

УДК 533.9

## О ВЛИЯНИИ ПРОДОЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ДИФФУЗИЮ ЭЛЕКТРОНОВ ПРИ ДРЕЙФЕ В НЕОНЕ

С. А. Майоров<sup>1,2,3</sup>

*В работе представлены результаты расчетов характеристик дрейфа электронов в неоне для случая постоянного и однородного электрического и магнитного полей, направленных параллельно. Приведенные напряженности электрического поля 10, 20, 30, 50 и 100 Тд при индукции магнитного поля до 10 Тл при плотности газа  $10^{17}$  атомов в  $\text{см}^3$  представляют основной интерес для физики газоразрядной плазмы во многих приложениях. Путем вычислительного эксперимента получены основные характеристики дрейфа, включая неупругие процессы, и выполнен анализ энергобаланса электронов. Проанализированы основные закономерности изменения коэффициентов поперечной диффузии в зависимости от параметра Холла, проведено сравнение с известными аналитическими формулами. Для коэффициента поперечной диффузии получена аппроксимационная формула, погрешность которой совпадает с оценкой погрешности результатов численного эксперимента.*

**Ключевые слова:** неон, дрейф электронов, коэффициент диффузии, магнитное поле, частота столкновений, параметр Холла, подвижность электронов, ионизация.

*Введение.* Диффузия и дрейф электронов в газах хорошо изучены [1–3], но имеется потребность в табулированных данных характеристик дрейфа для конкретных газов. В работах [4, 5] выполнена детальная табуляция различных дрейфовых характеристик электронов в постоянном и однородном электрическом поле для всех благородных газов, в работах [6, 7] исследовано влияние степени неоднородности электрического поля

<sup>1</sup> ИОФ РАН, 119991 Россия, Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: mayorov\_sa@mail.ru.

<sup>2</sup> ОИВТ РАН, 125412 Россия, Москва, Ижорская ул., 2.

<sup>3</sup> НИИЭТФ, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Казахстан, г. Алматы, пр. ал-Фараби, 71.

на характеристики дрейфа. Из всех благородных газов в литературе именно для неона очень мало справочной информации, поэтому в настоящей работе сделана попытка частично восполнить этот пробел – приводятся данные, полученные методом численного моделирования [4–11]. Выбор неона обусловлен также и тем, что он часто используется в качестве рабочего газа и для него практически нет данных по характеристикам дрейфа, даже в случае отсутствия магнитного поля [1, 2]. Для аргона аналогичные результаты расчетов характеристик дрейфа электронов приведены в работе [11].

Наложение магнитного поля значительно усложняет физическую картину дрейфа электронов, а табуляция характеристик дрейфа электронов в газе при наличии магнитного поля затруднительна из-за зависимости решения от многих параметров задачи: сорт, давление и температура газа, напряженность электрического поля, величина индукции магнитного поля, а также угол между ними. Расчеты сделаны для пяти характерных значений приведенной напряженности электрического поля 10, 20, 30, 50 и 100 Тд, которые соответствуют случаям слабого, среднего и сильного полей с точки зрения влияния неупругих процессов возбуждения и ионизации на энергобаланс электронов [4–11]. Рассмотрен случай параллельного направления полей при температуре газа 300 К.

Даже при отсутствии магнитного поля характеристики дрейфа электрона на основе решения кинетического уравнения Больцмана могут быть получены только для некоторых частных случаев. Например, при степенной зависимости сечения от энергии столкновения, в пренебрежении зависимостью от температуры газа и предположении об изотропии рассеяния в системе центра масс, получены выражения для функций распределения, скорости дрейфа и коэффициентов диффузии [1–3]. В случае реальных газов сечения упругих столкновений могут сильно и немонотонно зависеть от энергии столкновения (эффект Рамзауэра для аргона, криптона и ксенона), да и само рассеяние обычно сильно неизотропно. Кроме того, физика самостоятельного газового разряда предполагает определяющее влияние неупругих процессов – ионизации, возбуждения и т. д. Все эти факторы приводят к необходимости получения справочной информации о характеристиках дрейфа электронов в реальных газах.

*Постановка задачи.* Влияние постоянного и однородного электрического поля на дрейф электронов в газе при заданной температуре определяется не только величиной его напряженности, но и плотностью газа. Однако распределение электронов по скоростям зависит только от одного параметра, отношения напряженности поля к плотности атомов. Поэтому при табуляции характеристик дрейфа используется значение приве-

денного электрического поля  $E/N$ , для измерения которого служит внесистемная единица, названная в честь Таунсенда. Один таунсенд соответствует напряженности электрического поля 1 В/см при плотности атомов  $10^{17}/\text{см}^3$  ( $1 \text{ Тд} = 10^{-17} \text{ В}\cdot\text{см}^2$ ). Влияние магнитного поля на характеристики дрейфа также определяется значением отношения  $B/N$ , которое можно назвать приведенной индукцией магнитного поля. Тогда, по аналогии с приведенным электрическим полем, удобно использовать величину приведенного магнитного поля  $B/N$ , а в качестве ее единицы положить значение индукции магнитного поля в 1 Гаусс при числовой плотности атомов  $10^{17}$  в  $\text{см}^3$ .

За счет джоулева нагрева при дрейфе в постоянном и однородном электрическом поле в единицу времени электрон приобретает в среднем энергию  $Q_{EW} = eEW$ , здесь  $e$  – заряд электрона,  $E$  – напряженность электрического поля,  $W$  – скорость дрейфа в направлении электрического поля. Энергия, получаемая электроном от электрического поля, теряется в упругих столкновениях с атомами, затрачивается на возбуждение атомных уровней и ионизацию, кроме того, электроны уносят или приобретают энергию при рекомбинации:  $Q_{EW} = Q_{ea} + Q_{ex} + Q_{\text{ion}} + Q_{\text{rec}}$ . Здесь в правой части представлены соответствующие средние энергопотери одного электрона за единицу времени (при рекомбинации электрон может и приобретать энергию, напр., при тройной рекомбинации). В приведенных ниже расчетах пренебрегалось влиянием процессов рекомбинации на энергодоланс электронов, т. е. полагалось, что  $Q_{\text{rec}} = 0$ . Кроме того, в рассмотренных случаях энергия электронов значительно превышает энергию атомов, и в упругих столкновениях электроны преимущественно теряют энергию. Для анализа энергодоланса определялась доля энергодолклада от электрического поля, пошедшая на упругие потери в газе  $Q_{ea}/Q_{EW}$ , на возбуждение  $Q_{ex}/Q_{EW}$ , и на ионизацию  $Q_{\text{ion}}/Q_{EW}$ .

При численном моделировании вычисляется среднее время между столкновениями  $\tau_{st}$  и частота столкновений  $\nu_{st}$ , определяемые как  $\tau_{st} = \Delta t / \Delta N_{st} = 1/\nu_{st}$ , где  $\Delta N_{st}$  – число столкновений электрона за время  $\Delta t$ . В случае, когда частота столкновений не зависит от энергии столкновения, скорость дрейфа равна  $W = eE/m\nu_{st}$ . Если частота столкновений зависит от энергии соударения, то вводится понятие эффективной частоты столкновений  $\nu_m$ , определением которой может считаться такое же выражение для скорости дрейфа:  $W = eE/m\nu_m$ .

Еще Таунсендом в 1915 году путем анализа экспериментальных данных было обнаружено, что коэффициент диффузии в направлении, нормальном магнитному полю, равен [1]:

$$D_{\perp} = D_0 / (1 + \omega^2 / \nu_m^2), \quad (1)$$

где  $\omega = eB/mc$  – циклотронная частота,  $c$  – скорость света,  $D_0$  – коэффициент поперечной диффузии при отсутствии магнитного поля. Явление анизотропии диффузии электронов было обнаружено экспериментально только в 1967 г., а до этого подразумевалось, что коэффициенты продольной и поперечной диффузии совпадают из-за практически изотропного распределения электронов по скоростям.

Для оценки влияния магнитного поля на характеристики дрейфа используется параметр Холла  $\beta_H = \omega/\nu_m$ , но для вычисления параметра Холла  $\beta_H = \omega/\nu_m$  необходимо знание эффективной частоты  $\nu_m$ . Значение параметра Холла  $\beta_H \approx 1$  определяет границу между слабыми и сильными магнитными полями.

Т а б л и ц а 1

*Характеристики дрейфа электронов при отсутствии магнитного поля: скорость дрейфа в км/с, средняя энергия электронов в эВ, приведенные коэффициенты диффузии вдоль  $D_L \cdot N$  и поперек  $D_T \cdot N$  электрического поля в единицах  $10^{22}$  /см с, а также доля потерь энергии в различных процессах*

$E/N$ , Тд	$W$ , км/с	$\langle \varepsilon \rangle$ , эВ	$\nu_{st}$ , $10^9 \text{ с}^{-1}$	$D_L \cdot N$ , $10^{22} \text{ см}^{-1}\text{с}^{-1}$	$D_T \cdot N$ , $10^{22} \text{ см}^{-1}\text{с}^{-1}$	$Q_{ea}/$ $Q_{EW}$	$Q_{ex}/$ $Q_{EW}$	$Q_{ion}/$ $Q_{EW}$
10	33.8	8.29	3.85	17.1	23.0	0.071	0.834	0.095
20	60.7	8.92	4.28	17.4	23.9	0.051	0.698	0.251
30	84.3	9.88	4.63	18.1	24.7	0.067	0.592	0.341
50	124.8	13.2	5.22	20.4	27.8	0.111	0.471	0.418
100	208.5	15.9	6.24	22.4	42.2	0.206	0.352	0.442

*Результаты расчетов и обсуждение.* Поскольку данных о характеристиках дрейфа электрона в неоне очень мало, вначале рассмотрим результаты расчетов характеристик дрейфа электронов при отсутствии магнитного поля. Частично эти данные приведены в табл. 1 и на рис. 1. В табл. 1 для значений электрического поля  $E/N = 10, 20, 30, 50, 100$  Тд приведены: скорость дрейфа в км/с, средняя энергия электронов  $\langle \varepsilon \rangle = \int_0^\infty \varepsilon f(\varepsilon) d\varepsilon$  в эВ, приведенные коэффициенты диффузии вдоль электрического поля  $D_L \cdot N$  и поперек  $D_T \cdot N$  в единицах  $10^{22}/(\text{см}\cdot\text{с})$ , средняя частота столкновений в единицах  $10^9 \text{ с}^{-1}$  при плотности атомов  $10^{17}/\text{см}^3$ , а также доли потерь энергии электроном в упругих столкновениях, на возбуждение и ионизацию. На рис. 1 приведены зависимости от напряженности электрического поля: а) скорости дрейфа: б) коэффициентов продольной и поперечной диффузии.

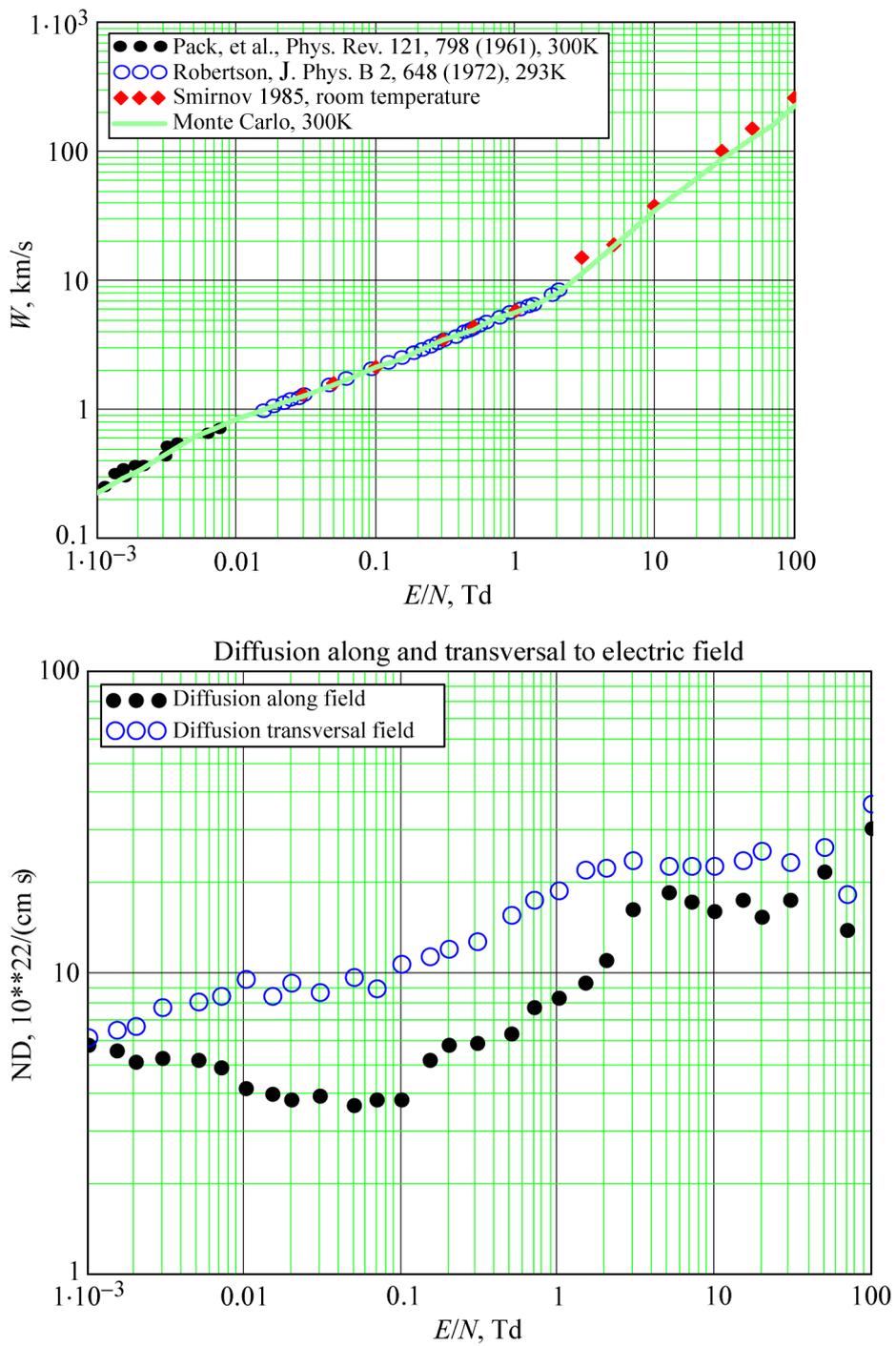


Рис. 1: (а) Скорость дрейфа электронов в неоне в отсутствие магнитного поля; (б) коэффициент поперечной и продольной диффузии электронов в неоне в отсутствие магнитного поля.

Используя найденную в численном эксперименте частоту столкновений, можно определить соотношения между эффективной  $\nu_m$  и средней  $\nu_{st}$  частотами столкновений. Анализ приведенных в табл. 1 данных дает, что для всех значений электрического поля  $E/N$  эффективная частота с точностью порядка 1–2% может полагаться равной  $\nu_m = \alpha_{\text{eff}}\nu_{st} = \alpha_{\text{eff}}/\tau_{st}$ , где константа  $\alpha_{\text{eff}} \approx 1.35$ .

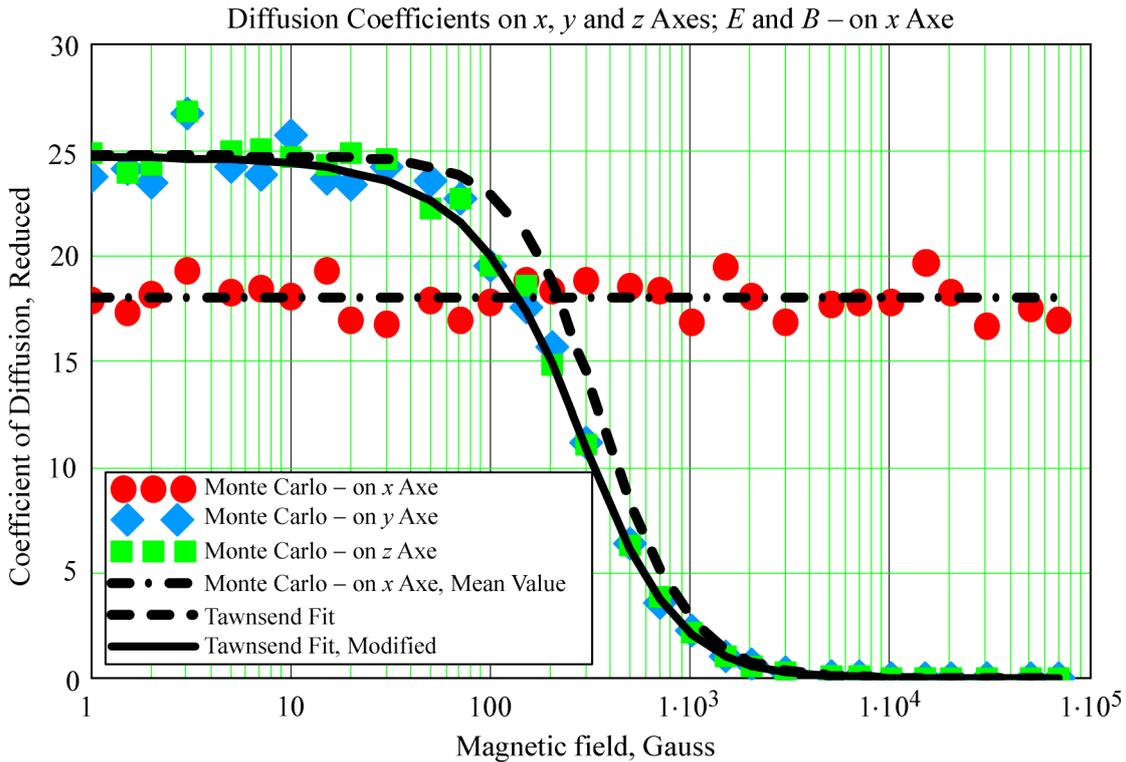


Рис. 2: Зависимость коэффициентов диффузии от продольного магнитного поля при  $E/N = 30 \text{ T}\vartheta$ .

Обсудим влияние продольного магнитного поля на дрейф электронов. Поскольку магнитное поле не меняет кинетическую энергию электрона, то наличие продольного магнитного поля не будет влиять на характеристики движения вдоль поля. Соответственно, электрический  $[E \times B]$  дрейф (ток Холла), в этом случае отсутствует, поэтому из всех характеристик дрейфа при наложении продольного магнитного поля меняется только коэффициент поперечной диффузии. Рассмотрим систему координат, в которой ось абсцисс  $x$  направлена вдоль электрического поля и магнитного поля. На рис. 2 приведены зависимости полученных в результате вычислительного эксперимента коэффициентов диффузии вдоль осей  $x, y, z$  от силы продольного магнитного поля при

значении приведенной напряженности электрического поля 30 Тд. Отличие значений коэффициентов диффузии по оси  $x$  от константы, также как и различие между коэффициентами диффузии по осям  $y$  и  $z$ , показывает уровень статистической погрешности.

Т а б л и ц а 2

*Оценки погрешности расчетов и аппроксимации  
поперечного коэффициента диффузии*

$E/N$ , Тд	$\Delta_{MC}$ , %	$\Delta_{fit}$ , %	$\Delta_{Td}$ , %
10	3.5	5.8	16.9
20	3.2	5.0	16.5
30	2.8	4.0	15.9
50	3.2	6.5	11.4
100	8.9	9.3	17.8

Такая постановка задачи позволяет провести еще и анализ статистической погрешности результатов моделирования. Результаты анализа статистических погрешностей моделирования и ошибок аппроксимации коэффициента поперечной диффузии собраны в табл. 2. Приведенная во втором столбце оценка статистической погрешности результата моделирования методом Монте-Карло  $\Delta_{MC}$ , определялась по среднеквадратичному отклонению от среднего значения коэффициента продольной диффузии.

Приведенные на рис. 2 значения коэффициента поперечной диффузии, вычисленные по формуле Таунсенда (1), совпадают с результатами расчетов с точностью значительно лучше 3% при слабых полях. Но в области перехода от слабого к сильному магнитному полю в области  $\beta_H \approx 1$  оценка Таунсенда (1) дает завышенное на 20–30% значение, что, видимо, может быть обусловлено совпадением периода ларморовой орбиты со временем между столкновениями для некоторых электронов. Для таких электронов квадрат смещения за время между столкновениями равен нулю, а коэффициент диффузии пропорционален среднему квадрату смещения. Поэтому предложена модификация аппроксимации Таунсенда для зависимости коэффициента поперечной диффузии в виде:

$$D_{\perp} = D_0 / (1 + c_1 \omega \tau_{st} + c_2 \omega^2 \tau_{st}^2), \quad (2)$$

где  $c_1 = 0.41$  и  $c_2 = 1.19$  – аппроксимационные константы. Она нанесена на рисунке в виде сплошной кривой, аппроксимация Таунсенда (1) – штриховая кривая.

Т а б л и ц а 3

Коэффициент диффузии в поперечном направлении  $D_T \cdot N/10^{22} \text{ см}^{-1} \text{ с}^{-1}$   
при различных значениях электрического и магнитного полей  $E/N$

$B$ , Gauss	$E/N$ , Td				
	10	20	30	50	100
0	12.6	13.1	13.4	13.8	19.8
10	12.4	12.4	13.4	13.4	19.7
30	12.1	12.1	13.1	13.1	19.4
100	10.9	10.9	12.1	12.1	18.3
200	9.05	9.05	10.4	10.4	16.6
300	7.26	7.26	8.71	8.71	14.8
500	4.76	4.76	6.06	6.06	11.5
1000	1.92	1.92	2.65	2.65	6.12
2000	0.60	0.60	0.87	0.87	2.27
3000	0.28	0.28	0.42	0.42	1.14
5000	0.11	0.11	0.158	0.158	0.4
10000	0.027	0.027	0.041	0.041	0.12
30000	0.003	0.003	0.005	0.005	0.014

Значения относительной погрешности  $\Delta_{fit}$  аппроксимации поперечного коэффициента диффузии по формуле (2) приведены в третьем столбце табл. 2, в четвертом столбце – значение погрешности  $\Delta_{Td}$  по формуле (1). Интересным фактом является то, что значения статистической погрешности численного эксперимента и погрешность приближения по модифицированной формуле Таунсенда практически совпадают. На рис. 3 приведены значения относительных погрешностей аппроксимации коэффициента поперечной диффузии электронов формулами (1) и (2) в зависимости от параметра Холла (от индукции продольного магнитного поля) при  $E/N = 30$  Т, для сравнения также нанесены флуктуации скорости дрейфа.

В табл. 3 приведены результаты расчетов коэффициента диффузии электронов в поперечном направлении  $D_T \cdot N$  при различных приведенных напряженностях электрического поля:  $E/N = 10, 20, 30, 50$  и  $100$  Тд и различных  $B$ . Первый столбец – величина индукции магнитного поля, отнесенная к плотности атомов  $10^{17}/\text{см}^3$ . Все коэффициенты диффузии в таблицах представлены в виде произведения коэффициента диффузии на числовую плотность атомов в единицах  $10^{22} \text{ см}^{-1} \text{ с}^{-1}$ .

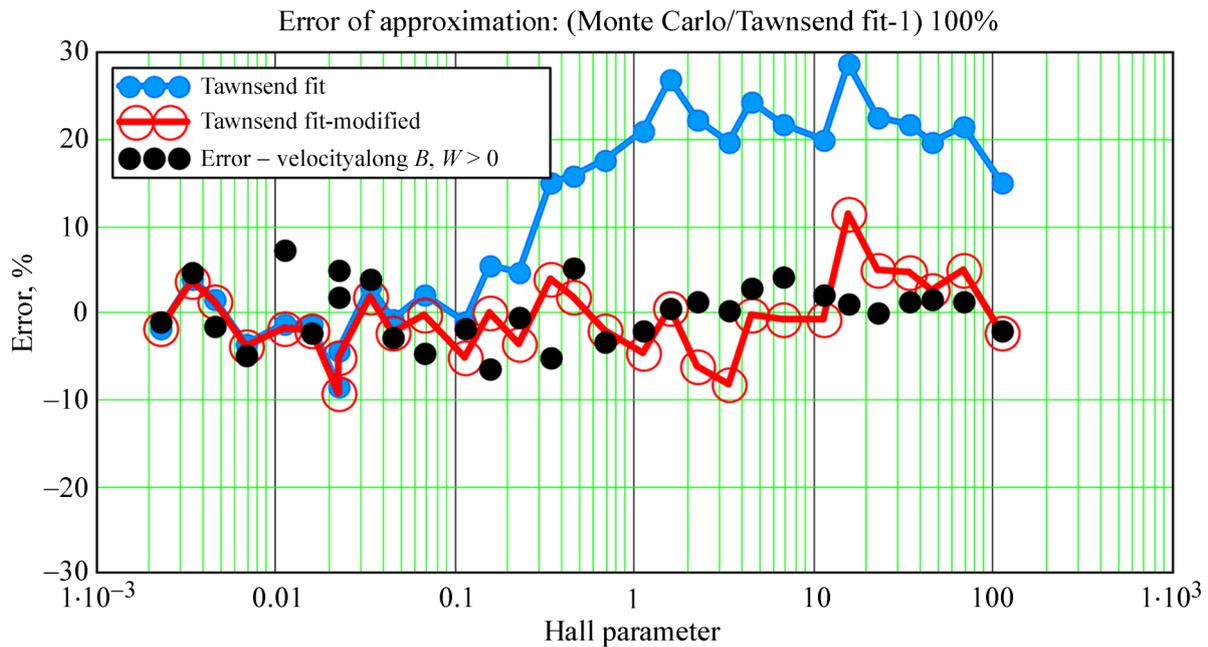


Рис. 3: Погрешности аппроксимации коэффициента поперечной диффузии электронов для аппроксимации формулами (1) и (2) в зависимости от параметра Холла (от индукции продольного магнитного поля) при  $E/N = 30$  Тд, и для сравнения также нанесены флуктуации скорости дрейфа.

В работах [4, 9] уже проводились расчеты характеристик дрейфа электронов в неоне. Но сечение ионизации и возбуждения атомов аппроксимировались линейной функцией, начиная с порога реакции. Такая аппроксимация сечений неупругих процессов в случае сильных полей не позволяет корректно учитывать эволюцию электронов с энергией, значительно большей энергии ионизации. Учет фактора уменьшения сечений неупругих процессов при энергиях электронов больше 100 эВ позволил сделать вывод о проявлении эффекта убегания электронов [12, 13] при  $E/N > 150$  Тд. Более детальное исследование эффекта убегания электронов, их роль в энергобалансе будет представлено в отдельной работе.

*Выводы.* В работе представлены результаты расчетов характеристик дрейфа электронов в неоне в постоянных и однородных параллельных электрических и магнитных полях. Исследовано влияние продольного магнитного поля на коэффициент диффузии в поперечном направлении и приведены основные характеристики дрейфа, включая неупругие процессы. Приведены результаты расчетов энергобаланса электронов, выделены доли энергии, теряемые электроном в упругих соударениях с атомами, на

возбуждение и ионизацию в зависимости от напряженности электрического поля.

Для случая продольного магнитного поля исследована зависимость коэффициента диффузии от силы магнитного поля. Проведено сравнение с известными аналитическими оценками коэффициентов диффузии. Для случая параллельных полей показано, что формула Таунсенда для коэффициента поперечной диффузии дает завышенные до 30% значения в области перехода от слабого к сильному магнитному полю и подобрана аппроксимирующая результаты расчетов формула. Погрешности аппроксимирующей формулы имеют тот же порядок, что погрешности экспериментальных данных и статистические погрешности численного моделирования на основе процедуры Монте-Карло.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 19-08-00611, а также в рамках проекта № AP08855651 “Исследование структурных и кинетических свойств пылевой плазмы в тлеющем разряде в электрическом и магнитном полях” КН МОН РК.

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] Л. Хаксли, Р. Кромптон, *Диффузия и дрейф электронов в газах* (М., Мир, 1977).
- [2] J. Dutton, *Journal of Physical and Chemical Reference Data* **4**, 577 (1975); <https://doi.org/10.1063/1.555525>.
- [3] Z. Lj Petrovi', S. Dujko, D. Mari', et al., *J. Phys. D: Appl. Phys.* **42**, 194002 (2009). DOI: 10.1088/0022-3727/42/19/194002.
- [4] С. А. Майоров, *Краткие сообщения по физике ФИАН* **36**(10), 29 (2009). DOI: 10.3103/S1068335609100054.
- [5] Р. И. Голятина, С. А. Майоров, *Прикладная физика*, № 5, 22-20 (2011).
- [6] С. А. Майоров, *Краткие сообщения по физике ФИАН* **40**(9), 22 (2013). DOI: 10.3103/S1068335613090042.
- [7] S. K. Kodanova, N. Kh. Bastykova, T. S. Ramazanov, S. A. Maiorov. *Ukrainian Journal of Physics* **59**(4), 371 (2014); <https://doi.org/10.15407/ujpe59.04.0371>.
- [8] С. А. Майоров, *Физика плазмы* **35**(9), 869 (2009); <https://doi.org/10.1134/S1063780X09090098>.
- [9] С. А. Майоров, *Краткие сообщения по физике ФИАН* **41**(10), 20 (2014). DOI: 10.3103/S1068335614100030.
- [10] R. I. Golyatina and S. A. Maiorov, *Plasma Physics Reports* **44**(4), 453 (2018); <https://doi.org/10.1134/S1063780X18040050>.
- [11] Р. И. Голятина, С. А. Майоров, *Прикладная физика*, № 4, 32 (2011).
- [12] H. Dreicer, *Phys. Rev.* **115**, 238 (1959).

- [13] Б. М. Смирнов, УФН **172**(12), 1411 (2002). DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.0172.200212c.1411>.

Поступила в редакцию 16 октября 2020 г.

После доработки 17 февраля 2021 г.

Принята к публикации 18 февраля 2021 г.