

УДК 537.591

## МИКРОСКОПИЧЕСКИЙ ПОДХОД К РАСЧЁТУ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ ШИРОКИХ АТМОСФЕРНЫХ ЛИВНЕЙ

Г. А. Гусев<sup>1</sup>, Э. Г. Гусева<sup>2</sup>

*В рамках кинетической теории развития широкого атмосферного ливня (ШАЛ) формулируется подход для расчёта радиоизлучения электронного избытка заряда. По формуле И. Е. Тамма рассчитывается излучение каждого электрона ливневого диска с учётом его пространственного распределения, эволюции вдоль трека ШАЛ, энергетического спектра электронов и многократного рассеяния. Излучение со всех участков трека ШАЛ складывается с учётом частичной потери когерентности.*

**Ключевые слова:** радиоизлучение, микроскопический подход, электронный избыток заряда, энергетический спектр электрона, диаграмма направленности, длина когерентности.

В последние годы (см. обзоры [1, 2]) метод радиодетектирования стал частью комплексных исследований широких атмосферных ливней (ШАЛ). Он позволяет, наряду с традиционными методами, определять энергию первичной частицы и имеет значительный потенциал продвижения в область больших энергий. Следует отметить несомненный прогресс метода в экспериментальном плане. Хотя обычно считают, что основные механизмы радиоизлучения ШАЛ достаточно хорошо поняты и описаны количественно, в то же время некоторые особенности основных механизмов радиоизлучения на уровне элементарных микроскопических процессов остались раскрытыми не до конца.

Мы ограничимся теоретическим описанием основных механизмов радиоизлучения ШАЛ. Как хорошо известно [1, 2], наиболее полное описание радиоизлучения достигается в микроскопических методах, основанных на Монте-Карло кодах, описывающих

<sup>1</sup> ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: gusevgag@mail.ru.

<sup>2</sup> Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н. В. Пушкова РАН, 108840 Россия, Москва, г. Троицк, Калужское шоссе, 4.

полное развитие каскада, при этом складываются излучения от каждой частицы при её движении от рождения до остановки, что требует больших вычислительных затрат. Среди них упомянем такие алгоритмы, как REAS1 [3], REAS2 [4], AIRES [5].

С другой стороны, очень привлекательны феноменологические модельные подходы, в которых с движущимся ливневым диском в геомагнитном поле связывается распределённый поперечный по отношению к оси ШАЛ и движущийся практически со скоростью света дрейфовый ток, избыток электронов и поперечно ориентированный распределённый диполь. Кроме того, по мере развития каскада образуется переменный продольно ориентированный распределённый диполь. Также следует учитывать переходное излучение при рождении и остановке частиц (“концевые эффекты” [6]).

Первая феноменологическая аналитическая модель излучения ШАЛ в геомагнитном поле для излучения дрейфового поперечного тока и поперечного диполя была рассмотрена ещё в 1966 году [7]. Современная версия представлена в работах [8, 9], в которых давалось пространственно-временное описание эффектов излучения. Впервые в работах [10, 11] в общем виде был развит кинетический подход для расчёта длинноволнового радиоизлучения как избытка заряда, так и поперечного тока в ливневом диске, вызванного геомагнитным полем.

В данной работе в рамках кинетического подхода для описания ШАЛ мы рассмотрим механизм излучения отрицательного избытка заряда, рассматривая излучение каждого электрона избытка заряда со всего трека ШАЛ. Также учитывается поперечное пространственное распределение электронов в “диске” ШАЛ, пренебрегая его кривизной и переменной толщиной. Радиационные потери избыточных электронов и выбивание ими вторичных  $\delta$ -электронов не учитываются в силу малости этих эффектов.

Отметим, что упрощенное представление об избытке заряда в феноменологических моделях как о заряде (токе вдоль оси ШАЛ), движущемся со скоростью света вдоль всей траектории ШАЛ, очень грубо. В действительности большинство частиц ливневого “диска” порождаются источником более энергичных частиц. Частицы и рождаемые ими избыточные электроны движутся и тормозятся в среде, причём разные слои с частицами разных энергий движутся с разными скоростями и имеют разное время жизни от рождения до остановки, а каждый электрон должен рассматриваться как отдельный источник радиоизлучения со своими сильно различающимися параметрами.

То есть “диск” как некоторое динамическое распределение частиц разных энергий, описываемое кинетической теорией, переносится со скоростью света вслед за источником, что не отвечает, например, модели движущегося со скоростью света вдоль оси

ШАЛ избытка заряда. Следует учитывать, что частицы движутся с разными скоростями и испытывают многократное рассеяние, так что каждый излучающий электрон в среднем движется по кривой, отклоняясь от оси ШАЛ. Многократное рассеяние приводит к цилиндрически-симметричному распределению частиц по углам рассеяния, которое даётся распределением Гаусса (теория Мольера), так что значительное число частиц движется не параллельно оси ШАЛ. Это приводит к частичной потере когерентности. Всё это сказывается на амплитуде и спектре принимаемого сигнала и требует учёта соответствующих эффектов, при этом также существенна неоднородность атмосферы [8, 9]. Мы примем модель экспоненциальной зависимости от высоты показателя преломления атмосферы:

$$n(z) = n(0) \exp(-z/H_0), \quad (1)$$

где  $n(0) = 1.003$  – показатель преломления воздуха на поверхности Земли,  $H_0$  – характерная высота атмосферы, которую примем равной 7.5 км.

Будем рассматривать простейший случай вертикального падения ШАЛ, выбирая на Земле систему координат с центром в точке падения ШАЛ и с осью  $Oz$ , направленной вдоль вертикали, и горизонтальной осью абсцисс  $Ox$ , и пусть антенна находится на оси абсцисс на расстоянии  $d$  от начала координат.

Для иллюстрации рассмотрим простой случай вычисления электрического поля на частоте  $\omega$  вблизи антенны от отдельного электрона с энергией  $W_e$ , движущегося большую часть пути до остановки при релятивистских энергиях с постоянной скоростью  $v$  вдоль оси ШАЛ. Длина пробега электрона  $l(W_e)$  зависит от энергии, и пусть её середина расположена на высоте  $Z$ . Следуя классической работе И. Е. Тамма [12], запишем формулу для электрического поля на частоте  $\omega$  в дальней волновой зоне Фраунгофера, генерируемого движущимся электроном в однородной (или слабонеоднородной) среде:

$$E_\omega = \sin \theta (e\omega^2/cn(Z))(v/c) (\exp(-ik(Z)R)/R) \times \\ \times \sin(kl(W_e)(1 - \beta n(Z) \cos \theta))/(1 - \beta n(Z) \cos \theta). \quad (2)$$

Здесь  $e$  – заряд электрона,  $c$  – скорость света в вакууме,  $v$  – скорость электрона вдоль оси ШАЛ,  $k(Z) = n(Z)\omega/c$  – волновое число в среде, слабо меняющееся с высотой,  $R = \sqrt{Z^2 + d^2}$  – расстояние от середины отрезка (его фазового центра) до антенны,  $\beta = v/c$ ,  $\theta$  – угол между скоростью электрона  $v$  и направлением на антенну.

Знаменатель в формуле (2) может обращаться в нуль при черенковском угле  $\theta_c$ , определяемом из равенства  $\cos \theta_c = 1/\beta n$ . При  $\beta$ , близких к единице, энергия электрона достаточно велика, например, при малых высотах более 20 МэВ. При меньших энергиях,

а таких избыточных электронов большинство, излучение становится слабее (смотри ниже) как из-за малого пробега, так и сравнительно большого знаменателя в формуле (2). Особенность знаменателя в случае больших энергий снимается из-за обращения в нуль числителя, так что при угле  $\theta_c$  амплитуда электрического поля, если отвлечься от множителя  $\sin \theta$ , достигает максимума и пропорциональна длине отрезка  $l(W)$ . В воздухе угол  $\theta_c$  на высоте максимума ШАЛ (при энергии первичной частицы около  $10^{17}$  эВ) вблизи 2.5 км весьма мал, около  $3.6^\circ$ , поэтому в черенковском направлении излучение сильно подавлено из-за множителя  $\sin \theta$ .

Можно показать, что для частоты  $\omega = 30$  МГц и длины отрезка  $l(W) = 50$  м (энергия электрона около 12 МэВ) ширина диаграммы направленности излучения  $2\theta_d$  приблизительно равна  $2\theta_d \approx 36^\circ$ . Максимум амплитуды поля достигается под углом к оси, приблизительно равном  $19^\circ$ . Таким образом, из-за конечности трека для большинства электронов их радиоизлучение оказывается весьма широко направленным. Диаграмма направленности расширяется также с уменьшением частоты излучения.

Теория и численный расчёт однократного выбивания электронов на основе учёта эффектов аннигиляции позитронов, выбивания атомных электронов электронами и позитронами ливня ( $\delta$ -электроны) и комптоновского рассеяния фотонов на атомных и свободных электронах [13] дают энергетический спектр избыточных электронов, близкий к  $W_e^{-2}$ , где  $W_e$  есть энергия избыточного электрона. Мы будем пользоваться этим спектром, учитывая, что в интервале от 0.15 до 900 МэВ число избыточных электронов равно числу электронов и позитронов в ливневом диске [13].

В табл. 1 приведены результаты для излучения на частоте  $\omega = 30$  МГц избыточных электронов различных энергий для приближённого спектра  $f(W_e) \sim 1/W_e^2$  согласно формуле (2) с отрезка длиной  $l_{\text{rad}}(Z_{\text{max}})$  ШАЛ без учёта многократного рассеяния и пространственного распределения для каскада вертикального падения, как если бы все избыточные электроны двигались вдоль оси ШАЛ в виде узкого пучка. Вклад электронов из каждого энергетического интервала в радиоизлучение оценен по средней в интервале энергии, средней скорости (для первых трёх интервалов, в которых она заметно меньше скорости света) и числу избыточных электронов в них. Это обосновано тем, что электрическое поле радиоизлучения пропорционально скорости электрона и длине пробега (с точностью до 5% формула (2) даёт такой результат во всём энергетическом интервале).

Т а б л и ц а 1

*Зависимость числа электронов и создаваемого ими поля излучения от их энергии*

|           |          |       |      |      |       |        |         |         |
|-----------|----------|-------|------|------|-------|--------|---------|---------|
| $W$ , МэВ | 0.15–0.5 | 0.5–1 | 1–3  | 3–10 | 10–30 | 30–100 | 100–300 | 300–900 |
| $N_e$ , % | 70       | 15    | 10   | 3.5  | 1.0   | 0.35   | 0.1     | 0.033   |
| $E$ , %   | 13.6     | 7.7   | 15.3 | 19.3 | 15.7  | 15.1   | 8.2     | 5.0     |

Из табл. 1 видно, что избыточные электроны относительно малых энергий 0.15–3 МэВ дают вклад в электрическое поле около 36.6%, а самых больших 100–900 МэВ только 13.2%, остальные 50% дают средние энергии 3–100 МэВ. Для другого спектра избыточных электронов вклады в полное поле будут несколько иные. Обсудим излучение от электронов малых энергий. Дело в том, что оно, особенно для энергий 0.15–1 МэВ почти изотропно, то есть излучение может распространяться под большими углами к оси ШАЛ. Для очень больших энергий первичных частиц ШАЛ его роль может усиливаться, особенно для достаточно больших частот, когда из-за сравнительно узкой диаграммы направленности излучения электронов высоких и средних энергий оно будет сильно подавляться на больших расстояниях от оси ШАЛ, а будет только излучение более медленных электронов. Подчеркнём, что именно регистрация на больших расстояниях от оси ШАЛ позволяет увеличивать эффективную площадь установки, в которой расстояния между антеннами могут быть большими. Понятно, что обычно используемые аналитические модели не могут, в принципе, учитывать все эти особенности, а требуется учитывать энергетический спектр избыточных электронов, как было показано выше.

Таким образом, с учётом всего вышесказанного мы приходим к следующему алгоритму. Сначала в заданной точке на расстоянии  $d$  от оси ШАЛ на заданной частоте  $\omega$  выполняется расчёт излучения избыточных электронов в “диске” с части трека ШАЛ длиной  $l_{\text{rad}}(Z)$ , соответствующей некоторой высоте  $Z$ . Затем суммируются поля со всех частей трека с учётом фазовых набегов относительно фазового центра, соответствующего середине отрезка  $l_{\text{rad}}(Z_{\text{max}})$ , находящегося в точке максимума каскадной кривой  $Z_{\text{max}}$  (возраст ливня  $s = 1$ ).

Пусть число электронов избытка заряда, пропорциональное числу частиц в “диске” с распределением по радиусу  $r$  Нишимуры, Каматы, Грейзена (НКГ) [12], в интервале энергий  $dW_e$ , в интервале радиусов  $dr$ , в интервале азимутов  $d\varphi$ , в интервале углов многократного рассеяния электронов  $d\theta_s$  и азимутов  $d\varphi_s$  есть  $f(W)dN_e(Z, W_e, r, \varphi, d\theta_s, d\varphi_s)$ . Тогда амплитуда электрического поля излучения “диска” с этой части трека ШАЛ  $E_\omega^d$

на частоте  $\omega$ , даётся 5-кратным интегралом:

$$E_{\omega}^d = \int \int \int \int \int f(W_e) N_e(Z, W_e, r, \varphi, \theta_s, \varphi_s) \times \\ \times E_{\omega}(Z, W_e, r, \varphi, \theta_s, \varphi_s) dW_e dr, d\varphi, d\theta_s, d\varphi_s, \quad (3)$$

где поле излучения отдельного электрона рассчитывается согласно модифицированной для учёта многократного рассеяния формуле Тамма (2)

$$E_{\omega}(Z, W_e, r, \varphi, \theta_s, \varphi_s) = \sin \theta_Z (e\omega^2/cn(Z))(v/c)(\exp(-ikR)/R) \times \\ \times \sin(kl(W_e)(1 - \beta n(Z) \cos \theta_Z))/(1 - \beta n(Z) \cos \theta_Z), \quad (4)$$

$$\cos \theta_Z = \frac{(r \cos \varphi - d) \sin \theta_s \cos \varphi_s + r \sin \varphi \sin \theta_s \sin \varphi_s + Z \cos \theta_s}{\sqrt{(d - r \cos \varphi)^2 + r^2 \sin^2 \varphi + Z^2}}. \quad (5)$$

Под интегралом по энергии в формуле (3) входит нормированная на 1 плотность распределения по энергии избыточных электронов  $f(W_e) = 0.15/W_e^2$  (энергия  $W_e$  в МэВ). Интегрирование по энергии ограничено в интервале энергий от 150 кэВ до 900 МэВ. Избыточные электроны с энергией менее 150 кэВ, хотя их число на порядки превышает учитываемое число избыточных электронов более высоких энергий, практически не излучают. Функция  $N_e(Z, W_e, r, \varphi, \theta_s, \varphi_s)$  включает в качестве сомножителей число электронов и позитронов  $N_e(s(Z))$  “диска” ШАЛ для первичной частицы с энергией  $W_0$  в соответствии с каскадной кривой для соответствующего возраста ливня  $s(Z)$  на высоте  $Z$  [14]

$$N_e(s(Z)) = 0.31 \exp(t(Z)[1 - 1.5 \ln(s(Z))]) / \sqrt{\ln(W_0/W_c)}, t(Z) = 26.03 \exp(-Z/H_0), \\ s(Z) = 3t(Z)/(2 \ln(W_0/W_c) + t(Z)), \quad (6)$$

нормированную функцию поперечного пространственного распределения электронов [14]

$$\rho(r) = \frac{0.366s(Z)^2(2.07 - s(Z))^{1.25}}{2\pi R_m(Z)} (r/R_m(Z))^{s(z)-2} (r/R_m(Z) + 1)^{s(z)-4.5}, \quad (7)$$

нормированную Гауссовскую функцию распределения по углам  $\theta_s$  многократного рассеяния  $f(\theta_s, W_e)$  с зависящим от энергии электрона  $W_e$  среднеквадратичным углом рассеяния  $\sigma(W_e) = 21 \text{ МэВ}/W_e$ ,

$$f(\theta_s, W_e) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma(W_e)^2}} \exp\left(-\frac{\theta_s^2}{2\sigma(W_e)^2}\right). \quad (8)$$

Учёт временного запаздывания на пути к антенне сигналов, излучаемых электронами со всех отдельных отрезков траектории ШАЛ, относительно сигнала, излучаемого отрезком в максимуме каскада проводится с использованием формулы для временного запаздывания  $\tau_i - \tau_{\max}$  сигнала с высоты  $Z_i$  по отношению к сигналу с высоты  $Z_{\max}$  (учитывается зависимость показателя преломления от высоты):

$$\tau_i - \tau_{\max} = \frac{1}{c \cos \theta_i} \int_0^{Z_i} dz n(z) - \frac{1}{c \cos \theta_{\max}} \int_0^{Z_{\max}} dz n(z) - (Z_i - Z_{\max})/c, \quad (9)$$

здесь  $\tau_i$  – время прихода сигнала на антенну с высоты  $Z_i$ ,  $\tau_{\max}$  – время прихода сигнала с высоты максимума ШАЛ,  $\cos \theta_i = 1 - d^2/2Z_i^2$ ,  $\cos \theta_{\max} = 1 - d^2/2Z_{\max}^2$ ,  $\theta_i$  и  $\theta_{\max}$  – углы между осью ШАЛ и направлениями на антенну из центров, соответствующих высотам “дисков” ШАЛ  $Z_i$ , (их фазовых центров). Соответственно фазовый сдвиг между двумя сигналами, пришедшими на антенну на частоте  $\omega$ , составит величину  $\varphi_i = \omega(\tau_i - \tau_{\max})$ , то есть поле излучения “диска” ШАЛ с отрезка длиной  $l_{\text{rad}}(Z_i)$  будет иметь множитель ослабления (потеря когерентности из-за фазового сдвига)  $\cos \varphi_i$ .

В результате при сложении всех сигналов, происходит потеря когерентности тем большая, чем больше рассматриваемая частота  $\omega$  и разность времён прихода ( $\tau_i - \tau_{\max}$ ). Это означает, что при достаточно высоких частотах  $\omega$ , только сравнительно небольшая длина полного трека ШАЛ (длина когерентности) будет давать главный вклад в суммарное поле на антенне. Наоборот, при малых частотах фазовые сдвиги с разных отрезков малы, и потери когерентности, связанные с фазовыми набегами, малы.

В заключение отметим, что предложенный микроскопический подход, учитывающий реальное движение электронов, их энергетический спектр и многократное рассеяние, занимает промежуточное положение между макроскопическими модельными подходами и микроскопическими численными методами, основанными на Монте-Карло кодах, учитывающих весь процесс развития ШАЛ.

Авторы выражают благодарность В. А. Рябову за обсуждение.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] T. Huege, Phys. Rep. **620**, 1 (2016); DOI: 10.1016/j.physrep.2016.02.001.
- [2] F. G. Schröder, Progr. Part. and Nucl. Phys. **93**, 1 (2017); DOI: 10.1016/j.pnpnp.2016.12.002.

- [3] M. W. E. Smith, D. B. Fox, D. F. Cowen, et al., *Astropart. Phys.* **45**, 56 (2013); DOI: 10.1016/j.astropartphys.2013.03.003.
- [4] W. D. Apel et al., *Astropart. Phys.* **47**, 54 (2013); DOI: 10.1016/j.astropartphys.2013.06.004.
- [5] O. Scholten, K. D. de Vries, K. Werner, *Nucl. Instrum. Methods (Supplement1) A* **662**, S80 (2012); DOI: 10.1016/j.nima.11.25.
- [6] M. Ludwig, T. Huege, *Astropart. Phys.* **34**, 438 (2011); DOI: 10.1016/j.astropartphys.2010.10.012.
- [7] F. D. Kahn, I. Lerche, *Proc. R. Soc. Lond. Ser. A Math. Phys. Sci.* **289**, 206 (1966); DOI: 10.1098. rspa.1966.0007.
- [8] O. Scholten, K. Werner, F. Rusydi, *Astropart. Phys.* **29**, 94 (2008); DOI: 10.1016/j.astropartphys.2007.11.012.
- [9] K. Verner, K. D. de Vries, O. Sholten, *Astropart. Phys.* **37**, 5 (2012); DOI: 10.1016/j.astropartphys.2012.07.007.
- [10] V. A. Tsarev, V. A. Chechin, *Bulletin of the Lebedev Physics Institute* **36**, 68 (2009); DOI: 10.3103/S1068335609030026.
- [11] V. A. Tsarev, V. A. Chechin, *Bulletin of the Lebedev Physics Institute* **36**, 76 (2009); DOI: 10.3103/S1068335609030038.
- [12] I. E. Tamm, *J. Phys.* **1**(5–6), 439 (1939).
- [13] В. М. Каргашев, П. С. Кизим, В. Е. Ковтун и др., *Космічна наука і технологія*, **16**(3), 13 (2010); <https://doi.org/10.15407/knit2010.03.003>.
- [14] K. Kamata, J. Nishimura, *Progr. Theoret. Phys. Suppl.*, № 6, 93 (1958); DOI: 10.1143/PTPS.6.93.

Поступила в редакцию 17 октября 2019 г.

После доработки 29 декабря 2019 г.

Принята к публикации 9 января 2020 г.