

УДК 534.08

РАСЧЕТ РЕЗОНАНСНЫХ КОЛЕБАНИЙ МИКРОМЕХАНИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА С ПРИСОЕДИНЕННОЙ МАССОЙ

Т. А. Ефимов¹, Р. В. Ромашко^{1,2}, Е. А. Рассолов^{1,2}, И. Н. Завестовская³

В работе рассмотрены методы расчета частоты резонансных колебаний осцилляторов прямоугольной формы. Выполнено теоретическое исследование работы микромеханического осциллятора на основе кремниевого кантилевера в задаче измерения массы присоединенных объектов. В работе рассмотрена зависимость механических параметров осциллятора от расположения активной (чувствительной) области на поверхности осциллятора. Для расчета резонансных частот использованы программные комплексы COMSOL Multiphysics и Mathcad.

Ключевые слова: осциллятор, кантилевер, резонансные колебания, микромеханический сенсор.

В настоящее время микромеханические резонансные сенсоры получили широкое распространение [1] и находят применение как детекторы наночастиц, биосенсоры, сенсоры концентрации молекул, сенсоры сверхмалых масс и т.д. Принцип работы микромеханического сенсора заключается в детектировании изменения механических параметров чувствительного элемента – осциллятора, вызванных изменением массы объектов, присоединенных к активированной поверхности осциллятора. Наиболее распространенным типом чувствительного элемента микромеханического сенсора являются кантилеверы. Определение частоты резонансных колебаний – ключевой момент в работе микромеханических сенсоров. Для многих типов кантилеверов аналитические формулы расчета резонансной частоты не дают корректного результата, поэтому в данной работе проведено исследование разных методов расчета резонансных частот, приводится сравнение рассчитанных резонансных частот с экспериментально измеренными.

¹ Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН, 690041 Россия, Владивосток, ул. Радио, 5; e-mail: tim2vl@yandex.ru

² Дальневосточный федеральный университет, 690091 Россия, Владивосток, ул. Суханова, 8.

³ ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53.

В общем случае кантилеверы – это осцилляторы или консоли, один из концов которых закреплен на жестком основании, другой остается свободным. Геометрические параметры кантилевера как правило подбираются таким образом, чтобы первая мода колебаний имела максимальную амплитуду, которая может быть рассчитана как [2]:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{k}{m_0} \right)^{1/2}, \quad (1)$$

где m_0 – масса кантилевера, k – коэффициент упругости, который в случае, если кантилевер в сечении имеет прямоугольную форму, связан с геометрическими параметрами как:

$$k = \frac{Ewt^3}{4l^3}. \quad (2)$$

Здесь E – модуль Юнга вещества, из которого изготовлен кантилевер, w – ширина кантилевера, t – толщина, l – длина. Как правило, в процессе своей работы микрорезонансный осциллятор присоединяет к себе объекты, подлежащие измерению. Величина изменения массы Δm связана с изменением резонансной частоты Δf следующим приближенным выражением [3]:

$$\Delta f = -\frac{f_0}{2m_0} \Delta m. \quad (3)$$

Применение данного аналитического выражения ограничено: присоединенная масса должна быть равномерно распределена по поверхности сенсора, и величина присоединенной массы должна быть во много раз меньше, чем масса самого кантилевера.

В случае, если присоединенная масса сосредоточена на свободном конце кантилевера, для расчета резонансной частоты может быть использовано следующее аналитическое выражение [4]:

$$f = \frac{\eta^2 t}{2\pi l^2} \left(\frac{E}{12\rho(1+4\gamma)} \right)^{1/2}, \quad (4)$$

где γ – отношение массы Δm , присоединенной к кантилеверу, к массе кантилевера m_0 ; ρ – плотность материала, из которого изготовлен кантилевер; η – безразмерный параметр, зависящий от γ как $\eta(\gamma) = 1.875/(1+4\gamma)$.

Выражения (1) и (4) позволяют рассчитать резонансную частоту кантилевера прямоугольной формы. Большинство коммерчески доступных кантилеверов имеют сложную форму. В настоящей работе для расчета резонансных частот кантилеверов сложной формы использован программный пакет COMSOL Multiphysics 5.3a.

Для расчета резонансной частоты кантилеверов сложной формы использована геометрия коммерческого АСМ кантилевера NSG10 компании NT-MDT с размерами

$180 \times 40 \times 7$ мкм³ (рис. 1). В программном пакете COMSOL Multiphysics с использованием модуля Solid Mechanics и Eigenfrequency Study выполнены исследования на собственные частоты с учетом анкерных и термовязких потерь. Численно рассчитанная частота собственных колебаний кантилевера NSG10 в случае отсутствия присоединенных объектов составила 183866 Гц. Чувствительность микромеханических сенсоров к определенным объектам достигается за счет активации (функционализации) поверхности чувствительного элемента – кантилевера. Последний может быть активирован полностью по всей поверхности или частично. В настоящей работе выполнено исследование механических параметров колебаний для двух вариантов активации в соответствии с рис. 1: полностью одной из сторон кантилевера или частичной – активации небольшой области на свободном конце, которая составляла 3% от площади всей поверхности кантилевера. Для активации выбрана сторона, на которой располагается зонд (игла), так как другая сторона кантилевера как правило используется для детектирования колебаний и выполняется зеркальной для лучшего отражения зондирующего лазерного пучка.

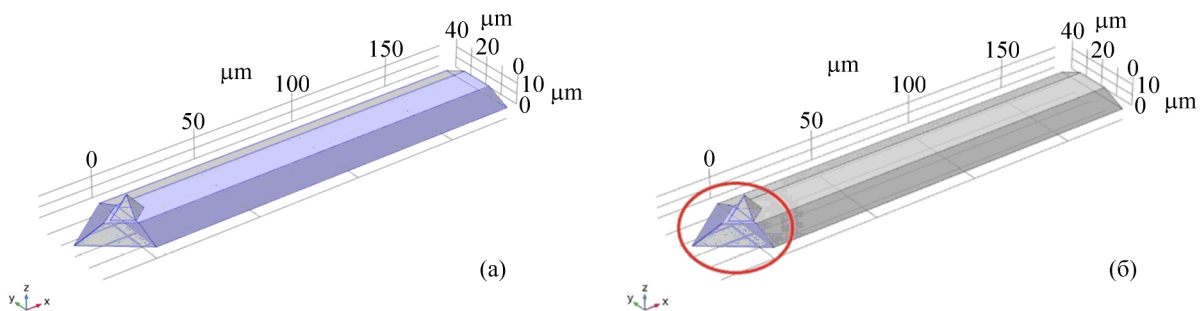


Рис. 1: Геометрия кремниевого кантилевера, используемая в процессе моделирования в среде COMSOL Multiphysics при (а) активации одной из сторон кантилевера; (б) активации только небольшой области на свободном конце кантилевера.

В процессе расчётов получены зависимости механических параметров колебаний кантилевера от величины присоединенной массы, показанные на рис. 2. Как видно из рис. 2(а), активация области на свободном конце кантилевера обеспечивает большую чувствительность, которая определяется как отношение смещения резонансной частоты к величине присоединенной массы, чем активация полностью одной стороны кантилевера. Чувствительность биосенсора при активации всей поверхности составила 1.45×10^{12} Гц/г, при активации 6% поверхности – 5.4×10^{12} Гц/г, при расчете зави-

симости резонансных частот от присоединенной массы с использованием выражения (4) чувствительность составила 4.9×10^{12} . Кроме того, в соответствии с рис. 2(б), при частичной активации поверхности наряду с лучшей чувствительностью наблюдается существенный рост добротности при больших величинах присоединенной массы (при большом отношении присоединенной массы к массе кантилевера).

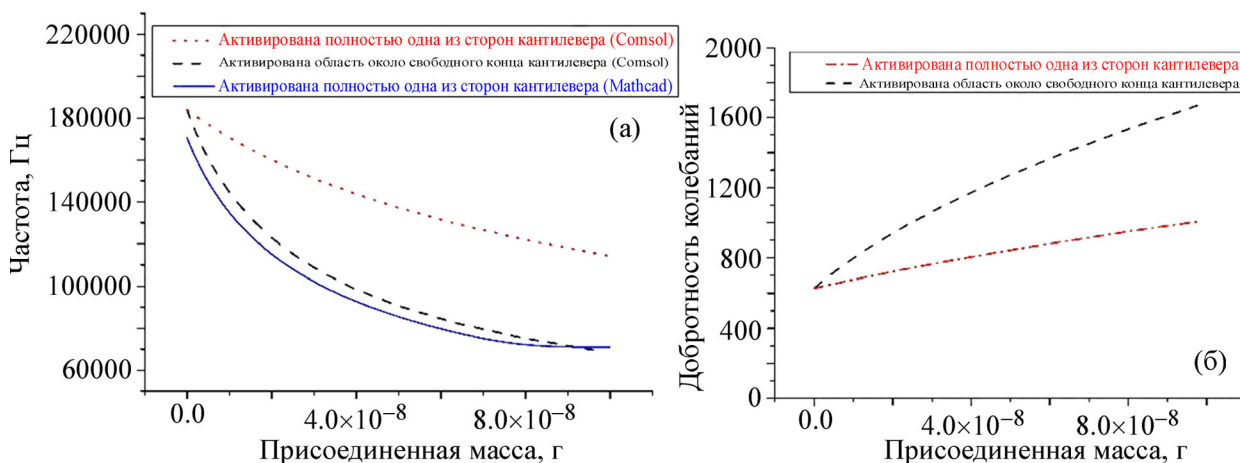


Рис. 2: Результат численного моделирования резонансных колебаний для случая активации одной из сторон кантилевера с массой 8.4 нг и активации небольшой области в соответствии с рис. 1; (а) зависимость частоты собственных колебаний от величины присоединенной массы; (б) зависимость добротности колебаний от величины присоединенной массы.

Следует отметить, что в процессе моделирования не учитывалось демпфирующее влияние слоя объектов, присоединенных к поверхности кантилевера. Величина таких потерь зависит от рода, состава, количества, способа присоединения конкретных объектов (такими объектами могут быть молекулы, наночастицы, бактерии, белки, биопленки и др.) Однако в независимости от указанных выше параметров, в общем случае величина потерь будет меньше, если выполняется условие частичной активации на свободном конце кантилевера. Кроме того, активация только свободного конца кантилевера позволяет уменьшить потери энергии колебаний при большом значении присоединенной массы. В свою очередь, уменьшение потерь в целом положительно отражается на рабочих характеристиках микромеханического сенсора.

Для экспериментального измерения резонансных частот кантилеверов в настоящей работе использован адаптивный голографический интерферометр, основанный на двухволновом взаимодействии волн в фоторефрактивном кристалле CdTe [5, 6]. В табл. 1

приведены результаты расчета резонансных частот с использованием аналитического выражения (4), в программном комплексе COMSOL Multiphysics и результат измерения с помощью адаптивного интерферометра.

Т а б л и ц а 1

Теоретически рассчитанные и экспериментально измеренные частоты резонансных колебаний для различных кантилеверов

Тип кантилевера	Частота колебаний, рассчитанная в Mathcad с использованием выражения (4)	Частота колебаний, рассчитанная в COMSOL Multiphysics	Экспериментально измеренная частота колебаний
Кантилевер №1 длина 180 мкм, ширина 40 мкм; толщина 7 мкм	170487 Гц	183866 Гц	182611 ± 18 Гц
Кантилевер №2 длина 110 мкм; ширина 30 мкм; толщина 15 мкм	301344 Гц	31299 Гц	309610 ± 63 Гц
Кантилевер №3 длина 220 мкм; ширина 40 мкм; толщина 2 мкм	22830 Гц	24830 Гц	21588 Гц

Анализ полученных экспериментальных результатов позволяет заключить, что все методы расчета резонансной частоты, описанные выше, позволяют получить правильную оценку резонансной частоты кантилевера. Для кантилевера № 3 сильное различие рассчитанной и измеренной частоты объясняется вкладом структурных дефектов, возникших в процессе изготовления кантилевера. Влияние дефектов на механические свойства является существенным для более длинных и тонких кантилеверов.

В работе [7] представлен результат экспериментального измерения толщины золотой пленки, осажденной на свободном конце кантилевера, по изменению резонансной частоты. Принимая во внимание площадь и толщину золотой пленки, численно рассчитан сдвиг резонансной частоты в программном комплексе COMSOL Multiphysics. Резуль-

тат расчета сдвига частоты резонансных колебаний показал хорошее согласование с экспериментально измеренным сдвигом.

Таким образом, в настоящей работе рассмотрены методы расчета резонансных колебаний кантилеверов в программных пакетах Mathcad и COMSOL Multiphysics. Показано, что способ активации кантилевера, при котором присоединенная масса располагается на его свободном конце, позволяет улучшить чувствительность микромеханического сенсора и повысить точность определения резонансной частоты.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 18-32-00574 мол_а.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] Xu Yong Ping, ed. by MEMS Silicon, *Oscillating Accelerometers and Readout Circuits* (River Publishers, 2019).
- [2] S. Singamaneni, M. C. LeMieux, H. P. Lang, et al., *Advanced Materials* **20**(4), 653 (2008). DOI: 10.1002/adma.200701667.
- [3] K. Jensen, Kwanpyo Kim, and A. Zettl, *Nature nanotechnology* **3**(9), 533 (2008). DOI: 10.1038/nnano.2008.200.
- [4] B. Ilic, H. G. Craighead, S. Krylov, et al., *Journal of Applied Physics* **95**(7), 3694 (2004). DOI: 10.1063/1.1650542.
- [5] Kamshilin, A. Alexei, V. Roman, Romashko, and Yuri N. Kulchin, *Journal of Applied Physics* **105**(3), 1 (2009). DOI: 10.1063/1.3049475.
- [6] R. V. Romashko, T. A. Efimov, and Yu. N. Kulchin, *Measurement Science Review* **14**(3), 160 (2014). DOI: 10.2478/msr-2014-0021.
- [7] С. А. Ермолаев, Р. В. Ромашко, Т. А. Ефимов и др., *Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники* **1** (31), 118 (2014). <https://journal.tusur.ru/ru/arhiv/1-2014>.

Поступила в редакцию 9 апреля 2020 г.

После доработки 21 июня 2020 г.

Принята к публикации 22 июня 2020 г.