей будем использовать систему уравнений Максвелла для электрического $\mathbf{E}$ и магнитного $\mathbf{B}$ поля и уравнения гидродинамики для возмущения N плотности и скорости $\mathbf{V}$ электронов в поле электромагнитной волны

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{B} = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{E} + \frac{4\pi}{c}\mathbf{j},\ \ \mathrm{rot}\,\mathbf{E} = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{B},$$

$$\frac{\partial}{\partial t}N + \mathrm{div}\left(\frac{\mathbf{j}}{e}\right) = 0,\ \ \frac{\partial}{\partial t}\mathbf{V} = \frac{e}{m_e}\mathbf{E} - \frac{1}{2}\nabla\mathbf{V}^2,\ \ \mathbf{j} = e(N_{0e} + N)\mathbf{V}, \tag{2}$$

где e, m_e – заряд и масса электрона, N_{0e} – плотность электронов плазмы, которая является скачкообразной функцией координаты z, то есть $N_{0e} = N_0\theta(z)$, здесь $\theta(z)$ – единичная ступенчатая функция Хэвисайда. Систему уравнений (2) будем решать по теории возмущений, представляя все величины в виде разложения по степеням амплитуды падающего поля, которое для электрического поля имеет вид $\mathbf{E} = \mathbf{E}^{(1)} + \mathbf{E}^{(2)} + ...$ Тогда в линейном приближении по падающему полю имеем следующую систему уравнений

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{B}^{(1)} = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{E}^{(1)} + \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}^{(1)},\ \ \mathrm{rot}\,\mathbf{E}^{(1)} = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{B}^{(1)},$$

$$\frac{\partial}{\partial t}N^{(1)} + \mathrm{div}\,(N_{0e}\mathbf{V}^{(1)}) = 0,\ \ \frac{\partial}{\partial t}\mathbf{V}^{(1)} = \frac{e}{m_e}\mathbf{E}^{(1)},\ \ \mathbf{j}^{(1)} = eN_{0e}\mathbf{V}^{(1)}. \tag{3}$$

Решая систему уравнений (3) с граничными условиями непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного поля на границе и принимая во внимание структуру падающего поля (1), в вакууме (при $z < 0$) получаем следующую суперпозицию полей падающей и отраженной волны

$$\mathbf{E}^{(1)} = \frac{1}{2}E_0 \exp\left(-i\omega_0 t + i\frac{\omega_0}{c}x\sin\alpha\right) \times$$

$$\times \left\{ \mathbf{e}_x \cos\alpha \left[\exp\left(i\frac{\omega_0}{c} z \cos\alpha \right) - R \exp\left(-i\frac{\omega_0}{c} z \cos\alpha \right) \right] - \right.$$

$$\left. - \mathbf{e}_z \sin\alpha \left[\exp\left(i\frac{\omega_0}{c} z \cos\alpha \right) + R \exp\left(-i\frac{\omega_0}{c} z \cos\alpha \right) \right] + c.c, \right. \quad (4)$$

$$\mathbf{B}^{(1)} = \frac{1}{2} \mathbf{e}_y E_0 \exp\left(-i\omega_0 t + i\frac{\omega_0}{c} x \sin\alpha \right) \times$$

$$\times \left[\exp\left(i\frac{\omega_0}{c} z \cos\alpha \right) + R \exp\left(-i\frac{\omega_0}{c} z \cos\alpha \right) \right] + c.c., \ z < 0,$$

где коэффициент отражения R имеет вид

$$R = \frac{\varepsilon \cos\alpha - i\sqrt{\sin^2\alpha - \varepsilon}}{\varepsilon \cos\alpha + i\sqrt{\sin^2\alpha - \varepsilon}}, \quad (5)$$

здесь $\varepsilon = 1 - \omega_p^2/\omega_0^2$ – диэлектрическая проницаемость плазмы на частоте волны накачки, ω_p – плазменная частота, $\sin^2\alpha - \varepsilon > 0$.

В плазме электромагнитное поле является бегущей вдоль поверхности плазмы волной с амплитудой, экспоненциально спадающей при удалении вглубь от ее границы

$$\mathbf{E}^{(1)} = \frac{E_0 \cos\alpha}{\varepsilon \cos\alpha + i\sqrt{\sin^2\alpha - \varepsilon}} \exp\left(-i\omega_0 t + i\frac{\omega_0}{c} x \sin\alpha - \frac{\omega_0}{c} z \sqrt{\sin^2\alpha - \varepsilon} \right) \times$$

$$\times \left[i\mathbf{e}_x \sqrt{\sin^2\alpha - \varepsilon} - i\mathbf{e}_z \sin\alpha \right] + c.c., \quad (6)$$

$$\mathbf{B}^{(1)} = \mathbf{e}_y \frac{E_0 \varepsilon \cos\alpha}{\varepsilon \cos\alpha + i\sqrt{\sin^2\alpha - \varepsilon}} \times$$

$$\times \exp\left(-i\omega_0 t + i\frac{\omega_0}{c} x \sin\alpha - \frac{\omega_0}{c} z \sqrt{\sin^2\alpha - \varepsilon} \right) + c.c., \ \ z > 0.$$

Распределение скоростей электронов плазмы в поле волны (6) имеет вид

$$\mathbf{V}^{(1)} = -\frac{V_E \cos\alpha}{\varepsilon \cos\alpha + i\sqrt{\sin^2\alpha - \varepsilon}} \exp\left(-i\omega_0 t + i\frac{\omega_0}{c} x \sin\alpha - \frac{\omega_0}{c} z \sqrt{\sin^2\alpha - \varepsilon} \right) \times$$

$$\times \left[\mathbf{e}_x \sqrt{\sin^2\alpha - \varepsilon} + i\mathbf{e}_z \sin\alpha \right] - c.c., \ \ z > 0, \quad (7)$$

где $V_E = eE_0/(m_e\omega_0)$. В рассматриваемом случае p-поляризованной волны накачки на границе плазмы возникает поверхностная плотность заряда

$$N^{(1)} = -\frac{r_E \sin\alpha \cos\alpha}{\varepsilon \cos\alpha + i\sqrt{\sin^2\alpha - \varepsilon}} \exp\left(-i\omega_0 t + i\frac{\omega_0}{c} x \sin\alpha \right) \frac{dN_{0e}}{dz} - c.c., \quad (8)$$

где $r_E = V_E/\omega_0$. Согласно (8) плотность заряда существует только на границе, так как в рассматриваемом случае, когда плазма занимает полупространство $z > 0$, имеем $\frac{dN_{0e}}{dz} = N_0\delta(z)$, где $\delta(z)$ есть дельта-функция Дирака.

В квадратичном приближении по амплитуде волны накачки из уравнений (2) находим

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{B}^{(2)} = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{E}^{(2)} + \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}^{(2)},\ \mathrm{rot}\,\mathbf{E}^{(2)} = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{B}^{(2)},$$

$$\frac{\partial}{\partial t}N^{(2)} = \mathrm{div}(N_{0e}\mathbf{V}^{(2)} + N^{(1)}\mathbf{V}^{(1)}) = 0,\ \frac{\partial}{\partial t}\mathbf{V}^{(2)} = \frac{e}{m_e}\mathbf{E}^{(2)} - \frac{1}{2}\nabla(\mathbf{V}^{(1)})^2, \tag{9}$$

$$\mathrm{rot}\mathbf{V}^{(2)} + \frac{e}{m_e c}\mathbf{B}^{(2)} = 0,\ \mathbf{j}^{(2)} = eN_{0e}\mathbf{V}^{(2)} + eN^{(1)}\mathbf{V}^{(1)}.$$

Из выражения для нелинейного тока второго порядка $\mathbf{j}^{(2)}$ с учетом формул (7), (8) следует, что в этом приближении возникает поверхностный ток на нулевой и второй гармонике волны накачки. Так как мы интересуемся возбуждением квазистатических магнитных полей, то найдем выражение только для нелинейного поверхностного тока на нулевой гармонике

$$\mathbf{j}_0\left\langle eN^{(1)}\mathbf{V}^{(1)}\right\rangle = \frac{2er_E V_E\omega_0^2}{\omega_p^2}\frac{\sin\alpha\cos^2\alpha\sqrt{\sin^2\alpha - \varepsilon}}{(\varepsilon+1)\sin^2\alpha - \varepsilon}\frac{dN_{0e}}{dz}\mathbf{e}_x, \tag{10}$$

где угловые скобки $\langle ... \rangle$ означают усреднение по периоду электромагнитной волны. Из формул (9) следуют уравнения, описывающие пространственное распределение магнитных полей

$$\frac{d}{dz}B_y^{(2)} = -\frac{4\pi}{c}(eN_{0e}V_x^{(2)} + j_{0x}),\ \frac{d}{dz}V_x^{(2)} + \frac{e}{m_e c}B_y^{(2)} = 0. \tag{11}$$

Решения системы уравнений (11) в вакууме и в плазме имеют соответственно вид

$$B_y^{(2)} = B_-,\ z < 0,$$

$$B_y^{(2)} = B_+\exp(-k_p z),\ z > 0, \tag{12}$$

где $k_p = \omega_p/c$. Для нахождения неизвестных коэффициентов воспользуемся краевым условием, которое следует из первого уравнения системы уравнений (11)

$$B_+ - B_- = -\frac{4\pi}{c}\int\limits_{-0}^{+0} dz j_0(z). \tag{13}$$

Соотношение (13) описывает скачок тангенциальной компоненты магнитного поля на границе плазмы из-за возникновения поверхностного тока. Тогда с учетом условия $B_+ = -B_-$ и выражения (10) находим неизвестные коэффициенты B_+, B_-

$$B_- = -B_+ = \frac{4\pi e r_E V_E \omega_0^2}{\omega_p^2 c} \frac{\sin\alpha\cos^2\alpha\sqrt{\sin^2\alpha - \varepsilon}}{(\varepsilon+1)\sin^2\alpha - \varepsilon} N_0. \quad (14)$$

Формулу для величины магнитного поля в вакууме (12), (14) можно переписать в терминах циклотронной частоты следующим образом

$$\frac{eB_-}{m_e c\omega_0} = \frac{V_E^2}{c^2} \frac{\sin\alpha\cos^2\alpha\sqrt{\sin^2\alpha - \varepsilon}}{(\varepsilon+1)\sin^2\alpha - \varepsilon}. \quad (15)$$

В соответствии с (15) напряженность магнитного поля пропорциональна квадрату электрического поля волны накачки, зависит от угла падения и плотности электронов плазмы. Отметим, что возбуждение магнитных полей происходит только при углах падения электромагнитной волны на плазму, отличных от нуля и $\pi/2$ при выполнении условия $\sin^2\alpha > \varepsilon$, которое можно переписать в виде $\omega_p > \omega_0 \cos\alpha$. Если плотность электронов значительно превосходит критическое значение ($\omega_p \gg \omega_0$), то из формулы (15) имеем

$$\frac{eB_-}{m_e c\omega_0} \approx \frac{V_E^2}{c^2} \frac{\omega_0}{\omega_p} \sin\alpha. \quad (16)$$

В этом случае напряженность магнитного поля убывает по закону $1/\sqrt{N_0}$ с увеличением концентрации электронов. При взаимодействии лазерного излучения с малоплотной мишенью концентрация электронов в образующейся при ионизации вещества плазме может незначительно превышать критическую величину ($\omega_p \gtrsim \omega_0$). В этом случае магнитное поле согласно (15) определяется в пределе $|\varepsilon| \lesssim 1$ выражением

$$\frac{eB_-}{m_e c\omega_0} \approx \frac{V_E^2}{c^2} \cos^2\alpha. \quad (17)$$

В заключение оценим величину магнитного поля для характерных параметров современных экспериментов. Если плотность плазмы на 2 порядка превосходит критическое значение ($\omega_p = 10\omega_0$), то при воздействии лазерного излучения с интенсивностью $I_L = 10^{17}$ Вт/см^2 и длиной волны $\lambda_0 = 1.06$ мкм происходит генерация магнитных полей с напряженностью около 1 МГс, как это следует из формулы (16). Для случая же малоплотной мишени напряженность генерируемых магнитных полей согласно (17) может достигать величины около 10 МГс.

Л И Т Е Р А Т У Р А

[1] Ю. М. Алиев, В. Ю. Быченков, А. А. Фролов, *Труды ФИАН* (М., Наука, 1992), **219**, с. 55.

[2] J. J. Santos, M. Bailly-Grandvaux, M. Ehret, et al., Physics of Plasmas **25**(05), 056705 (2018).

Поступила в редакцию 24 декабря 2018 г.

После доработки 23 апреля 2019 г.

Принята к публикации 23 апреля 2019 г.