УДК 531.51

О РАСХОДИМОСТЯХ В КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

А. И. Никишов

Обсуждается гипотеза: сингулярности в теории обрезаны в планковской области гравитацией.

Ключевые слова: квантовая электродинамика, расходимости.

Как и классическая электродинамика, квантовая электродинамика имеет свои границы применимости. Игнорирование этого факта привело в своё время к таким негативным понятиям как Московский нуль или нулификация заряда, (см. §132-133 в [1]), полюс Ландау (см. примечание 2 в Гл. 9, раздел 3 в [2]) и даже к сомнению в применимости гамильтонова метода в теории поля [3]. Что касается границы применимости теории, то здесь, по-видимому, нет консенсуса. Мне представляется, что естественной границей является начало планковской области, где $m_p = 2.2 \cdot 10^{-5}$ г, $t_p = 5.4 \cdot 10^{-44}$ сек, $l_p = 1.6 \cdot 10^{-33}$ см, смотри стр. 1216 в [4]. В связи с этим логарифмически расходящиеся по энергии интегралы вкладов энергии в массу и заряд электрона и аналогичные нужно обрезать на значении $M = \varkappa m_p$. При $\varkappa = 1/10$ гравитация мала и ею можно пренебречь. При $\varkappa = 1$ гравитация сильная. Мы оказываемся на горизонте событий. При меньших расстояниях статической системы координат просто не существует. При сильной гравитации даже говорить о размерности пространства трудно (см. §44.3-44.4 в [4]). Поэтому естественно считать, что от этой области нет вклада в интеграл по энергии. Тогда для вклада в массу электрона от его электромагнитного поля имеем

$$\frac{m - m_0}{m_0} = \frac{3\alpha}{4\pi}\left[\int_{s_0}^{\infty}\frac{ds}{s} exp(-m^2 s) + 5/6\right], \tag{1}$$

см. ф. (Б.18) в работе Schwinger [5]. Здесь

$$\int_{s_0}^{\infty}\frac{ds}{s}\exp(-m^2 s) = -Ei(-t_0) \approx \ln\frac{1}{\gamma t_0}, \quad t_0 = m^2 s_0, \quad \ln\gamma = 0.577. \tag{2}$$

Считая что $s_0 = 1/m_p^2$, получим из (1–2) $\dfrac{\delta m}{m} = 0.17$ т.е. электромагнитный вклад в массу составляет примерно 17 процентов.

ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: nikishov@td.lpi.ru.

Аналогично для заряда (см. формулу (3.48) в работе Швингера [5])

$$\frac{e_0^2}{e_R^2} = 1 + \frac{\alpha}{3\pi}\int\limits_{s_0}^{\infty}\frac{ds}{s}\exp(-m^2 s) = Z^{-1}, \quad Z \approx 0.90. \tag{3}$$

Таким образом, α_R и α_0 мало отличаются, $Z \approx 1$. Это ещё раз говорит о том, что условие $\frac{\alpha}{4\pi}\ln\frac{k^2}{m^2} \approx 1$, (см. §132.3 в [1]), не достижимо в области применимости теории. Что касается взаимодействия электрона в рамках электрослабой теории, то поправки к фотонному сектору малы, как показывают оценки. Верно ли выбрано обрезание и верно ли, что других вкладов в фотонный сектор нет, можно будет проверить, когда теория даст значения неэлектромагнитной массы и голого заряда электрона.

Следующий момент, на котором следует остановиться, это нарушение калибровочной инвариантности в коэффициентных функциях S-матрицы. Согласно книге Боголюбова и Ширкова [6] эти нарушения возникают от совпадения сингулярностей. Из-за этого в коэффициентных функциях и матричных элементах возникают δ-функции и их производные. (Их нужно отбрасывать.) Доказательство в книге очень краткое и мне не понятно, является ли их утверждение общим или оно верно только в низшем порядке. В последнем случае их утверждение легко проверяется с помощью формул (12), (20) и (23), (24) в Гл. VI. Этих формул не достаточно, если в диаграмме имеется хотя бы один виртуальный фотон.

Нарушений не будет, если предположить что и в пропагаторах сингулярности обрезаны в планковской области. Из вывода формулы (20) в Гл. VI в [6] видно, что в этом случае и в δ функции сингулярности нет в соответствии с её отсутствием в пропагаторе.

Поляризационный оператор фотона расходится квадратично. Это тоже эффект совпадения сингулярностей. Фейнман [7] регуляризует выражение для поляризационного оператора по Паули-Вилларсу. Ответ получается калибровочно инвариантным, а расходимость, как и должно быть, только логарифмической. Следующий пункт, который нужно обсудить, это функция Лагранжа постоянного электромагнитного поля, найденная Гайзенбергом и Эйлером [8](однопетлевое приближение) и Ритусом [9] (двухпетлевое приближение). Эти результаты, полученные методом, сохраняющим калибровочную инвариантность, содержат только логарифмические расходимости. В формуле Ритуса

$$\delta m^2 = \frac{3\alpha m^2}{2\pi}\left(\ln\frac{l}{\gamma m^2 s_0} + 5/6 - i\pi/2\right)$$

(см. ф. (48) в [8]) имеется мнимая часть. Она по-видимому вызвана выходом виртуального радиационного фотона на массовую поверхность. Это описывает взаимодействие петли с двумя реальными фотонами. По-видимому, законы сохранения разрешают только поглощение фотона и испускание в том же состоянии. В результате скорость фотона становится меньше скорости света. Следовательно, ультрарелятивистский электрон может иметь скорость больше скорости фотона. Тогда такой электрон будет излучать черенковские фотоны даже в том случае, когда он движется только в магнитном поле и вдоль него. При этом электрон, первоначально не имевший поперечной энергии, приобретает её за счёт отдачи при излучении фотона. Необходимая энергия для приобретения поперечного импульса поступает из продольной его части. Зависимость эффекта от спина электрона делает его особенно интересным. Но это тема для отдельного рассмотрения.

В заключение выражаю глубокую благодарность Андрею Тихонову и Илье Тихонову, которые в дни жестокой пандемии помогали мне справиться с фокусами и поломками моего ненадёжного компьютера.

Л И Т Е Р А Т У Р А

[1] В. Б. Берестетский, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика* (Москва, Наука, 1989).

[2] К. Хуанг, *Кварки, лептоны, и калибровочные поля* (Москва, Мир, 1985), стр. 259.

[3] Л. Д. Ландау, *Фундаментальные проблемы*, в сб. *Теоретическая физика 20 века. Памяти В. Паули* (Москва, Издательство иностранной литературы, 1962).

[4] Ch. W. Misner, Kip S. Thorne, John A. Wheeler, *Gravitation* (Freeman, San Francisco, 1973).

[5] J. Schwinger, Phys. Rev. **82**, 664 (1951).

[6] Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков, *Введение в теорию квантованных полей* (Москва, Наука, 1984).

[7] R. P. Feynman, Phys. Rev. **76**, 769 (1949), eq. (33).

[8] W. Heisenberg, H. Euler, Folgerung aus der Diracschen Theorie des positrons Z. f. Phys. Bd. **98**, 714 (1936).

[9] В. И. Ритус, Труды ФИАН **168**, 5 (1986).

Поступила в редакцию 20 апреля 2021 г.

После доработки 7 июля 2021 г.

Принята к публикации 8 июля 2021 г.