

УХУДШЕНИЕ ЧИСТОТЫ МОДЫ МИКРОВОЛНОВОГО ПУЧКА НА ПЕРИФЕРИИ ПЛАЗМЫ В СТЕЛЛАРАТОРЕ Л-2М

М. А. Терещенко

Представлен теоретический анализ линейного взаимодействия (трансформации) двух волновых мод в периферийном слое неоднородной плазмы, удерживаемой магнитным полем. Эта трансформация служит причиной ухудшения чистоты вводимой в плазму X-моды, оптимальной для электронно-циклотронного нагрева плазмы на второй гармонике гирочастоты. Показано, что в условиях стелларатора Л-2М дефект чистоты моды по мощности излучения может составлять не более 6%. Возрастание дефекта чистоты моды из-за сколь угодно большой крутизны профиля концентрации электронов в периферийном слое оказывается незначительным.

Ключевые слова: микроволновые пучки, линейная трансформация мод, электронно-циклотронный нагрев плазмы, чистота моды.

Введение. Электронно-циклотронный нагрев (ЭЦН) плазмы является одним из основных процессов практически во всех экспериментах на установках с магнитным удержанием плазмы. Существуют различные сценарии ЭЦН, и в каждом из них эффективность нагрева зависит от настройки параметров коллимированного микроволнового пучка, в виде которого электромагнитное излучение вводится в плазму. В анизотропной среде, которой является магнитоактивная плазма, вводимое излучение представляет собой суперпозицию двух нормальных мод, обычно называемых обыкновенной (О) и необыкновенной (Х). В большей части объема плазмы дисперсионные соотношения этих мод сильно различаются и в линейном приближении эти моды распространяются независимо, без обмена энергией. Однако на границе вакуум-плазма анизотропия неизбежно вырождается, и в периферийном слое плазмы происходит линейное взаимодействие (трансформация) двух мод. Интенсивность такого взаимодействия зависит

от степени неоднородности плазмы в этом слое. Обычно для хорошо локализованного ЭЦН излучение должно вводиться таким образом, чтобы в основном объеме плазмы распространялась преимущественно одна, О- или Х-мода, в зависимости от выбранного сценария. При известных пространственных распределениях магнитного поля и плотности плазмы эта задача решается выбором оптимальной поляризации вводимого излучения.

В стеллараторе Л-2М для ЭЦН используется излучение с частотой 75 ГГц, вводимое в экваториальной плоскости установки перпендикулярно к магнитной оси, в направлении возрастания модуля магнитного поля. В центральной области плазмы микроволновый пучок пересекает зону резонанса на второй гармонике электронной циклотронной (ЭЦ) частоты и часть его мощности, заключенная в Х-моду, практически полностью поглощается. При этом для О-моды при типичных значениях плотности и температуры электронов поглощение мощности составляет всего 1–2% за один проход зоны резонанса. Непоглощенное в плазме излучение большей частью отражается от стенки вакуумной камеры стелларатора и снова попадает в плазму. Так как направление распространения и поляризация отраженного излучения не контролируются, оно в дальнейшем рассеивается внутри вакуумной камеры и постепенно поглощается при пересечении резонансных поверхностей, расположенных в объеме плазмы. Обеспечить преимущественный нагрев центральной области плазмы такое рассеянное излучение не может.

В данной работе осуществлен детальный теоретический анализ нежелательного эффекта перекачки части мощности вводимого излучения с поляризацией, соответствующей Х-моду, в возбуждаемую в периферийном слое плазмы О-моду. Такой дефект чистоты моды нетривиальным образом зависит от параметров неоднородности плазмы и квазистационарного магнитного поля в конкретной установке. Обычно [1–4] подобные расчеты выполняются путем численного решения модельного одномерного волнового уравнения (вдоль направления распространения волны) и не позволяют установить общие физические зависимости дефекта чистоты моды. Представленные ниже результаты восполняют этот пробел.

Необходимо отметить принципиальное отличие рассматриваемого в данной работе эффекта от явления пространственного изменения поляризации излучения, представляющего собой суперпозицию независимо распространяющихся в неоднородной плазме Х- и О-мод (для такого явления существуют относительно простые расчетные методы [5], но оно не влияет на локализацию энерговклада при ЭЦН).

Дефект чистоты моды, возникающий в периферийном слое плазмы. Перекачка энергии между двумя модами в периферийной плазме может быть описана как в рамках квазиизотропного приближения геометрической оптики [6, 7], так и в рамках недавно разработанной теории бифуркации микроволновых пучков в неоднородной плазме [8]. В данной работе мы будем пользоваться результатами [8] для демонстрации возможностей этого метода, применимость которого не ограничена ни степенью анизотропии плазмы, ни эффектами, обусловленными трехмерностью магнитной конфигурации. По сравнению с общим случаем бифуркации микроволновых пучков, взаимодействие двух мод в периферийном слое плазмы имеет характерное свойство, упрощающее анализ: осевые траектории пучков, представляющих Х- и О-моды, параллельны в этом слое. Это позволяет использовать параксиальное приближение непосредственно, без необходимости предварительного перехода в специальное пространственно-спектральное представление. В этом случае система амплитудных уравнений типа Баддена–Кравцова для взаимодействующих мод (обозначим их индексами 1 и 2), полученная в [8], записывается в следующем виде:

$$\begin{aligned} 2\frac{d|E^{(1)}|}{ds} + U^{(1)}|E^{(1)}| - \operatorname{Re}W|E^{(2)}| &= 0, \\ 2\frac{d|E^{(2)}|}{ds} + U^{(2)}|E^{(2)}| + \operatorname{Re}W|E^{(1)}| &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$U^{(m)} = \frac{\partial^2 \lambda^{(m)}}{\partial r_\alpha \partial k_\alpha} + \frac{\partial^2 \lambda^{(m)}}{\partial k_\alpha \partial k_\beta} \operatorname{Re}Q_{\alpha\beta}^{(m)}, \quad W = \frac{\partial(\lambda^{(1)} + \lambda^{(2)})}{\partial k_\alpha} \mathbf{e}^{(2)*} \cdot \frac{\partial \mathbf{e}^{(1)}}{\partial r_\alpha} \frac{E^{(1)} E^{(2)*}}{|E^{(1)}| |E^{(2)}|}.$$

Здесь $E^{(m)} \mathbf{e}^{(m)}$ – электрическое поле моды с индексом m на оси пучка, $|\mathbf{e}^{(m)}| = 1$, \mathbf{r} – координаты точки в произвольной декартовой системе координат, \mathbf{k} – значение волнового вектора в этой же системе, $Q_{\alpha\beta}^{(m)} = \partial^2 \arg E^{(m)} / \partial r_\alpha \partial r_\beta$, $\lambda^{(m)}(\mathbf{r}, \mathbf{k}, \omega)$ и $\mathbf{e}^{(m)}(\mathbf{r}, \mathbf{k}, \omega)$ – собственное значение и связанный с ним собственный вектор (комплексный) дисперсионного тензора неоднородной плазмы, определяющие дисперсионные свойства моды ($\lambda^{(m)} = 0$ для свободно распространяющейся моды в отсутствие диссипации) и ее поляризацию. По повторяющимся греческим индексам подразумевается суммирование от 1 до 3. В рамках асимптотических коротковолновых методов решения волновых уравнений, называемых лучевыми методами геометрической оптики, производится расчет двух параметрически заданных трехмерных кривых $\mathbf{R}^{(m)}(s)$ и $\mathbf{K}^{(m)}(s)$. Первая из них определяет пространственную траекторию переноса энергии волны, а вторая – значение волнового вектора в каждой точке первой траектории. Геометрооптический параметр s

может быть задан, вообще говоря, произвольным образом. В (1) переменная s определена таким образом, что уравнения лучевых траекторий (бихарактеристик) имеют вид $d\mathbf{R}^{(m)}/ds = \partial\lambda^{(m)}/\partial\mathbf{k}$, $d\mathbf{K}^{(m)}/ds = -\partial\lambda^{(m)}/\partial\mathbf{r}$; все значения частных производных функций $\lambda^{(m)}$ и $\mathbf{e}^{(m)}$ вычисляются в соответствующих точках бихарактеристик, то есть при $\mathbf{r} = \mathbf{R}^{(m)}(s)$, $\mathbf{k} = \mathbf{K}^{(m)}(s)$. Такое определение s пригодно для расчетов во всех ситуациях, кроме резонанса на основной гармонике ЭЦ частоты (подробнее см. [9]). Перекачка энергии от основной моды ($m = 1$) к зарождающейся побочной моде ($m = 2$), описываемая уравнениями (1), начинается на границе плазмы в условиях фазовой когерентности $\text{Im}W = 0$, $\text{Re}W < 0$. В периферийном слое плазмы величина $|\arg W|$ постепенно возрастает из-за увеличивающейся разницы в показателях преломления мод и при $|\arg W| \sim 1$ взаимодействие мод практически прекращается, так как между ними возникает зона непрозрачности в \mathbf{k} -пространстве. При этом в амплитудных уравнениях (1) последние слагаемые в левых частях обращаются в ноль и эти уравнения описывают независимое распространение мод в виде гауссовых пучков.

Для теоретического анализа эффектов, описываемых уравнениями (1), необходимо получить в явном виде зависимости величин $\lambda^{(m)}$ и $\mathbf{e}^{(m)}$ от \mathbf{r} и \mathbf{k} . Дисперсионный тензор Λ связан (с точностью до постоянного множителя) с тензором диэлектрической проницаемости плазмы ε соотношением $\Lambda_{\alpha\beta} = n^2\delta_{\alpha\beta} - n_\alpha n_\beta - \varepsilon_{\alpha\beta}$, $\mathbf{n} = \mathbf{k}c/\omega$. В ЭЦ диапазоне частот ω , без учета теплового движения электронов, в системе координат, ориентированной так, что квазистатическое магнитное поле $\mathbf{B} = (0, 0, B)$ и $\mathbf{n} = (n_\perp, 0, n_\parallel)$, дисперсионный тензор имеет вид (см. выражение для ε , напр., в [10])

$$\Lambda = \begin{pmatrix} n_\parallel^2 - 1 + qw & -iq\sqrt{uw} & -n_\perp n_\parallel \\ iq\sqrt{uw} & n^2 - 1 + qw & 0 \\ -n_\perp n_\parallel & 0 & n_\perp^2 - 1 + q \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Здесь $q = \omega_{\text{pe}}^2/\omega^2$, $u = \omega_{\text{ce}}^2/\omega^2$, $w = (1 - u)^{-1}$, ω_{pe} и ω_{ce} – плазменная и циклотронная частоты электронов. Параметр q , пропорциональный концентрации электронов, в периферийном слое плазмы можно считать много меньшим единицы (для X-моды при $u \approx 1/4$ максимальное достижимое значение q в плазме составляет приблизительно $1/2$). Диагонализация Λ легко осуществляется численными методами с высокой точностью (см., напр., [11]), однако для выяснения физических закономерностей получение пусть приближенных, но аналитических выражений для величин, входящих в (1), намного полезнее. С точностью до $o(q)$ из (2) имеем

$$\lambda^{(1),(2)} \approx n^2 - 1 + \frac{q}{2}(y + 2w \mp yg), \quad \lambda^{(3)} \approx -1 + q[w + z(1 - w)], \quad (3)$$

где $y = (1-z)(1-w)$, $z = n_{\parallel}^2/n^2$, $g = \sqrt{1 + 4u^{-1}z(1-z)^{-2}}$. Из выражений (3) видно, что дисперсионные соотношения для Х- и О-моды порождаются соответственно уравнениями $\lambda^{(1)} = 0$ и $\lambda^{(2)} = 0$. Выпишем приближенные выражения для компонент собственных векторов, связанных с $\lambda^{(m)}$ ($m = 1, 2$), в используемой системе координат:

$$\begin{aligned} |e_1^{(m)}|^2 &= \frac{z(z + qF_{\mp})^2(g \mp 1)}{z^2(1-z)(g \mp 1) + (z + qF_{\mp})^2(q \pm 1 + z(g \mp 1))}, \\ e_2^{(m)} &= -\frac{2ie_1^{(m)}}{\sqrt{u}(1-z)(1 \mp g)}, \\ e_3^{(m)} &= -\frac{\sqrt{z(1-z)}e_1^{(m)}}{z + qF_{\mp}}, \end{aligned} \quad (4)$$

где верхний и нижний знаки соответствуют $m = 1$ и $m = 2$, $F_{\mp} = n^{-2}[(1 \mp g)y/2 + w - 1]$, а значения $\arg e_1^{(m)}$ произвольны. С помощью (3) и (4), учитывая, что в периферийном слое при квазиперпендикулярном вводе излучения ($z \ll 1$) $\mathbf{e}^{(2)*} \cdot \partial \mathbf{e}^{(1)}/\partial r_{\alpha} \approx e_3^{(2)*} \partial e_3^{(1)}/\partial r_{\alpha}$, получаем

$$\frac{\partial(\lambda^{(1)} + \lambda^{(2)})}{\partial k_{\alpha}} \mathbf{e}^{(2)*} \cdot \frac{\partial \mathbf{e}^{(1)}}{\partial r_{\alpha}} \approx \frac{2e_1^{(2)*} e_1^{(1)}}{(z + qF_{-})^2(z + qF_{+})} \mathbf{n} \cdot [(qF_{-} - z)\bar{\nabla}z - 2zF_{-}\bar{\nabla}q], \quad (5)$$

где $\bar{\nabla} = (c/\omega)\nabla$ – безразмерный градиент. В стеллараторе Л 2М в области ввода микроволнового пучка в плазму неоднородность B вдоль \mathbf{n} очень мала и поэтому в (5) не учитывается, $\mathbf{n} \cdot \bar{\nabla}q \approx 0.91|\bar{\nabla}q|$, $\mathbf{n} \cdot \bar{\nabla}z \approx -0.012z$, $z \approx 0.096$, $u \approx 0.22$, $F_{-} \approx 0.4$, $F_{+} \approx -0.1$. Отметим, что (5), в отличие от (4), не зависит от выбора системы координат. Для анализа уравнений (1) необходимы также выражения

$$\frac{\partial^2 \lambda^{(m)}}{\partial r_{\alpha} \partial k_{\alpha}} \approx z(1-w) \left(1 \mp \frac{2}{ug}\right) \mathbf{n} \cdot \bar{\nabla}q, \quad \frac{\partial^2 \lambda^{(m)}}{\partial k_{\alpha} \partial k_{\beta}} \approx 2\frac{c^2}{\omega^2} \delta_{\alpha\beta}. \quad (6)$$

При $|z + qF_{\mp}| \ll 1$ первое из выражений (6) по модулю много меньше выражения (5), поэтому в случаях, аналогичных Л-2М, где вводимый микроволновый пучок имеет почти плоский волновой фронт ($\text{Re}\mathbf{Q}^{(m)} \rightarrow 0$), в уравнениях (1) можно считать $|U^{(m)}| \ll |W|$. В этом приближении для вычисления дефекта чистоты моды вместо системы (1) можно использовать всего одно уравнение

$$\frac{d}{ds} \arctg \frac{|E^{(2)}|}{|E^{(1)}|} = -\frac{1}{2} \text{Re}W. \quad (7)$$

Заметим, что величины q и $\bar{\nabla}q$, входящие в выражение (5), являются быстрыми функциями s в периферийном слое плазмы, в отличие от u , z , и $\bar{\nabla}z$, которые можно считать параметрами геометрии ввода пучка.

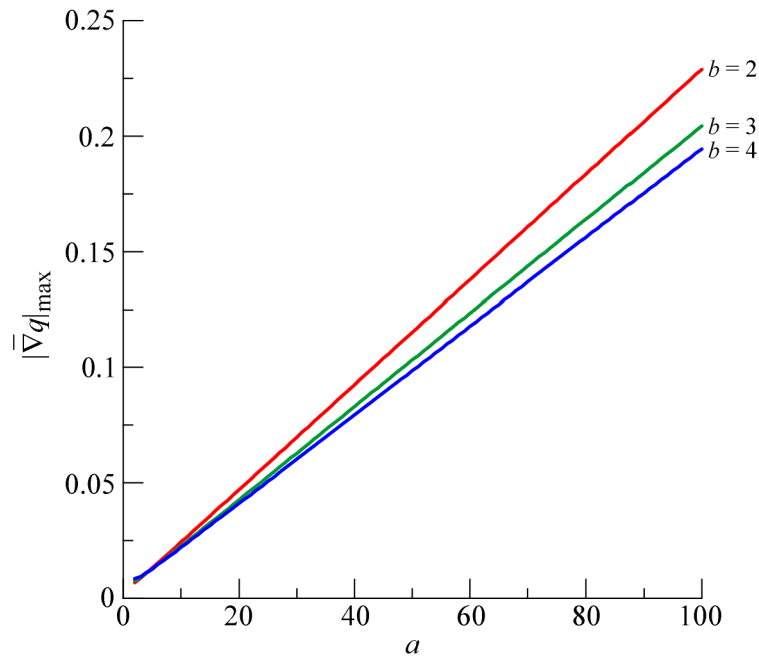


Рис. 1: Зависимости максимального безразмерного градиента концентрации электронов от параметра a в стеллараторе Л-2М при $q_0 = 0.5$.

Профили электронной концентрации в периферийном слое плазмы, наблюдающиеся в экспериментах [12], можно локально аппроксимировать зависимостями вида $q = q_0(1 - \rho^a)^b$, где ρ – средний радиус магнитной поверхности, нормированный на его максимальное значение на границе вакуум-плазма (таким образом, в плазме $0 \leq \rho \leq 1$), а параметры a и b больше единицы. При этом, как видно из рис. 1, параметр a практически линейно связан с максимальной абсолютной величиной безразмерного градиента концентрации $|\bar{\nabla}q|_{\max}$ в периферийном слое. Параметр b определяет гладкость профиля концентрации в пограничном слое и влияние величины b (в пределах нескольких единиц) на величину $|\bar{\nabla}q|_{\max}$ незначительно. Численное интегрирование уравнения (7) с правой частью, определяемой выражением (5), проводилось от $s = 0$ (вход пучка в плазму, $E^{(2)} = 0$, $|\arg W| = 0$) до значения $s = \Delta s$, при котором $|\arg W| = 1$. Результаты представлены на рис. 2 в виде двухпараметрической зависимости отношения $|E^{(2)}(\Delta s)|/|E^{(1)}(\Delta s)|$, определяющего окончательный дефект чистоты вводимой моды. Диапазон параметров, характерный для ЭЦН в стеллараторе Л-2М, показан на рис. 2 красной линией со стрелкой: величина n_{\parallel} на входе в плазму постоянна во времени и равна 0.23 (уменьшается до 0 на траектории пучка по мере приближения к магнитной оси). Параметр a составляет 6–8 в ходе ЭЦН с вводимой мощностью излучения до 200 кВт и в

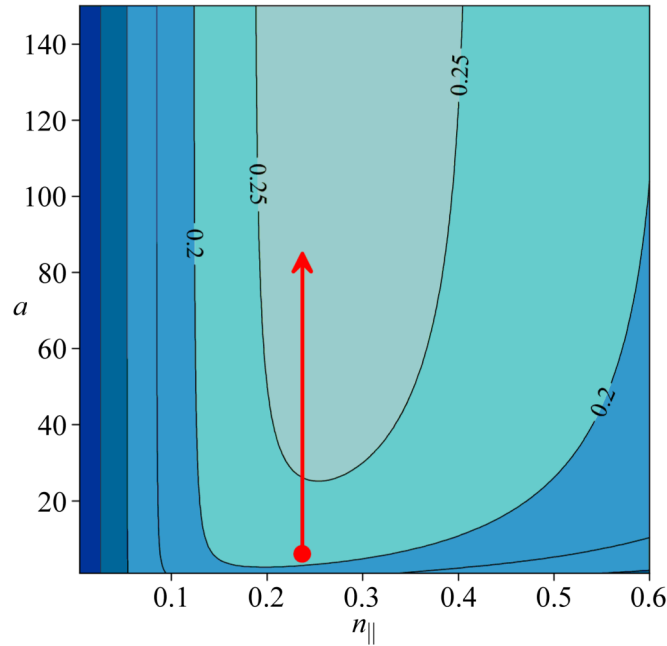


Рис. 2: Зависимость величины $|E^{(2)}(\Delta s)|/|E^{(1)}(\Delta s)|$ от параметров $n_{||}$ и a при $q_0 = 0.5$, $b = 3$. Красная линия со стрелкой показывает характерный дрейф параметра a , соответствующий увеличению крутизны профиля концентрации электронов в ходе ЭЦН в условиях стелларатора Л-2М, при неизменном значении $n_{||}$.

начальной фазе ЭЦН с более высокой мощностью (до 1 МВт). В последнем случае профиль концентрации электронов значительно изменяется в ходе ЭЦН, он перестает быть монотонным, и к концу ЭЦН максимум концентрации наблюдается при $\rho \approx 0.9$. Таким образом, максимальный градиент концентрации на периферии плазмы вырастает примерно в 10 раз, и параметр a может превышать 60. Как видно из рис. 2, в таких условиях установившаяся величина $|E^{(2)}|/|E^{(1)}|$ составляет примерно 25%, причем это значение близко к максимальному достижимому. При многократном возрастании градиента концентрации величина $|E^{(2)}|/|E^{(1)}|$ возрастает всего на 5%. В результате дефект чистоты вводимой X-моды по мощности излучения $|E^{(2)}|^2/(|E^{(1)}|^2 + |E^{(2)}|^2)$ не превышает 6%. Мы приходим к выводу, что рассмотренный эффект способен несколько ухудшить локализацию энерговклада ЭЦН в эксперименте, но все же не является значительным. Может показаться неожиданным, что величина дефекта чистоты моды достигает насыщения при неограниченном росте градиента концентрации электронов, причем на относительно невысоком уровне. Это объясняется тем, что, несмотря на сколь угодно большое увеличение значения $|\bar{\nabla}q|$ в правой части уравнения (7), его интеграл ограни-

чен: $\int_0^{\Delta s} |\bar{\nabla}q| ds \approx (\Delta s)/2$, $q(\Delta s) \leq q_0$. Выражения (4) и (5) позволяют утверждать, что максимальный коэффициент, с которым $|\bar{\nabla}q|$ входит в правую часть уравнения (7), при $0 < u < 0.5$ не может быть существенно выше значений, соответствующих рис. 2. Поэтому полученные численные результаты будут характерны для ЭЦН плазмы на второй гармонике гирочастоты в любой тороидальной магнитной ловушке.

Заключение. В данной работе представлен теоретический анализ линейного взаимодействия двух волновых мод в периферийном слое неоднородной плазмы, удерживаемой магнитным полем. Это взаимодействие служит причиной потери чистоты вводимой в плазму X-моды, оптимальной для ЭЦН в окрестности резонанса на второй гармонике ЭЦ частоты. Показано, что в условиях ЭЦН в стеллараторе Л-2М дефект чистоты моды по мощности излучения может составлять от 4% при “стандартном” профиле концентрации электронов до 6% при значительно более крутом профиле. В экспериментах резкое возрастание градиента концентрации электронов на периферии плазмы наблюдается в ходе ЭЦН с высокой мощностью вводимого излучения. Одновременно с этим радиальный профиль электронной температуры становится более широким и плоским в центральной части плазмы. Такой эффект с большой вероятностью вызван ухудшением локализации энергоклада при ЭЦН. Ранее в [13] в качестве возможной причины этого рассматривалось повышение рефракции микроволнового пучка при перестройке профиля концентрации электронов и, как следствие, его отклонение от экваториальной плоскости установки. Возрастание дефекта чистоты X-моды также должно приводить к некоторому ухудшению локализации энергоклада, однако полученные результаты показывают, что рассмотренный эффект сам по себе не может быть причиной наблюдаемого явления. Такой же вывод справедлив и для других стеллараторов и токамаков.

Данная работа входит в число исследований по государственному заданию “Физика высокотемпературной плазмы. Фундаментальные проблемы динамики, удержания и нагрева плазмы в трехмерных магнитных конфигурациях” (АААА-А19-119121790086-9).

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] K. Nagasaki, A. Ejiri, T. Mizuuchi, et al., Phys. Plasmas **6**, 556 (1999).
<https://doi.org/10.1063/1.873200>.
- [2] А. С. Сахаров, М. А. Терещенко, Физика плазмы **28**, 584 (2002).
<https://doi.org/10.1134/1.1494051>.

- [3] T. Ii Tsujimura, S. Kubo, H. Takahashi, et al., Nucl. Fusion **55**, 123019 (2015).
<https://doi.org/10.1088/0029-5515/55/12/123019>.
- [4] I. Vakulchyk, P. Aleynikov, and N. B. Marushchenko, Proc. 43rd EPS Conf. Plasma Physics (Leuven, Belgium, 2016). Vol. 40A (ECA), P4.021.
- [5] S. E. Segre, and V. Zanza, Phys. Plasmas **18**, 092107 (2011).
<https://doi.org/10.1063/1.3631700>.
- [6] В. В. Железняков, В. В. Кочаровский, Вл. В. Кочаровский, УФН **141**, 257 (1983).
<https://doi.org/10.1070/PU1983v026n10ABEH004518>.
- [7] Ю. А. Кравцов, О. Н. Найда, А. А. Фуки, УФН **166**, 141 (1996).
<https://doi.org/10.1070/PU1996v039n02ABEH000131>.
- [8] М. А. Терещенко, Физика плазмы **46**, 667 (2020).
<https://doi.org/10.1134/S1063780X20070090>.
- [9] M. Tereshchenko, F. Castejón, and A. Carra, Informes Técnicos CIEMAT No.1134 (Madrid, EURATOM/CIEMAT, 2008).
- [10] В. Л. Гинзбург, *Распространение электромагнитных волн в плазме* (М., Наука, 1967).
- [11] J. Корр, Int. J. Mod. Phys. C **19**, 523 (2008).
<https://doi.org/10.1142/S0129183108012303>.
- [12] A. I. Meshcheryakov, G. M. Batanov, V. D. Borzosekov, et al., Journal of Physics: Conf. Series **907**, 012016 (2017). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/907/1/012016>.
- [13] Г. М. Батанов, В. Д. Борзосеков, Л. В. Колик и др., Физика плазмы **40**, 875 (2014).
<https://doi.org/10.1134/S1063780X14100018>.

Поступила в редакцию 17 июня 2020 г.

После доработки 28 октября 2020 г.

Принята к публикации 29 октября 2020 г.