УДК 531.51

О ГРАВИТАЦИОННОМ ДЕФЕКТЕ МАССЫ

А. И. Никишов

Наружная метрика в проблеме Шварцшильда рассматривается по теории источников в G^2-приближении в рамках общей относительности и феноменологически с трехгравитонной вершиной, следующей из теории поля. Показано, что в членах g_{00} дефект массы в обоих подходах одинаков и согласуется с ньютоновским. В пространственной части он, по-видимому, отличается.

Ключевые слова: феноменологическая гравитация, теория источников.

Раньше я показал в [1], что из бесконечного числа предложенных тензоров энергии-импульса гравитационного поля можно выбрать такой, который даёт положительную плотность энергии гравитационного поля и (вместе с тензором взаимодействия гравитона с частицами) правильную энергию атома в гравитационном поле (ср. с объяснением Швингером красного смещения в гл. 2 §4 в [2]). В общей относительности этот тензор вообще не фигурирует. С другой стороны, гравитон взаимодействует демократически с любым тензором энергии-импульса кроме тензора энергии-импульса гравитационного поля. Я пытался найти объяснение этому непонятному факту и не смог (см. [1, 3]). В этой статье я тоже не вижу аргументов против использования теоретико-полевого тензора в трехгравитонной вершине.

Ниже приняты следующие обозначения:

$$g_{ij} = \eta_{ij} + h^{(1)}_{ij} + h^{(2)}_{ij} + \cdots, \quad h^{(n)}_{ij} \propto G^n, \qquad h = h^k{}_k,$$

$$h_{,i} = \frac{\partial h}{\partial x^i}., \quad \eta_{ij} = \mathrm{diag}(-1,1,1,1), \quad \hbar_{ij} = \hbar_{ij} - \frac{1}{2}\eta_{ij}h. \tag{1}$$

В задаче Шварцшильда мы используем $h^{(1)}_{ij}$ в виде:

$$h^{(1)}_{ij} = -2\phi\delta_{ij}, \quad h^{(1)} = -\hbar^{(1)} = -4\phi, \quad \hbar^{(1)}_{ij} = -4\phi\delta_{i0}\delta_{j0},$$

$$\phi = -\frac{\tilde{M}G}{r}, \quad \tilde{M} = \frac{4}{3}\pi b^3\mu. \tag{1a}$$

ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: nikishov@lpi.ru.

Здесь b – радиус шара жидкости в системе координат, используемых в этой статье.

Ниже мы рассматриваем $h_{ij}^{(2)}$. В феноменологическом подходе нужен тензор энергии-импульса гравитационного поля, который входит в трехгравитонную вершину, и тензор взаимодействия гравитона с материей. Первый можно получить из подходяще выбранного Лагранжиана [1], а выбор тензора взаимодействия гравитона с материей содержит некоторую трудность и может быть сделан только в нерелятивистском случае, как будет видно ниже. Здесь я даю все строительные блоки, фигурирующие в G^2-приближении:

$$\overset{1}{\tau}{}^{jk} = \eta^{jk} h_{\alpha\beta,\gamma} h^{\gamma\beta,\alpha}; \quad \overset{2}{\tau}{}^{jk} = \eta^{jk} h_{\alpha\beta,\gamma} h^{\alpha\beta,\gamma}; \quad \overset{3}{\tau}{}^{jk} = \eta^{jk} h_{,\rho} h^{\rho\sigma}{}_{,\sigma}; \quad \overset{4}{\tau}{}^{jk} = \eta^{jk} h_{,\rho} h^{,\rho};$$
$$\overset{5}{\tau}{}^{jk} = h_{\alpha\beta}{}^{,j} h^{\alpha\beta,k}; \quad \overset{6}{\tau}{}^{jk} = h^{j\alpha,\beta} h^{k}{}_{\beta,\alpha}; \quad \overset{7}{\tau}{}^{jk} = h^{j\alpha,\beta} h^{k}{}_{\alpha,\beta}; \quad \overset{8}{\tau}{}^{jk} = \frac{1}{2}(h^{j\alpha,k} + h^{k\alpha,j}) h_{,\alpha};$$
$$\overset{9}{\tau}{}^{jk} = h^{jk,\sigma} h_{,\sigma}; \quad \overset{10}{\tau}{}^{jk} = \frac{1}{2}(h^{j\sigma}{}_{,\sigma} h^{,k} + h^{k\sigma}{}_{,\sigma} h^{,j}); \quad \overset{11}{\tau}{}^{jk} = h^{,j} h^{,k}; \quad \overset{12}{\tau}{}^{jk} = h^{jk,\alpha} h_{\alpha\sigma}{}^{,\sigma};$$
$$\overset{13}{\tau}{}^{jk} = \frac{1}{2}(h^{j\alpha,\beta} h_{\alpha\beta}{}^{,k} + h^{k\alpha,\beta} h_{\alpha\beta}{}^{,j}); \quad \overset{14}{\tau}{}^{jk} = h^{j\sigma}{}_{,\sigma} h^{k\alpha}{}_{,\alpha}; \quad \overset{15}{\tau}{}^{jk} = \frac{1}{2}(h^{j\alpha,k} + h^{k\alpha,j}) h_{\alpha\sigma}{}^{,\sigma};$$
$$\overset{16}{\tau}{}^{jk} = \eta^{jk} h_{\alpha\beta}{}^{,\beta} h^{\alpha\sigma}{}_{,\sigma}; \quad h_{,i} = \frac{\partial h}{\partial x^i}, \tag{2}$$

и

$$\overset{a}{\tau}{}^{jk} = \eta^{jk} h_{,\sigma}{}^{\sigma} h; \quad \overset{b}{\tau}{}^{jk} = \eta^{jk} h_{\alpha\beta}{}^{,\alpha\beta} h; \quad \overset{c}{\tau}{}^{jk} = \eta^{jk} h^{,\alpha\beta} h_{\alpha\beta}; \quad \overset{d}{\tau}{}^{jk} = \eta^{jk} h^{\alpha\beta,\sigma}{}_{\sigma} h_{\alpha\beta};$$
$$\overset{e}{\tau}{}^{jk} = \eta^{jk} h^{\alpha\sigma}{}_{,\sigma}{}^{\beta} h_{\alpha\beta}; \quad \overset{f}{\tau}{}^{jk} = h^{,jk} h; \quad \overset{g}{\tau}{}^{jk} = h^{jk,\sigma}{}_{\sigma} h; \quad \overset{h}{\tau}{}^{jk} = \frac{1}{2}(h^{j\sigma,k}{}_{\sigma} + h^{k\sigma,j}{}_{\sigma}) h;$$
$$\overset{i}{\tau}{}^{jk} = h^{jk,\alpha\beta} h_{\alpha\beta}; \quad \overset{j}{\tau}{}^{jk} = \frac{1}{2}(h^{j\alpha,k\beta} + h^{k\alpha,j\beta}) h_{\alpha\beta}; \quad \overset{k}{\tau}{}^{jk} = h^{\alpha\beta,jk} h_{\alpha\beta}; \quad \overset{l}{\tau}{}^{jk} = h^{jk} h_{,\sigma}{}^{\sigma};$$
$$\overset{m}{\tau}{}^{jk} = h^{jk} h_{\alpha\beta}{}^{,\alpha\beta}; \quad \overset{n}{\tau}{}^{jk} = \frac{1}{2}(h^{,j\alpha} h_{\alpha}{}^{k} + h^{,k\alpha} h_{\alpha}{}^{j}); \quad \overset{o}{\tau}{}^{jk} = \frac{1}{2}(h^{j\sigma,\alpha}{}_{\sigma} h_{\alpha}{}^{k} + h^{k\sigma,\alpha}{}_{\sigma} h_{\alpha}{}^{j});$$
$$\overset{p}{\tau}{}^{jk} = \frac{1}{2}(h^{j\alpha,\sigma}{}_{\sigma} h_{\alpha}{}^{k} + h^{k\alpha,\sigma}{}_{\sigma} h_{\alpha}{}^{j}); \quad \overset{q}{\tau}{}^{jk} = \frac{1}{2}(h^{\alpha\sigma,j}{}_{\sigma} h_{\alpha}{}^{k} + h^{\alpha\sigma,k}{}_{\sigma} h_{\alpha}{}^{j}). \tag{3}$$

В уравнениях (2) и (3) как латинские, так и греческие индексы пробегают значения от 0 до 3, но везде ниже латинские индексы пробегают значения от 0 до 3, а греческие – от 1 до 3.

Мы начинаем с общей относительности и рассматриваем проблему детально, потому что значительная часть результатов будет использована, когда перейдём к феноменологии. В качестве Лагранжиана берём

$$L = -\frac{1}{16\pi G}\sqrt{-g}G = \mathcal{L}^{(2)} + \mathcal{L}^{(3)} + \cdots, \quad G = -g^{ik}(\Gamma^{m}_{il}\Gamma^{l}_{km} - \Gamma^{l}_{ik}\Gamma^{m}_{lm}), \tag{4}$$

$$\mathcal{L}^{(2)} = \frac{1}{32\pi G}\left[-\frac{1}{2}h_{ij,k}h^{ij,k} + h_{ij,k}h^{kj,i} - h_{ij}{}^{,i}h^{,j} + \frac{1}{2}h_{,i}h^{,i}\right], \quad \mathcal{L}^{(3)} = \frac{1}{64\pi G} h_{ik} \Sigma_{s=1}^{13} a_s^{GR} \overset{s}{\tau}{}^{ik}. \tag{5}$$

Здесь a_s^{GR} в (5) приведены в табл. 1.

Т а б л и ц а 1

s	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
a_s^{GR}	1	$-\frac{1}{2}$	–1	$\frac{1}{2}$	1	–2	2	2	–2	2	–1	2	–4

смотри [1].

Мы используем уравнения Эйнштейна в виде

$$R_{ij}^{(1)} - \frac{1}{2}\eta_{ij}R^{(1)} = -8\pi G[T_{ij} + t_{ij}], \tag{6}$$

смотри уравнения (7.6.3) в книге Вайнберга [4]. Здесь

$$R_{ij}^{(1)} = \frac{1}{2}[h_{,ij} - h^n_{i,nj} - h^n_{j,ni} + h^n_{ij,k}]$$

– линейная часть тензора Риччи и

$$R_{ij}^{(1)} = \overset{1}{R}{}_{ij}^{(1)} + \overset{2}{R}{}_{ij}^{(1)} + \cdots, \quad \overset{n}{R}{}_{ij}^{(1)} \propto G^n.$$

В низшем нелинейном приближении имеем

$$\overset{2}{R}{}_{ij}^{(1)} - \frac{1}{2}\eta_{ij}\overset{2}{R}{}^{(1)} = -8\pi G[T_{ij}^{(1)} + t_{ij}^{Wein}],$$

$$T_{00}^{(1)} = 2\mu\phi, \quad \phi = -\sum_a \frac{m_a G}{|\vec{r} - \vec{r}'|}, \quad T_{\alpha\beta}^{(1)} = \delta_{\alpha\beta}p, \tag{6a}$$

$$t_{ij}^{Wein} = \frac{1}{32\pi G}\Big[-\overset{1}{\tau}_{ij} + \frac{3}{2}\overset{2}{\tau}_{ij} + 2\overset{3}{\tau}_{ij} - \frac{1}{2}\overset{4}{\tau}_{ij} - \overset{5}{\tau}_{ij} + 2\overset{6}{\tau}_{ij} - 2\overset{7}{\tau}_{ij} - 2\overset{8}{\tau}_{ij} + \overset{9}{\tau}_{ij} - 2\overset{12}{\tau}_{ij} + 4\overset{15}{\tau}_{ij} -$$
$$- 2\overset{16}{\tau}_{ij} + 2\overset{c}{\tau}_{ij} + 2\overset{d}{\tau}_{ij} - 4\overset{e}{\tau}_{ij} - 2\overset{i}{\tau}_{ij} + 4\overset{j}{\tau}_{ij} - 2\overset{k}{\tau}_{ij} - 2\overset{l}{\tau}_{ij} + 2\overset{m}{\tau}_{ij}\Big]. \tag{7}$$

Уравнения (6) и (7) получены непосредственно из уравнений Эйнштейна. Полезно получить их прямо из приближённого Лагранжиана (4) и (5). Сначала найдём вклад в t_{ij}^{Wein} от трёхгравитонной вершины:

$$2\left\{\frac{\partial\mathcal{L}^{(3)}}{\partial h_{jk}} - \left(\frac{\partial\mathcal{L}^{(3)}}{\partial h_{jk,m}}\right)_{,m}\right\} = \frac{1}{32\pi G}\sum_{s=1}^{q} d_s \overset{s}{\tau}{}^{jk}. \tag{8}$$

Видно, что $d_s, s = 1, 2. \cdots, 16$ совпадают с соответствующими членами в t_{ij}^{Wein}, смотри (7). Это не так для $s = a, b, \cdots, q$ как видно из сравнения d_s в табл. 2 с (7).

Т а б л и ц а 2

s	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q
d_s	–1	1	2	2	–4	1	1	–2	–2	4	–2	1	–2	–4	4	–4	4

Таким образом, мы получили вклад в t_{ij}^{Wein} от трёхгравитонной вершины (8). Есть ещё вклад от $\mathcal{L}^{(2)}$ в (5):

$$-2\left(\frac{\partial\mathcal{L}^{(2)}}{\partial h_{lm,n}}\right)_{,n} = \frac{1}{16\pi G}[h^{lm,p}{}_p - h^{pm,l}{}_p - h^{pl,m}{}_p + h^{,lm} + \eta^{lm}(-h_{,p}{}^p + h_{np}{}^{,np})] \equiv \frac{1}{16\pi G}\tilde{L}. \quad (9)$$

Далее используем соотношения

$$g_{jl}g_{km}2\tilde{L}^{lm} = 2\tilde{L}_{jk} - 4\overset{l}{\tau}{}_{jk} + 4\overset{m}{\tau}{}_{jk} + 4\overset{n}{\tau}{}_{jk} - 4\overset{o}{\tau}{}_{jk} + 4\overset{p}{\tau}{}_{jk} - 4\overset{q}{\tau}{}_{jk}. \quad (10)$$

Здесь $g_{jl} = \eta_{jl} + h_{jl}^{(1)}$ и аналогично для g_{km}.

Наконец, поскольку мы отпралялись в (4) от $\sqrt{-g}G$, а не от $\sqrt{-g}R$, следует умножить уравнение (10) на $1/\sqrt{-g} = 1 - h/2$, смотри уравнение (105.4) в [5]. С этой целью используем соотношение

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}2\tilde{L} = 2\tilde{L} - \overset{a}{\tau}{}_{jk} + \overset{b}{\tau}{}_{jk} + \overset{f}{\tau}{}_{jk} + \overset{g}{\tau}{}_{jk} - 2\overset{h}{\tau}{}_{jk}. \quad (11)$$

Собирая $\overset{s}{\tau}{}_{jk}, s = a, b, \cdots$ в табл. 2 и уравнениях (10) и (11), получим соответствующие члены в (7). Таким образом, мы воспроизвели (7) из (4) и (5).

Далее, вклад в рассматриваемую внешнюю $h_{ij}^{(2)}(\vec{x})$ от трёхгравитонной вершины $\mathcal{L}^{(3)}$ в (5) можно получить умножением s-ой строки из табл. 2 в моей статье [3] на a^{GR}, приведённые в табл. 1 (смотри выше) и суммированием по s от $s = 1$ до $s = 13$. Таким образом, получим

$$M^2G^2\left[-\frac{16}{5}\frac{\delta_{\alpha\beta}}{rb} + 5\frac{\delta_{\alpha\beta}}{r^2} - 7\frac{x_\alpha x_\beta}{r^4} - \frac{192}{35}B_{\alpha\beta}\right], \quad \alpha,\beta = 1,2,3. \quad (12)$$

$$M^2G^2\left[-\frac{24}{5}\frac{1}{rb} - \frac{2}{r^2}\right], \quad i = j = 0, \quad B_{\alpha\beta} = b\left(\frac{\delta_{\alpha\beta}}{3r^3} - \frac{x_\alpha x_\beta}{r^5}\right). \quad (13)$$

[Здесь я воспользуюсь случаем, чтобы исправить опечатку в табл. 1 в [3]: число 8 в строке $s = 3, r' > b$ следует заменить на нуль.]

Аналогичные вычисления показывают, что вклад в $h_{ij}^{(2)}$ от членов с τ в (10) плюс вклад от τ в (11) равен

$$\frac{M^2G^2}{rb}\frac{72}{5}, \quad i,j = 0; \quad \frac{M^2G^2}{rb}\frac{72}{5}\delta_{\alpha\beta}. \quad (14)$$

Далее мы хотим записать первое уравнение в (6а) в виде

$$\overset{2}{R}{}_{ij}^{(1)} = -8\pi G[\bar{T}_{ij}^{(1)} + \bar{t}_{ij}^{Wein}], \quad (6b)$$

Тогда

$$\bar{T}^{(1)}_{00} = \mu\phi + \frac{3}{2}p, \quad \bar{T}^{(1)}_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta}\left(\mu\phi - \frac{1}{2}p\right). \tag{15}$$

Здесь μ – плотность энергии, ϕ – гравитационный потенциал внутри шара жидкости и p – давление. Чтобы показать это, запишем первое уравнение в (6а) в виде

$$\overset{2}{R}{}^{(1)}_{00} = -8\pi G[T^{(1)}_{00} + t^{Wein}_{00}] - \frac{1}{2}\overset{2}{R}{}^{(1)}, \tag{16}$$

$$\overset{2}{R}{}^{(1)}_{\alpha\beta} = -8\pi G[T^{(1)}_{\alpha\beta} + t^{Wein}_{\alpha\beta}] + \frac{1}{2}\delta_{\alpha\beta}\overset{2}{R}{}^{(1)}. \tag{17}$$

Полагая $\alpha = \beta$ в (17), получим

$$\overset{2}{R}{}^{(1)}_{\alpha\alpha} = -8\pi G[T^{(1)}_{\alpha\alpha} + t^{Wein}_{\alpha\alpha}] + \frac{3}{2}\overset{2}{R}{}^{(1)}. \tag{18}$$

Вычитая из (18) уравнение (16), получим

$$\overset{2}{R}{}^{(1)} = 8\pi G[T^{(1)} + t^{Wein}], \quad T^{(1)} = T^{(1)}_{\alpha\alpha} - T^{(1)}_{00} = 3p - 2\mu\phi. \tag{19}$$

Здесь $T^{(1)}_{00} = 2\mu\phi$, потому что

$$T_{00} = g_{00}T^0_0 = -(1+2\phi)T^0_0 = \mu + T^{(1)}_{00}, \quad T^0_0 = -\mu.$$

Как обычно, мы используем единицы, в которых скорость света $c = 1$. Используя (19) в уравнениях (16) и (17), получим (15).

Далее используем соотношения

$$p(r) = \frac{1}{8\pi G}\frac{M^2G^2}{b^4}\left(3 - \frac{3r^2}{b^2}\right), \quad \mu\phi = \frac{1}{8\pi G}\frac{M^2G^2}{b^4}\left(-9 + \frac{3r^2}{b^2}\right), \quad r < b, \tag{20}$$

смотри, напр., уравнения (22) и (38) в [5]. Тогда из (15) и (20) получим

$$\bar{T}^{(1)}_{00} = \frac{1}{16\pi G}\frac{M^2G^2}{b^4}\left(-9 - \frac{3r^2}{b^2}\right), \quad \bar{T}^{(1)}_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta}\frac{1}{16\pi G}\frac{M^2G^2}{b^4}\left(-21 + \frac{9r^2}{b^2}\right). \tag{21}$$

Вклады в $h^{(2)}_{ij}$ равны

$$16\pi G\int_{r'<b}\frac{d^3x'}{4\pi}\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\bar{T}^{(1)}_{00} = -\frac{18}{5}\frac{M^2G^2}{rb}, \quad i = j = 0.$$

$$16\pi G\int_{r'<b}\frac{d^3x'}{4\pi}\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\bar{T}^{(1)}_{\alpha\beta} = -\delta_{\alpha\beta}\frac{26}{5}\frac{M^2G^2}{rb}. \tag{22}$$

Собирая вклады в дефект массы от трехгравитонной вершины в (13), от $\mathcal{L}^{(2)}$ в первом уравнении (14) и от $\bar{T}_{00}^{(1)}$ в первом уравнении в (22), получим

$$\frac{M^2G^2}{rb}(-24/5+72/5-18/5)=\frac{M^2G^2}{rb}6. \tag{23}$$

Аналогично из (12), второго уравнения в (14) и второго урвнения в (22) найдём

$$\delta_{\alpha\beta}\frac{M^2G^2}{rb}(-16/5+72/5-26/5)=\delta_{\alpha\beta}\frac{M^2G^2}{rb}6. \tag{24}$$

Прибавляя правую часть (23) к $h_{00}^{(1)}=2\tilde{M}G/r$, найдём

$$\frac{2\tilde{M}G}{r}\left(1+\frac{3\tilde{M}G}{b}\right)=\frac{2MG}{r},\quad M=\tilde{M}\left(1+\frac{3\tilde{M}G}{b}\right),\quad \tilde{M}=\frac{4}{3}\pi b^3\mu. \tag{25}$$

Здесь M – одетая масса и в членах, пропорциональных G^2, можно положить $G^2M=G^2\tilde{M}$, μ – плотность массы при выключенном гравитационном поле.

Согласно общей относительности для одетой массы имеем, смотри §100 в [5]

$$M=4\pi\int_0^a\mu r^2dr=\frac{4}{3}\pi a^3\mu,\quad a=b+MG. \tag{26}$$

Здесь a – радиус шара жидкости в стандартной швацшильдовской системе координат, b – этот же радиус в гармонической системе и в (привилегированной) системе координат, используемой здесь; голая масса M_0 даётся выражением

$$M_9=4\pi\int_0^a\mu e^{\lambda(r)/2}r^2dr=\frac{4}{3}\pi a^3\mu+\frac{3}{5}\frac{M^2G}{a},\quad e^{\lambda(r)/2}=1+\frac{4}{3}\pi\mu G r^2. \tag{27}$$

Смотри §100 в [3]. Из (27) и (26) следует, что дефект массы в выражении

$$M=M_0-\frac{3}{5}\frac{M^2G}{b} \tag{28}$$

совпадает с ньютоновским.

Используя (28), из второго уравнения в (25) получим

$$\tilde{M}=M\left(1-3\frac{MG}{b}\right)=M_0\left(1-\frac{3}{5}\frac{MG}{b}\right)\left(1-3\frac{MG}{b}\right)=M_0\left(1-\frac{18}{5}\frac{MG}{b}\right). \tag{29}$$

Тот же результат получается следующим образом. Используем соотношение

$$\int dV(T_{00}^{(1)}+t_{00}^{Wein})=3\frac{M^2G}{b}, \tag{30}$$

сравни с уравнением (42) в [6]. Это означает, что

$$M = \tilde{M}\left(1 + 3\frac{MG}{b}\right), \quad \tilde{M} = M\left(1 - 3\frac{MG}{b}\right),$$

а это – первое уравнение в (29), смотри также [7]. Полученное согласие даёт проверку самосогласованности теории.

На этом мы оставляем общую относительность и вступаем в Terra incognita. Здесь первым элементом является гравитационный тензор энергии-импульса

$$t^{jk} = \frac{1}{32\pi G}\left[\left(-\frac{1}{2}\overset{2}{T}{}^{jk} + \frac{1}{2}\overset{4}{T}{}^{jk} + \overset{5}{T}{}^{jk} - \overset{9}{T}{}^{jk} + 2\overset{10}{T}{}^{jk} - \overset{11}{T}{}^{jk} + 2\overset{12}{T}{}^{jk} - 2\overset{13}{T}{}^{jk} - \right.\right.$$
$$\left.\left. - 2\overset{14}{T}{}^{jk} + 2\overset{15}{T}{}^{jk} - \overset{16}{T}{}^{jk}\right) + \overset{c}{T}{}^{jk} - 2\overset{e}{T}{}^{jk} + 2\overset{j}{T}{}^{jk} - \overset{l}{T}{}^{jk} + 2\overset{m}{T}{}^{jk} - 2\overset{o}{T}{}^{jk}\right] +$$
$$+ \frac{1}{2}\left(T^{jn}h_n{}^k + T^{kn}h_n{}^j\right), \tag{31}$$

смотри уравнение (18) в [1]. Этот тензор я рассматриваю как надёжный элемент [1], [3]. Последний член в (31) можно записать так

$$\frac{1}{2}(T^{jn}h_n{}^k + T^{kn}h_n{}^j) = \frac{1}{16\pi G}(\overset{l}{T}{}^{jk} - \overset{m}{T}{}^{jk} - \overset{n}{T}{}^{jk} + \overset{o}{T}{}^{jk} - \overset{p}{T}{}^{jk} + \overset{q}{T}{}^{jk}), \tag{32}$$

смотри уравнение(23) в [1].

Нужно некоторое усилие, чтобы получить второй элемент этой феноменологии. А именно, тензор энергии-импульса частиц я записываю в виде тензора частиц без поля плюс тензор их взаимодействия с полем. Это я могу сделать только в нерелятивистском случае. Принимая это, я пишу тензор взаимодействия в виде

$$\frac{1}{4}hM^{jk} = \frac{1}{32\pi G}\left[\frac{1}{2}\overset{a}{T}{}^{jk} - \frac{1}{2}\overset{b}{T}{}^{jk} - \frac{1}{2}\overset{f}{T}{}^{jk} - \frac{1}{2}\overset{g}{T}{}^{jk} + \overset{h}{T}{}^{jk}\right], \tag{33}$$

смотри уравнение (22) в [1].

Выполняя вычисления аналогично тому как это делалось в [3], найдём, что вклад в $h_{ij}^{(2)}$ от (31) без последнего члена такой

$$0, \quad i = j = 0, \qquad B_{\alpha\beta} = b\left(\frac{\delta_{\alpha\beta}}{3r^3} - \frac{x_\alpha x_\beta}{r^5}\right).$$

$$M^2G^2\left[\frac{8}{5}\frac{\delta_{\alpha\beta}}{rb} - 5\frac{\delta_{\alpha\beta}}{r^2} + 9\frac{x_\alpha x_\beta}{r^4} + \frac{48}{7}B_{\alpha\beta.}\right], \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3. \tag{34}$$

Вклад от последнего члена (то есть от (32)) равен

$$M^2G^2\left[-\frac{48}{5}\frac{1}{rb} - 4\frac{1}{r^2}\right], \quad i = j = 0,$$

$$M^2G^2\left[-\frac{48}{5}\frac{\delta_{\alpha\beta}}{rb}+12\frac{\delta_{\alpha\beta}}{r^2}-16\frac{x_\alpha x_\beta}{r^4}-\frac{16\cdot 27}{35}B_{\alpha\beta.}\right],\quad \alpha,\beta=1,2,3. \tag{35}$$

Вклад от (33) таков

$$M^2G^2\left[\frac{24}{5}\frac{1}{rb}+2\frac{1}{r^2}\right],\quad i=j=0,$$

$$M^2G^2 2\frac{\delta_{\alpha\beta}}{r^2},\quad \alpha,\beta=1,2,3. \tag{36}$$

Таким образом, сумма всех вкладов (от (34), (35), и (36)) оказывается равной

$$h_{ij}^{(2)}(x)=$$

$$=G^2M^2\begin{cases}-\frac{24}{5}\frac{1}{rb}-\frac{2}{r^2}, & i=j=0,\\ -8\frac{\delta_{\alpha\beta}}{rb}+9\frac{\delta_{\alpha\beta}}{r^2}-7\frac{x_\alpha x_\beta}{r^4}-\frac{192}{35}B_{\alpha\beta.}, & i=\alpha, j=\beta,\quad \alpha,\beta=1,2,3.\end{cases} \tag{37}$$

Теперь интересно заметить, что в табл. 2 в [3] в каждой строчке отношение числа в столбце $\frac{1}{r^2}$ к числу в столбце $\frac{1}{rb}$ всегда равно 1 : 1/12.. Поэтому в $h_{00}^{(2)}$ член $-\frac{2}{r^2}$ всегда сопровождается членом $-\frac{24}{5}\frac{1}{rb}$. Это имеет место как в общей относительности, так и при феноменологическом подходе, смотри (13) и (37). Все другие вклады в дефект массы в (23) также остаются теми же самыми. Хотя в феноменологии мы изменяем $\mathcal{L}^{(2)}$ на члены с полной производной [1], это изменяет только гравитационный тензор энергии-импульса; вариация $\mathcal{L}^{(2)}$ остаётся неизменной. Таким образом, $h_{00}^{(2)}$ здесь и в общей относительности остаются неизменными.

В $h_{\alpha\beta}^{(2)}(\vec{x})$ ситуация другая. Масса $\tilde{M}$ заменяется здесь на $M'=\tilde{M}\left(1+\frac{3}{5}\frac{MG}{b}\right)$. Выражая $\tilde{M}$ в терминах M_0 согласно последнему уравнению в (29), получим

$$M'=M_0\left(1-3\frac{MG}{b}\right). \tag{38}$$

Итак, есть основания думать, что одетые массы различны в разных членах метрики, и отличие в дефекте масс порядка ньютоновской гравитационной энергии материальных источников.

Л И Т Е Р А Т У Р А

[1] А. И. Никишов, ЭЧАЯ **37**, вып 5, 1466 (2006).

[2] Julian Schwinger, *Particle, Sources, and Fields* (Addison-Wesley Publishing Company, 1970).

[3] А. И. Никишов, Краткие сообщения по физике ФИАН **45**(11), 59 (2018).

[4] S. Weinberg, *Gravitation and cosmology* (Wiley and Sons, 1972).

[5] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля* (М., Наука, 1973).

[6] A. I. Nikishov, arXiv:11110812 vol.1[gr-qc].

[7] M. J. Duff, Phys. Rev. D **7**, 2317 (1973).

Поступила в редакцию 9 июля 2019 г.

После доработки 19 декабря 2019 г.

Принята к публикации 25 декабря 2019 г.