

УДК 535.374, 535.212

## ДВУХФОТОННОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЧАСТОТЫ В ФОТОННОМ КРИСТАЛЛЕ

Т. И. Кузнецова

*Рассматривается отклик фотонного кристалла на нерезонансное оптическое излучение. Под действием накачки возникает энергетический уровень, который может при распаде давать вторичное излучение. Спектр вторичного излучения содержит частоты, превосходящие частоту накачки.*

**Ключевые слова:** фотонный кристалл, короткоживущие возбужденные состояния, радиационный спонтанный распад, фазовый синхронизм.

*Введение.* Специфика взаимодействия фотонных кристаллов с излучением приводит к возникновению ряда новых эффектов в условиях, когда излучение имеет высокую интенсивность. Так, например, под действием мощной оптической накачки возникает сильное вынужденное комбинационное рассеяние [1], интенсивное вынужденное рассеяние Мандельштама–Бриллюэна [2]. Укажем на результаты, полученные в [3]. В работе [3] наблюдалось вторичное излучение фотонного кристалла (синтетического опала) на частотах, значительно превышающих частоту накачки: при исходной частоте, лежащей в красной области спектра, возникало сине-зеленое свечение. Экспериментальные исследования были продолжены в работе [4]. В нашей работе [5] был поставлен вопрос об особенностях электрон-фотонного взаимодействия в фотонных кристаллах, которые, по нашему предположению, ответственны за вторичное излучение. В данной работе электрон-фотонное взаимодействие в фотонном кристалле будет рассмотрено более подробно. В связи с тем, что вопрос касается больших частотных сдвигов излучения в коротковолновую область, мы должны обратиться к рассмотрению многофотонного поглощения. Далее будет обсуждаться только двухфотонное поглощение.

*Амплитуды волновых функций при нерезонансном двухфотонном поглощении.* Приведем основные формулы для двухфотонного поглощения в многоуровневой системе. В литературе обычно приводятся формулы для квадратичных величин – для

скоростей перехода, к тому же, как правило, обсуждаются резонансные случаи, которые имеют место при переходе в непрерывный спектр (см., напр., [6–8]). Для удобства чтения в данном тексте приводятся формулы для амплитуд волновых функций, возникающих в многоуровневой системе при действии импульса оптической накачки. Основываясь на теории возмущений, запишем электронную волновую функцию многоуровневой системы в виде суммы невозмущенного решения и двух поправок

$$\Psi = \Psi_{\text{start}} + \Psi_{\text{amend}} + \Psi_{\text{NEW}}. \quad (1)$$

В качестве исходного состояния квантово-механической системы берется функция  $\Psi_{\text{start}} = \psi_n(r) \exp(-i\omega_n t)$ , где  $\psi_n$  – собственная функция невозмущенного гамильтониана, которой отвечает энергия  $E_n = \omega_n$ . Поле накачки берется в виде  $\varepsilon \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)$ , причем амплитуда поля содержит медленную огибающую  $\varepsilon = 2\hbar f(t)F_0$ , в начальный момент огибающая  $f(t)$  имеет нулевое значение. Далее в формулах будет использоваться комплексная величина  $F = f(t)F_0 \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$ .

Поправка первого приближения к волновой функции находится из уравнений

$$\frac{dc_j^{(1)}}{dt} + i\omega_{jn}c_j^{(1)} = d_{jn}(F \exp(-i\omega t) + F^* \exp(i\omega t)), \quad (2)$$

здесь и далее величины  $\omega_{jn}$  – разностные частоты,  $d_{jn}$  – матричные элементы дипольного момента переходов. Из (2) следует

$$c_j^{(1)}(t) = d_{jn} \left[ F \frac{\exp(-i\omega t)}{i(\omega_{jn} - \omega)} + F^* \frac{\exp(i\omega t)}{i(\omega_{jn} + \omega)} \right]. \quad (3)$$

Приведенные выше формулы для поправок к исходной волновой функции справедливы при условии, что огибающая поля накачки в начальный момент  $t = 0$  обращается в нуль, а скорость ее изменения значительно меньше частоты оптических колебаний. Это вполне реалистичные требования, лишь в случае работы со сверхкороткими импульсами их выполнение может оказаться проблематичным.

Поправка первого порядка к волновой функции  $\Psi_{\text{amend}}$  будет иметь вид

$$\Psi_{\text{amend}} = \exp(-i\omega_n t) \sum_{j \neq n} c_j^{(1)}(t) \psi_j(r). \quad (4)$$

Для второго приближения имеем

$$\frac{dc_m^{(2)}}{dt} + i\omega_{mj}c_m^{(2)} = \sum_{j \neq m} c_j^{(1)}(t) d_{mj}(F \exp(-i\omega t) + F^* \exp(i\omega t)). \quad (5)$$

Учитывая упомянутые выше предположения о свойствах импульса накачки, можем написать выражения для коэффициентов  $c_m^{(2)}$

$$c_m^{(2)} = \sum_{j \neq m, n} d_{m,j} d_{j,n} [FF \exp(-i2\omega t) M_{mj}(\omega) + F^* F^* \exp(i2\omega t) M_{mj}(-\omega) + F^* F \widetilde{M}_{mJ}(\omega) + FF^* \widetilde{M}_{mJ}(-\omega)], \quad (6)$$

где

$$M_{mj}(\omega) = \frac{-1}{(\omega_{mj} - 2\omega)(\omega_{jn} - \omega)}, \quad \widetilde{M}_{mJ}(\omega) = \frac{-1}{\omega_{mj}(\omega_{jn} - \omega)}. \quad (7)$$

Полностью поправка второго приближения будет иметь вид

$$\Psi_{\text{NEW}} = \exp(-i\omega_n t) \sum_{m \neq n} c_m^{(2)}(t) \psi_m(r). \quad (8)$$

Выделим в выражении (8) для поправки второго порядка, учитывая формулы (8), слагаемые, осциллирующие с частотой  $2\omega + \omega_n$ . Как видно из (6)–(8), сумма этих осциллирующих слагаемых будет даваться выражением

$$\Psi_{\text{new}} = \exp(-i\omega_n t) \exp(-i2\omega t) FF \sum_{m \neq j, n} \sum_{j \neq n} d_{m,j} d_{j,n} \frac{-1}{(\omega_{mj} - 2\omega)(\omega_{jn} - \omega)} \psi_m(r). \quad (9)$$

Подчеркнем, что все пространственные функции  $\psi_n(r)$ , входящие в выражение  $\Psi_{\text{new}}$ , осциллируют на одной и той же частоте. В связи с этим можно сказать, что под действием накачки в квантовой системе создается многокомпонентный “виртуальный уровень” – возбужденное состояние с частотой  $(\omega_n + 2\omega)$ . Именно это возбужденное состояние является источником вторичных излучательных процессов, происходящих в фотонном кристалле.

*Вторичное излучение в условиях фазового синхронизма.* На заселенность рассмотренного выше возбужденного состояния, которое поддерживается накачкой, действует также ряд других возмущений, ведущих к его распаду. Здесь можно обсуждать спонтанное испускание фононов, в том числе ступенчатые процессы с последовательным испусканием фононов, спонтанное испускание двух фотонов, испускание двух фотонов и фонона, и другие многоквантовые процессы.

Остановимся на случае совместного испускания двух фотонов. Возьмем для примера вариант двух коллинеарных фотонов. Рассмотрим переход из электронного состояния  $\Psi_{\text{new}}$  в основное состояние  $\Psi_{\text{start}}$ , обусловленное двумя флуктуационными электромагнитными полями вида  $\xi \exp i(k'r - \omega't)$  и  $\eta \exp i(k''r - \omega''t)$ . При вычислении амплитуды

перехода

$$\Psi_{\text{new}}(r, t)|0\rangle_{k'}|0\rangle_{k''} \rightarrow \Psi_{\text{start}}(r, t)|1\rangle_{k'} \exp i(k'r - \omega't)|1\rangle_{k''} \exp i(k''r - \omega''t) \quad (10)$$

приходим к интегрированию осциллирующей функции

$$\exp[i(2k - k' - k'')r - i(2\omega - \omega' - \omega'')t]. \quad (11)$$

Очевидное условие получения ненулевой амплитуды при интегрировании по времени приводит к требованию  $-2\omega + \omega' + \omega'' = 0$ ; для пространственной зависимости выполнение подобного требования не обязательно. Существенно однако, что при условии  $2k - k' - k'' = 0$  эффект от многих излучателей будет пропорционален квадрату числа излучателей (аналог эффекта Dicke, а также условия фазового синхронизма для оптического параметрического генератора). Квадратичная зависимость имеет место при любом расположении излучателей и приводит к повышенной интенсивности излучения. В отсутствие же фазового синхронизма и, грубо говоря, при хаотическом расположении излучателей в рассматриваемой системе будут складываться интенсивности отдельных излучателей, а не амплитуды.

С этой особенностью излучательного процесса связана спектральная и угловая структура наблюдаемого излучения. На структуру влияет также и ряд других причин. Здесь существенны характеристики мод, поддерживаемых средой кристалла, в особенности, положение областей повышенной плотности модовых состояний на энергетической шкале.

На начальном этапе изучения фотонных кристаллов (история исследований изложена, напр., в [9]) для получения характеристик мод использовался одномерный синусоидальный потенциал. Наблюдения вторичного излучения фотонных кристаллов, которые мы здесь обсуждаем (работы [3, 4]) проводились с синтетическим опалом – существенно трехмерной средой, где одномерная модель мало пригодна. При обсуждении других экспериментов с синтетическим опалом [10, 11] их авторами была сделана попытка описывать моды с помощью представления о волнах в единичной изолированной сфере, без учета периодичности. Для анализа экспериментов с опалом требуется применение модели, хотя бы приближенно соответствующей характеристикам этого материала. В нашей работе [5] мы пробовали использовать потенциал, состоящий из суммы трех, зависящих от трех разных координат, синусоидальных функций.

В заключение подчеркнем, что рассмотренный выше процесс возникновения короткоживущего возбужденного состояния обеспечивает возможность испускания оптиче-

ских частот, охватывающих широкий спектральный интервал. Изложенные представления о вторичном излучении фотонного кристалла, объединенные с расчетом модовых характеристик трехмерной периодической среды, могут составить основу для совершенствования преобразователя (ап-конвертора), излучающего частоты, лежащие в оптическом и ультрафиолетовом диапазонах.

Автор благодарит В. С. Лебедева и Н. В. Чернегу за обсуждение структурных особенностей фотонных кристаллов.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] V. S. Gorelik, A. D. Kudryavtseva, N. V. Tcherniega, *J. Russ. Laser Res.* **29**, 551 (2008).
- [2] M. H. Kuok, H. S. Lim, S. L. Ng, et al., *Phys. Rev. Lett.* **90**, 255502 (2003).
- [3] N. V. Tcherniega, A. D. Kudryavtseva, *Journal of Russian Laser Research* **27**(5), 450 (2006).
- [4] Н. В. Чернега, А. Д. Кудрявцева, *Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования*, № 7, 23 (2009). DOI: 10.1134/S1027451009040053.
- [5] Т. И. Кузнецова, *Краткие сообщения по физике ФИАН* **48**(11), 37 (2021).
- [6] W. Heitler, *The Quantum Theory of Radiation* (Oxford, Clarendon Press, 1954).
- [7] Д. Н. Клышко, *Физические основы квантовой электроники* (М., Наука, 1986).
- [8] P. W. Milonni, J. H. Eberly, *Laser Physics* (Wiley, New Jersey, 2010).
- [9] J. D. Joannopoulos, S. G. Johnson, J. N. Winn, R. D. Meade, *Photonic crystals, Molding the Flow of Light* (Princeton University Press, 2008).
- [10] А. Н. Артамонов, В. И. Бурков, А. Г. Витухновский и др., *Краткие сообщения по физике ФИАН* **32**(10), 20 (2005).
- [11] V. S. Gorelik, *Laser Physics* **18**, 1479 (2008).

Поступила в редакцию 8 сентября 2022 г.

После доработки 6 октября 2022 г.

Принята к публикации 7 октября 2022 г.