

РЕЛЯТИВИСТСКИ-НЕЛИНЕЙНОЕ РЕЗОНАНСНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ ПРИ МАЛЫХ УГЛАХ ПАДЕНИЯ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА НЕОДНОРОДНУЮ ПЛАЗМУ

И. И. Метельский^{1,2}

Найден коэффициент нелинейного резонансного поглощения с учетом релятивистской нелинейности в окрестности критической плотности неоднородной плазмы в пределе малых углов падения лазерного излучения на плазму. В результате сравнения со стандартной линейной теорией продемонстрированы два эффекта, которые являются проявлением релятивистской нелинейности: уменьшение коэффициента поглощения с ростом лазерного потока и уменьшение оптимального угла падения, который отвечает максимальной величине поглощения.

Ключевые слова: плазменный резонанс, нелинейные плазменные колебания, лазерная плазма, поглощение лазерного излучения.

Введение. Хотя со времен первых работ, посвященных линейной теории плазменного резонанса и резонансного поглощения [1–8] прошло больше полувека, исследования динамики электронов и генерации вторичного излучения в области критической плотности неоднородной плазмы остаются актуальными и по сей день [9, 10]. Повышение интенсивности лазерного излучения в связи с развитием лазерных технологий приводит к необходимости учитывать как нерелятивистские [11], так и релятивистские [9, 10, 12, 13] нелинейные эффекты в области плазменного резонанса. Поскольку сильная нелинейность существенно затрудняет аналитическое исследование, нелинейное резонансное поглощение изучается, как правило, методами численного моделирования [9] или в рамках полуаналитических моделей [10], которые затрудняют отыскание практически необходимых скейлингов от лазерно-плазменных параметров, в то время как

¹ ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: metelski@lebedev.ru.

² Центр фундаментальных и прикладных исследований, ВНИИА им. Н. Л. Духова, 127055 Россия, Москва.

аналитический подход позволяет получать более полную информацию о различных зависимостях искомых величин от параметров задачи.

В работах [12, 13] мы предложили последовательное аналитическое описание релятивистски-нелинейного плазменного резонанса [12], а также сопутствующего ему резонансного поглощения [13]. Было показано, что пространственно-временная модуляция фазы релятивистских колебаний электронов приводит к насыщению амплитуды поля нелинейного плазменного резонанса и подавлению резонансного поглощения, то есть к уменьшению коэффициента поглощения с ростом плотности потока лазерной энергии. Важно, что коэффициент поглощения в [13] был получен для больших углов падения лазерного излучения на плазму θ , при которых $\rho = (\omega_0 L/c)^{2/3} \sin^2 \theta > 1$, где c – скорость света, ω_0 – частота лазерного излучения, L – характерный масштаб неоднородности плазмы. Дело в том, что на сегодняшний день не существует общего аналитического решения задачи о линейном резонансном поглощении в слабонеоднородной плазме, применимом во всем диапазоне углов падения, а получены лишь асимптотики для случаев $\rho > 1$ [7] и $\rho \ll 1$ [6, 14]. Линейное поглощение для всех углов падения найдено в рамках численного моделирования (см., напр., [15]). При этом построение аналитической нелинейной теории в [13] велось нами с использованием уже известных линейных асимптотик при $\rho > 1$ [14], а противоположный предельный случай $\rho \ll 1$ не рассматривался. Теперь мы восполняем этот пробел. В настоящем сообщении излагается результат развития теории релятивистски-нелинейного резонансного поглощения на случай малых углов падения лазерного излучения на плазму, когда $\rho \ll 1$.

Коэффициент нелинейного поглощения. Следуя работе [13], для описания процесса нелинейного поглощения p -поляризованной плоской электромагнитной волны с частотой, которая описывается электрическим \mathbf{E} и магнитным \mathbf{B} полями с частотой ω_0 ,

$$\begin{aligned}\mathbf{B} &= \frac{1}{2} \{0, 0, B_0(x)\} \exp(ik_y y - i\omega_0 t) + \text{с.с.}, \\ \mathbf{E} &= \frac{1}{2} \{E_{0x}(x), E_{0y}(x), 0\} \exp(ik_y y - i\omega_0 t) + \text{с.с.}, \\ k_y &= k_0 \sin \theta, \quad k_0 = \omega_0/c,\end{aligned}$$

и падает под углом θ на слабонеоднородную вдоль координаты x плазму (рис. 1) с характерным масштабом неоднородности плотности $L \gg 1/k_0$, в качестве исходных уравнений используем уравнения бесстолкновительной гидродинамики холодной релятивистской электронной плазмы и уравнения Максвелла. В [13] мы показали, что из исходной системы уравнений можно получить следующее уравнение для первой гармоники магнитного поля, излучаемого из области критической плотности плазмы в

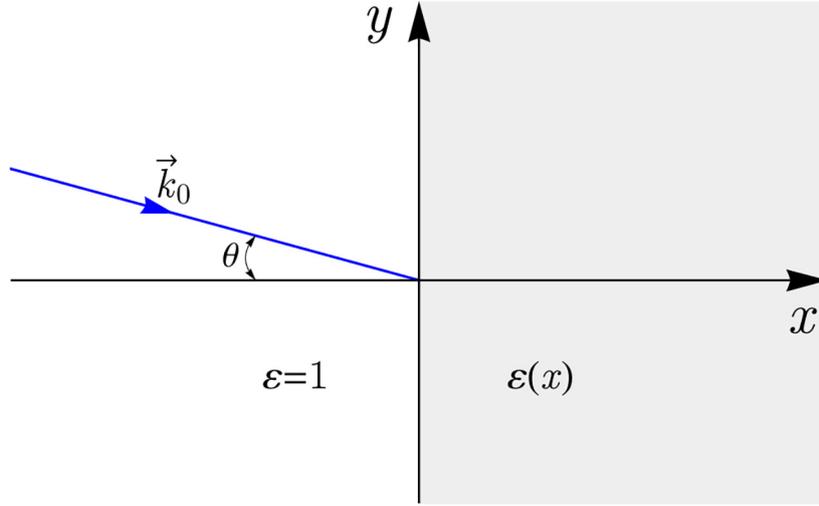


Рис. 1: Геометрия задачи. Точка $x = 0$ соответствует пространственному положению плазменного резонанса, а не границе плазмы.

вакуум:

$$\begin{aligned} \partial_{xx} R_1 - \frac{\partial_x \varepsilon_1}{\varepsilon_1} \partial_x R_1 + \left(\frac{\omega_0}{c}\right)^2 (\varepsilon_1 - \sin^2 \theta) R_1 = -\frac{4\pi}{c} \left\{ \frac{a}{4\pi} \text{rot} \vec{J}_1 \right\}_z + \\ + \frac{a/c}{x - i\Delta} \left[u \partial_x P - i\omega_0 v \partial_x (\gamma u) - \frac{\omega_0^2}{a} (\gamma - 1) u \right]_1, \end{aligned} \quad (1)$$

где компоненты вектора \vec{J}_1 определяются выражением

$$\begin{aligned} \vec{J}_1 = \left\{ v \partial_x P - i\omega_0 v \partial_x (\gamma v) - \frac{\omega_0^2}{a} (\gamma - 1) v, \right. \\ \left. u \partial_x P - i\omega_0 v \partial_x (\gamma u) - \frac{\omega_0^2}{a} (\gamma - 1) u, 0 \right\}_1. \end{aligned} \quad (2)$$

Индекс “1” в (1) и (2) указывает на взятие первой фурье-компоненты соответствующих функций; m и e – масса и заряд электрона, $\varepsilon_1 = 1 - \omega_L^2/\omega_0^2$ – комплексная диэлектрическая проницаемость плазмы на частоте лазера ω_0 , $a = -2e|B_1(0)| \sin \theta / m\omega_0^2 L$ – безразмерная постоянная, пропорциональная амплитуде магнитного поля $|B_1(0)|$ в точке плазменного резонанса $x = 0$; $B_1(0)$ – комплексная амплитуда фурье-компоненты магнитного поля в точке $x = 0$ на частоте лазера ω_0 :

$$B_1(0) = |B_1(0)| \exp[i \arg B_1(0)] = \frac{m\omega_0^2 La}{2|e| \sin \theta} \exp[i \arg B_1(0)].$$

Функции $v = v_x/a$, $u = v_y/a$ описывают нормированные значения компонент скорости электронов; $\gamma = 1/\sqrt{1 - (a^2/c^2)v^2}$; $P = eE_x/ma$, $R = eB_z/ma$ – нормированные значения компонент электрического (E_x, E_y) и магнитного (B_z) полей; $\omega_L \equiv \omega_L(x) = (4\pi e^2 n_0/m)^{1/2}$ – электронная ленгмюровская частота плазмы с плотностью $n_0(x)$, которая в окрестности плазменного резонанса ($x = 0$) аппроксимируется линейной зависимостью от координаты x , $n_0(x) = (1 + x/L)n_c$, где критическая плотность $n_c = m\omega_0^2/4\pi e^2$. Заметим, что правая часть уравнения (1), отвечающая нелинейному источнику генерации излучения из области критической плотности плазмы, и приведенное ниже решение (3)–(7) содержат величину Δ – ширину линейного плазменного резонанса, которая в линейной теории определяется либо тепловым движением электронов с тепловой скоростью V_T , либо малой частотой соударений ν частиц в плазме:

$$\Delta = \max \left\{ \nu L / \omega_0 ; (3V_T^2 L / \omega_0^2)^{1/3} \right\}.$$

В задаче о поглощении в нелинейном режиме Δ возникает по следующей причине. Нелинейный источник в (1) определяется функциями электрического поля P и скорости электронов v , u в окрестности резонанса, которые были найдены и исследованы нами в предыдущих работах [12, 13]. Наличие в этих функциях Δ обусловлено методом ренорм-групповых симметрий [12], который основан на процедуре “продолжения” линейного (по амплитуде электрического поля) решения в область параметров лазера и плазмы, где значительны нелинейные эффекты. В этом подходе электростатическое поле в линейном приближении играет роль “начального” условия и далее изменяется (“деформируется”) при адиабатическом нарастании амплитуды лазерного импульса. Здесь следует подчеркнуть, что такое рассуждение справедливо при умеренных, нерелятивистских, интенсивностях лазерного излучения и относительно длинных лазерных импульсах длительностью пико-, наносекунды и сотни фемтосекунд, когда можно говорить об адиабатически медленном, по сравнению с динамикой электронов в плазменном резонансе, росте амплитуды поля накачки в огибающей лазерного импульса. Иными словами, пространственная структура решения вида $1/\varepsilon(x) = L/(i\Delta - x)$ наследуется от решения, полученного в рамках теории линейного плазменного резонанса. При этом величина Δ , определяющая ширину линейного плазменного резонанса, теряет свой физический смысл в нелинейном режиме и становится просто заданной константой, определяемой эффективной малой частотой столкновений, как в линейной теории. С ростом амплитуды поля накачки продольное электрическое поле “разбухает” и характеризуется уже нелинейной шириной резонанса $\delta > \Delta$ [12].

Решение неоднородного уравнения (1) находится методом функции Грина с граничными условиями, которые следуют из вида магнитного поля $B_{z1}(x) = (ma/e)R_1(x)$ при $x \rightarrow \pm\infty$:

$$B_{z1} = C_1^+ e^{i\frac{\omega_0}{c}x \cos \theta} + C_1^- e^{-i\frac{\omega_0}{c}x \cos \theta}, \quad x \rightarrow -\infty,$$

$$B_{z1} = 0, \quad x \rightarrow \infty,$$

где комплексные амплитуды C_1^+ и C_1^- отвечают падающей и отраженной волнам соответственно. Следуя общей схеме решения, подробно изложенной в [13], найдем амплитуду отраженной волны C_1^- и коэффициент поглощения $G = 1 - |C_1^-/C_1^+|^2$ в пределе $\rho \ll 1$, что при масштабах неоднородности $L \gg 1/k_0$ соответствует малым углам падения лазерного излучения на плазму $\sin^2 \theta \ll 1$. В результате получим коэффициент релятивистски-нелинейного резонансного поглощения:

$$G = 1 - \left| R_L^{1/2} + \left(e^{i\pi/3} - R_L^{1/2} \right) \left[1 - \frac{A}{A_L} e^{-i\phi} \right] \right|^2. \quad (3)$$

Здесь R_L – коэффициент отражения в линейной теории, A находится из уравнения

$$\left| A + \frac{(L/\Delta)}{\pi^2} \left(1 - R_L^{1/2} \right) e^{i\pi/3} \mathcal{I} \right|^2 = A_L, \quad (4)$$

где

$$A_L = \frac{a_L L^2}{\Delta^2}, \quad a_L = \left| \frac{2e \sin \theta}{m\omega_0^2 L} \left(\frac{c}{\omega_0 L} \right)^{1/6} (\pi |\cos \theta|)^{1/2} \text{Ai}'(0) \left(1 - R_L^{1/2} \right) C_1^+ \right|, \quad (5)$$

а фаза ϕ определяется следующим образом:

$$\phi = \arg \left\{ A + \frac{(L/\Delta)}{\pi^2} \left(1 - R_L^{1/2} \right) e^{i\pi/3} \mathcal{I} \right\}. \quad (6)$$

Интеграл \mathcal{I} , входящий в (4) и (6), имеет вид

$$\mathcal{I} = \int_{-\infty}^{\infty} dl \int_0^{2\pi} d\chi \frac{v_1 e^{i\tau(\chi, l)}}{x_0 - i} \left[\partial_\chi \tau \partial_l (P_0 - i\gamma v_1) - \partial_l \tau \partial_\chi (P_0 - i\gamma v_1) - \right. \\ \left. - (\partial_\chi \tau \partial_l x_0 - \partial_l \tau \partial_\chi x_0) (\gamma - 1) \right],$$

$$P_0 = -\frac{A}{1+l^2} (l \cos \chi + \sin \chi), \quad v_0 = -\frac{A}{1+l^2} (l \sin \chi - \cos \chi),$$

$$\gamma = 1 + \frac{B^2 v_0^2}{2}, \quad x_0 = l - P_0, \quad v_1 = v_0 \frac{(1 + \frac{1}{4} B^2 v_0^2)^{1/2}}{1 + \frac{1}{2} B^2 v_0^2}, \quad (7)$$

$$\tau(\chi, l) = \chi - \left(\zeta E(\varphi; k) - \frac{2}{\zeta} F(\varphi; k) - \varphi \right), \quad \zeta = \sqrt{4 + B^2(v_0^2 + P_0^2)},$$

$$\varphi = \arcsin \frac{P_0}{\sqrt{v_0^2 + P_0^2}}, \quad k = \sqrt{\frac{B^2(v_0^2 + P_0^2)}{4 + B^2(v_0^2 + P_0^2)}}.$$

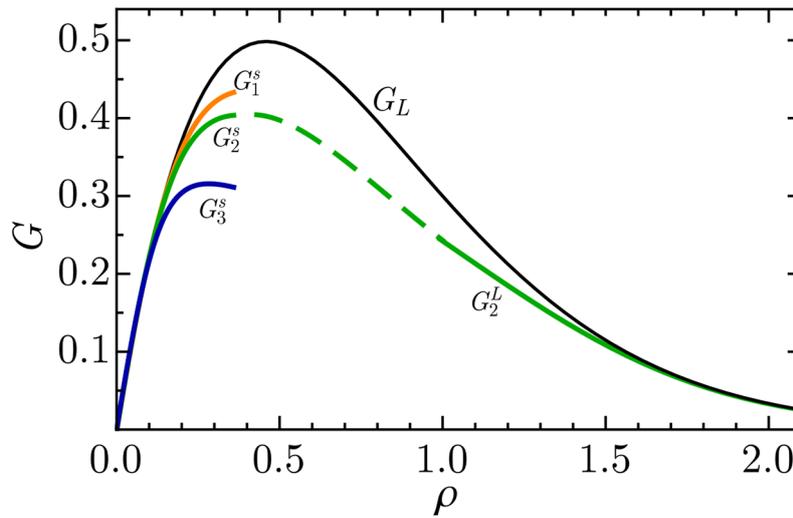


Рис. 2: Зависимости коэффициента нелинейного поглощения G от углового параметра ρ для различных интенсивностей Nd-лазера. Кривые $G_{1,2,3}^S$ получены по формуле (5) для лазерных интенсивностей $(I_0)_1 = 5 \cdot 10^{16}$ Вт/см², $(I_0)_2 = 10^{17}$ Вт/см² и $(I_0)_3 = 5 \cdot 10^{17}$ Вт/см² соответственно. Кривая G_2^L отвечает коэффициенту поглощения в случае $\rho > 1$, полученному в [13] при $(I_0)_2 = 10^{17}$ Вт/см². Графики построены при фиксированных температуре $T = 2$ кэВ и масштабе неоднородности $L = 30\lambda$ плазмы. Кривая G_L соответствует коэффициенту поглощения в линейной теории (см., напр., [15]).

Функции $F(\varphi; k)$ и $E(\varphi; k)$ в (7) – эллиптические интегралы первого и второго рода соответственно, $B = \omega_0 \Delta / c$. На рис. 2 представлены зависимости коэффициента резонансного поглощения G (3) от параметра ρ для различных значений лазерной плотности потока энергии I_0 в случае Nd-лазера с длиной волны $\lambda = 1.06$ мкм, при фиксированных температуре плазмы T и масштабе неоднородности L . Параметр ρ при фиксированной величине L зависит только от угла падения θ и поэтому может быть назван “угловым”. Рис. 2 демонстрирует уменьшение поглощения с ростом интенсивности лазерного излучения, что согласуется с общим выводом о подавлении поглощения при $\rho > 1$ [13]. Однако, из сравнения кривой G для $\rho > 1$ с кривой в пределе $\rho \ll 1$, при фиксированной интенсивности I_0 , следует несимметричность подавления слева и справа от максимума кривой G . А именно, со стороны больших углов падения θ поглощение подавляется существенно, чем при малых углах. Такая несимметричность означает, что рост интенсивности поля накачки приводит не только к уменьшению значений функции погло-

щения в широком диапазоне изменения ρ , но и к смещению максимума поглощения в область меньших ρ . Хотя выражение (3) и аналогичное ему из [13] имеют асимптотический характер, отражая поведение функции поглощения в двух предельных случаях и, строго говоря, не позволяют вычислять её во всем диапазоне значений ρ , тем не менее, из общих соображений подобия, построим функцию G в промежуточной области $\rho \approx 0.5$, соединив асимптотики для $\rho > 1$ и $\rho \ll 1$ при фиксированной интенсивности лазерного излучения. Возьмем в качестве примера $I_0 = 10^{17} \text{Вт/см}^2$ и построим соответствующие асимптотики при той же интенсивности (пунктирная кривая на рис. 2). Видно, что в этом случае максимум поглощения падает до значения $G_m \approx 0.4$, а оптимальное значение ρ_{opt} , соответствующее этому максимуму, смещается из точки $\rho \approx 0.5$ в точку $\rho \approx 0.4$.

Заключение. В работе получен коэффициент релятивистски-нелинейного резонансного поглощения для малых углов падения ($\rho \ll 1$) лазерного излучения на неоднородную плазму. Подтверждена общая тенденция подавления поглощения, которая была выявлена в [13] при рассмотрении случая $\rho > 1$. Кроме того, показано, что учет релятивистской нелинейности вблизи критической плотности плазмы не только уменьшает коэффициент поглощения G в широком диапазоне углового параметра ρ , но и влияет на положение максимума G_m кривой G , смещая соответствующее этому максимуму оптимальное значение ρ_{opt} в область меньших ρ , то есть меньших углов падения лазерного излучения на плазму θ при фиксированном значении масштаба неоднородности плотности плазмы L .

Представленные результаты справедливы только в условиях слабой неоднородности плазмы, когда $k_0 L \gg 1$, $L \gg \Delta$ [13]. Это условие является критически важным для эффективного резонансного поглощения, которое “отключается” при переходе к резкому градиенту плотности, когда на смену обсуждаемого механизма приходит механизм “вакуумного нагрева”, описание которого невозможно в рамках разработанной теории. При построении теории также используется тот факт [13], что в режиме резонанса зависимость электромагнитных полей и скоростей электронов от координаты x вдоль градиента плотности вблизи плазменного резонанса обратно пропорциональна величине $\Delta \ll L$ и оказывается существенно сильнее зависимости от поперечной координаты y , которая пропорциональна k_y . Итак, перечисленные условия описываются следующей совокупностью основных неравенств, задающих область применимости модели:

$$k_0 L \gg 1, \quad \Delta \ll L, \quad k_y \Delta \ll 1. \quad (8)$$

Кроме того, на рис. 2 приведены результаты для разных лазерных интенсивностей I_0 при фиксированном масштабе неоднородности плотности плазмы L , однако известно, что L может изменяться в результате неучитываемых нами разлета плазмы и действия пондеромоторной силы лазерного поля. В данной работе мы исходим из того, что такое изменение профиля плотности можно рассматривать через параметр L , предполагая, однако, что условие слабой неоднородности плазмы не нарушается. Хотя в общем случае L и зависит от I_0 , в нашей теории L и I_0 – входящие извне, формально независимые управляющие параметры, соотношение между которыми может быть определено, например, методами численного моделирования гидродинамики плазмы. Изложенная здесь теория демонстрирует, каким образом на величину поглощения влияет именно релятивистская нелинейность движения электронов в резонансно усиленном плазменном поле при заданных I_0 , T и L и может рассматриваться в качестве составной части более масштабных схем вычислений при исследовании лазерно-плазменного взаимодействия. Последовательный аналитический учет самосогласованной деформации профиля плотности неоднородной плазмы в условиях пространственно-временной модуляции фазы релятивистских колебаний электронов представляет собой нетривиальную задачу, которая требует отдельного подробного исследования при дальнейшем развитии построенной нами нелинейной теории.

Автор выражает огромную благодарность своим наставникам В. Ю. Быченкову и В. Ф. Ковалеву за неоценимую помощь в работе.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 17-12-01283).

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] Н. Г. Денисов, ЖЭТФ **31**, 609 (1956).
- [2] Б. Н. Гершман, В. Л. Гинзбург, Н. Г. Денисов, УФН **61**, 561 (1957). DOI: 10.3367/UFNr.0061.195704d.0561.
- [3] P. Hirsch and J. Shmoys, Radio Sci. Res. N Ath. Bur. Stand. **64D**, 521 (1956).
- [4] P. Hirsch, Radio Sci. **2**, 407 (1967).
- [5] А. Д. Пилия, ЖТФ **36**, 818 (1966).
- [6] А. Я. Омельченко, К. Н. Степанов, УФЖ **12**, 1445 (1967).
- [7] T. Tang, Radio Sci. **5**, 111 (1970).

- [8] А. Я. Омельченко, В. И. Панченко, К. Н. Степанов, Известия ВУЗов, Радиофизика **14**, 10 (1971).
- [9] Wen-Jun Ding, Z.-M. Sheng, J. Zhang, M. Y. Yu, Phys. Plasmas **16**, 042315 (2009). <https://doi.org/10.1063/1.3121220>.
- [10] S. K. Rajouria, K. K. Magesh Kumar, V. K. Tripathi, Phys. Plasmas **20**, 083112 (2013). <https://doi.org/10.1063/1.4818588>.
- [11] В. Ф. Ковалев, В. В. Пустовалов, ТМФ **81**, 69 (1989). <https://doi.org/10.1007/BF01015510>.
- [12] И. И. Метельский, В. Ф. Ковалев, В. Ю. Быченков, Физика плазмы **43**, 169 (2017). <https://doi.org/10.1134/S1063780X1702009X>.
- [13] И. И. Метельский, В. Ф. Ковалев, В. Ю. Быченков, ЖЭТФ **60**, 283 (2021). <https://doi.org/10.1134/S1063776121080069>.
- [14] Thomas Speziale, P. J. Catto, Phys. Fluids **20**, 990 (1977). <https://doi.org/10.1063/1.861987>.
- [15] D. W. Forslund, J. M. Kindel, K. Lee, et al., Phys. Rev. A **11**, 679 (1975). <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.11.679>.

Поступила в редакцию 28 октября 2021 г.

После доработки 9 ноября 2021 г.

Принята к публикации 10 ноября 2021 г.

Публикуется по рекомендации оргкомитета V Международной конференции “Сверхбыстрые Оптические Явления” (UltrafastLight-2021), Москва.