

УДК 539.3; 538.9; 537.29

УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ ОДНОЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ КВАНТОВЫХ КОЛЬЦАХ

А. М. Мандель¹, В. Б. Ошурко^{1,2}, С. М. Першин¹, К. Г. Соломахо¹

Установлено, что одноэлектронные состояния в тонких квантовых кольцах на основе полупроводниковых гетероструктур удовлетворяют специальным правилам отбора, связанным с наличием двух неэквивалентных гетерограниц. Показано, что, подбирая внешний и внутренний радиус кольца, можно добиться того, чтобы (для данной гетероструктуры) в кольце существовал единственный устойчивый одноэлектронный уровень с заранее выбранными характеристиками.

Ключевые слова: тонкие квантовые кольца, одноэлектронные состояния, правила отбора.

Одна из важнейших проблем спинтроники, квантового компьютеринга и лазерной физики – формирование мезоскопических систем, в которых могут устойчиво существовать одноэлектронные состояния с возможно более предсказуемыми параметрами. Квантовые точки (в пределе идеальные [1]) – наиболее известные мезосистемы такого рода. Квантовые кольца, чрезвычайно активно изучаемые в настоящее время [2–9] – следующий шаг на этом пути.

В подавляющем большинстве работ по данной тематике изучаются явления, так или иначе связанные с коллективным движением частиц в кольце. Это – незатухающие токи (persistent currents) [2–4], эффект Ааронова–Бома и дробное квантование магнитного потока [2, 4, 5], влияние интерференции состояний [3, 6] и их взаимодействия [2, 3, 7–9] на динамику частиц и т. д. В квантовых кольцах задача многих тел может быть решена точно, причем даже для взаимодействующих частиц [2, 3, 10]. При этом чаще всего не приводится конкретное выражение для радиального удерживающего потенциала кольца и постулируется, что бесконечно тонкое кольцо может удерживать неограни-

¹ МГТУ “СТАНКИН”, 127994 Россия, Москва, Вадковский пер., 1; e-mail: arkadimandel@mail.ru.

² ИОФ РАН, 119991 Россия, Москва, ул. Вавилова, 38.

ченное число частиц [2–4]. Реже для расчета радиальных функций явно используется параболический потенциал [2, 3], так называемый потенциал Тана–Инксона [11] либо двухъямный [12]. В этих потенциалах имеет место неограниченный асимптотический рост потенциальной энергии при удалении частицы, что приводит к полному конфайнменту для электронов. Ясно, что в такой потенциал можно “упаковать” неограниченное число электронных состояний.

Это обстоятельство маскирует другое важное свойство кантовых колец – способность выделять и устойчиво сохранять отдельные одноэлектронные состояния с определенными характеристиками. Наличие двух неэквивалентных гетерограниц, на которых необходимо сшивать радиальные волновые функции, делает такие кольца своеобразными квантовыми фильтрами. Отметим, что часто используемая для оценок модель кольцевой δ -ямы это свойство принципиально “не отслеживает”, поскольку две гетерограницы стягиваются в одну.

Рассмотрим это свойство кольца применительно к рассматриваемой задаче. Очевидно, что далеко не любая комбинация внешнего R_{ex} и внутреннего R_{in} радиусов способна обеспечить условия для существования устойчивого одноэлектронного состояния. Одного лишь условия тонкости кольца, т. е.

$$R_{\text{ex}} - R_{\text{in}} \ll R_{\text{in}}, \quad (1)$$

для этого мало. Как будет показано ниже, радиусы должны удовлетворять весьма жестким дополнительным условиям.

Рассмотрим модель тонкого гладкого 2D-кольца узкозонного материала в широкозонной матрице (заметим, что n -узловая дискретная модель кольца Хаббарда [13] согласно [3] приводит для одночастичных фермионных состояний к практически тем же результатам). Удерживающий потенциал – узкое кольцо типа mifflin-tin, т. е. потенциальная энергия $U = 0$ вне кольца и $U = -|\Delta E_c|$ внутри, при $R_{\text{in}} < r < R_{\text{ex}}$, где $\Delta E_c < 0$ – скачок дна зоны проводимости на гетерогранице. Очевидно, что никакого конфайнмента такой потенциал не дает, так что электрон большую часть времени проводит в матрице, образуя слабосвязанное состояние [14] вокруг кольца. Далее для удобства будем использовать систему единиц, в которой безразмерная энергия измеряется по отношению к глубине потенциальной ямы $\varepsilon = E/|\Delta E_c|$, а расстояние – в единицах $l_0 = \hbar/\sqrt{2m_e^*|\Delta E_c|}$, где m_e^* – эффективная масса матричного электрона на дне зоны проводимости (l_0 примерно соответствует периоду решетки). В таких единицах уравнения Шредингера, описывающие радиальные функции электрона в матрице

(верхние компоненты “8-тетраспинора” Кейна в (k, p) -теории), являются уравнениями Бесселя

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\psi_{nq}}{dr} \right) - \left(\varepsilon_{nq} + \frac{q^2}{r^2} \right) \psi_{nq} &= 0 \quad r < R_{\text{in}}, r > R_{\text{ex}}, \\ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\psi_{nq}}{dr} \right) + \left(1 - \varepsilon_{nq} - \frac{q^2}{r^2} \right) \psi_{nq} &= 0 \quad R_{\text{in}} < r < R_{\text{ex}}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $L_z = q\hbar$ – орбитальный момент электрона. Здесь использовано приближение постоянной эффективной массы. Это при определенных обстоятельствах может стать существенным [15, 16], однако качественную картину не изменит. Вид угловой функции $\psi_{nq}(\varphi) = \exp(-iq\varphi)$ вполне стандартен. Решение (2) строится из отрезков функций Бесселя: $I_q(\sqrt{\varepsilon_{nq}}r)$ при $r < R_{\text{in}}$, $J_q(\sqrt{1 - \varepsilon_{nq}}r)$ при $R_{\text{in}} < r < R_{\text{ex}}$ и $K_q(\sqrt{\varepsilon_{nq}}r)$ при $r > R_{\text{ex}}$.

Условия непрерывности логарифмической производной радиальной функции на двух гетерограницах $r = R_{\text{in}}$ и $r = R_{\text{ex}}$ в сочетании с дополнительным условием цикличности (эквивалентным условию расположения экстремума $J_q(\sqrt{1 - \varepsilon_{nq}}r)$ внутри кольца; n – номер этого экстремума) задают связь энергии и орбитального момента одноэлектронного состояния с радиусами кольца. Используя (1), а также известные соотношения между функциями Бесселя, после ряда упрощений получаем:

$$\begin{aligned} R_{\text{in}} &= \frac{x_{nq}}{\sqrt{1 - \varepsilon_{nq}}} - \sqrt{\frac{\varepsilon_{nq}}{1 - \varepsilon_{nq}}} \left(\sqrt{\frac{\varepsilon_{nq}}{1 - \varepsilon_{nq}}} - \frac{1}{2x_{nq}} \right) \left(1 - \frac{q^2}{x_{nq}^2} \right)^{-1}, \\ R_{\text{ex}} &= \frac{x_{nq}}{\sqrt{1 - \varepsilon_{nq}}} + \sqrt{\frac{\varepsilon_{nq}}{1 - \varepsilon_{nq}}} \left(\sqrt{\frac{\varepsilon_{nq}}{1 - \varepsilon_{nq}}} + \frac{1}{2x_{nq}} \right) \left(1 - \frac{q^2}{x_{nq}^2} \right)^{-1}, \end{aligned} \quad (3)$$

где x_{nq} – положение n -го экстремума функции Бесселя J_q . Результаты расчетов для двух наборов колец – с $q = 0$ для трех последовательных экстремумов $n = 2, 3, 4$ функции J_0 и для одного и того же номера экстремума $n = 2$ с растущим значением орбитального момента $q = 0, 1, 2$ – приведены на рис. 1.

Главный результат проведенного анализа – одноэлектронное состояние локализуется на квантовом кольце *только тогда, когда оба его радиуса удовлетворяют соотношениям (3)*. Нарушение хотя бы одного из них делает невозможным соответствующее решение уравнения Шредингера. Случайное “попадание” одноэлектронного состояния в тонкое кольцо с произвольными наугад выбранными радиусами, как и сразу нескольких состояний с различным моментом в одно и то же кольцо, довольно маловероятно. По этой же причине мы не рассматриваем здесь однодырочные состояния и экситонные уровни – эффективная масса дырок требует для их локализации других условий типа (3). Поэтому подробно изученное в обзорах [2–4] бесконечно тонкое кольцо с множе-

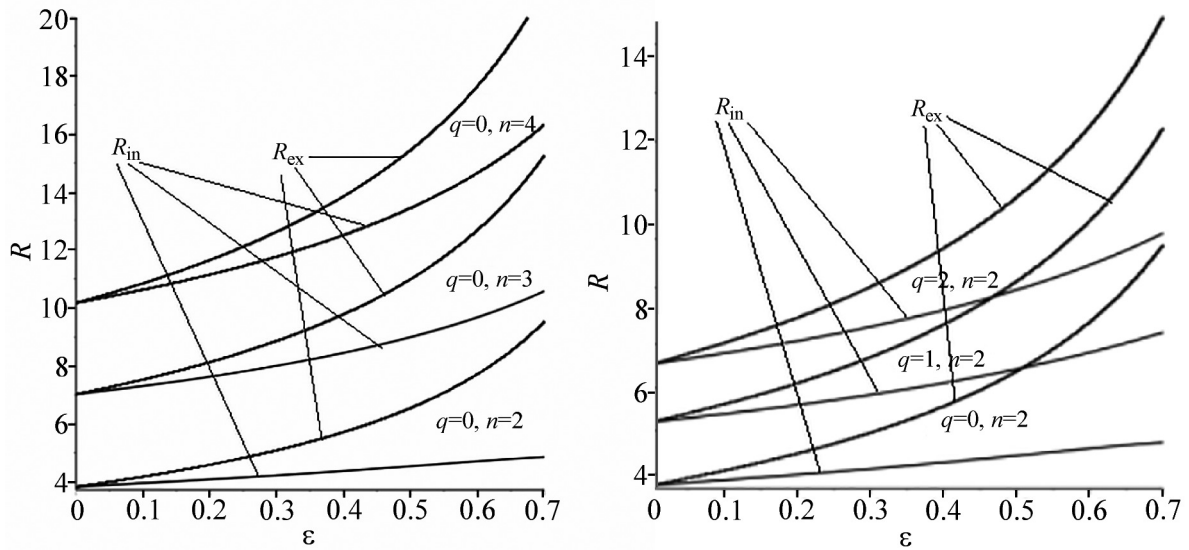


Рис. 1: Зависимость внешнего и внутреннего радиусов квантового кольца от энергии уровня для фиксированного значения орбитального момента и номера экстремума “внутрикольцевой” волновой функции $J_q(\sqrt{1 - \varepsilon_{nq}r})$. Слева – состояния с $q = 0$, $n = 2, 3, 4$ (последовательно снизу вверх), справа – $n = 2$, $q = 0, 1, 2$ (последовательно снизу вверх). Используются безразмерные единицы длины и энергии.

ством частиц с различными значениями момента – скорее математическая абстракция, чем практически реализуемая гетероструктура.

Напротив, как следует из приведенного простого анализа, выращивая кольца определенных размеров, можно создать условия для локализации электронов с заранее заданными свойствами. Учет вариаций эффективной массы электрона в кольце [15, 16] напряжений на гетерограницах и ряда подобных факторов может количественно несколько изменить вид соотношений (3). Однако эти поправки не изменят того основного факта, что *их два, а не одно*, как в квантовых точках, нитях и ямах – т. е. не изменят ситуацию качественно. Ясно, что подобная “избирательность” тонких квантовых колец (разумеется, насколько позволит технология выращивания) будет чрезвычайно полезна для приложений, указанных выше. Особый интерес здесь вызывает возможность создания устройств нового класса, как узкополосных фильтров поглощения (notch filter), так и лазеров на любую заданную частоту.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 20-07-01044 А) и Министерства высшего образования и науки РФ (грант N FSFS-2020-0025).

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] Н. Н. Леденцов, В. М. Устинов, В. А. Щукин и др., ФТП **32**(4), 343 (1998). <https://doi.org/10.1134/1.1187396>.
- [2] S. Viefers, P. Koskinen, P. Singha Deo and M. Manninen, Physica E **21**(1), 1 (2004). DOI: 10.1016/j.physe.2003.08.076.
- [3] M. Manninen, S. Viefers and S. M. Reimann, Physica E **46**, 119 (2012). <http://dx.doi.org/10.1016/j.physe.2012.09.013>.
- [4] M. Kammermeier, A. Seith, P. Wenk and J. Schliemann, Persistent spin textures and currents in wurtzite nanowire-based quantum structures. arXiv: 2001.06571v2 8 May 2020 [cond-mat.mes-hall] DOI: 10.1103/PhysRevB.101.195418 (2020); <https://arxiv.org/pdf/2001.06571.pdf>.
- [5] B. Li, W. Magnus and F. M. Peeters, Tunable exciton Aharonov-Bohm effect oin a quantum ring. Journal of Physics: Conferens Series (2010) Vol. 210, In: 11th International Conference on Optics of Excitons in Confined Systems (OECS11) 7-11 September 2009, Madrid, Spain. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/210/1/012030/meta>.
- [6] Н. Т. Баграев, А. Д. Буравлев, В. К. Иванов и др., ФТП **34**(7), 846 (2000). <https://doi.org/10.1134/1.1188081>.
- [7] J. M. Lia and P. I. Tamborenea, Physica E **126**, 114419 (2020). DOI: 10.1016/j.physe.2020.114419.
- [8] P.-F. Loos and P. Gill, Phys. Rev. Lett. **108**, 083002 (2012). DOI: <https://doi.org/10.1103/physrevlett.108.083002>.
- [9] V. K. Kozin, I. V. Iorsh, O. V. Kibis and I. A. Shelykh, Phys. Rev. B **97**, 035416 (2018). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.97.035416>.
- [10] А. О. Говоров, А. В. Чаплик, Л. Вендлер, В. М. Фомин, Письма в ЖЭТФ **60**(9), 633 (1994). http://www.jetpletters.ac.ru/cgi-bin/articles/download.cgi/1351/article_20409.pdf.
- [11] W.-C. Tan and J. Inkson, Semiconductor Science and Technology **11**(11), 1635 (1996). DOI: <https://doi.org/10.1088/0268-1242/11/11/001>.
- [12] E. Zipper, M. Kurpas, J. Sadowski and M. Maska, Semiconductor quantum rings as a solid-state spin qubit. arXiv:1011.2540v1. [cond-mat.mes-hall] 11 Nov 2010 https://www.academia.edu/34947381/Semiconductor_quantum_ring_as_a_solid_state_spin_qubit.
- [13] J. Hubbard, Proc. Roy. Soc. London A **276**, 238 (1963). <https://doi.org/10.1098/rspa.1963.0204>.

- [14] А. И. Базь, Я. Б. Зельдович, А. М. Переломов, *Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике* (М., Наука, 1966), §3-4, стр. 18-29 [In Russian]. https://archive.org/details/nasa_techdoc_19690016470 (NASA ТТ F-510).
- [15] А. М. Мандель, В. Б. Ошурко, Г. И. Соломахо, К. Г. Соломахо, *Радиотехника и электроника* **63**(3), 268 (2018). DOI: 10.1134/S1064226918030129.
- [16] А. М. Мандель, В. Б. Ошурко, С. М. Першин и др., *Краткие сообщения по физике ФИАН* **47**(10), 11 (2020). DOI: 10.3103/S1068335620100073.

Поступила в редакцию 2 сентября 2020 г.

После доработки 21 января 2021 г.

Принята к публикации 22 января 2021 г.