УДК 539.184

# МЮОННЫЙ ЛЭМБОВСКИЙ СДВИГ В ТРЕХЧАСТИЧНЫХ МЮОН-ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМАХ В КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

В. И. Коробов[1,2], А. П. Мартыненко[2], Ф. А. Мартыненко[2], А. В. Эскин[2]

*Вычислен мюонный лэмбовский сдвиг ($2P$–$2S$) в электрон-мюонных ионах гелия, лития, бериллия и бора в рамках аналитической теории возмущений и на основе стохастического вариационного метода в квантовой электродинамике. Показано, что эффекты кулоновского взаимодействия электрона с мюоном и ядром приводят к небольшому изменению величины лэмбовского сдвига по сравнению с двухчастичными системами мюон-ядро.*

**Ключевые слова:** мюонные атомы и ионы, квантовая электродинамика, тонкая структура.

*Введение.* Исследование энергетических уровней мюонных экзотических атомов представляет значительный интерес, так как позволяет осуществлять проверку квантовой электродинамики (КЭД) с высокой точностью и получать более точные значения ряда фундаментальных параметров. Так, например, измерение частот перехода между низколежащими уровнями энергии в мюонном водороде и ионе мюонного гелия позволило улучшить значения зарядовых радиусов протона, дейтрона и $\alpha$-частицы [1, 2]. Улучшение измерений лэмбовского сдвига в мюонном водороде в пять раз на установке CREMA позволит определить зарядовый радиус протона с точностью $10^{-4}$ [3]. Коллаборация CREMA планирует включить в область исследований другие мюонные системы с легкими ядрами, такими как мюонный литий и бериллий [4]. В новые планы прецизионной микроволновой спектроскопии коллаборации J-PARC MUSE [5] входит измерение сверхтонкой структуры (СТС) основного состояния мюон-электронного гелия ($\mu - e - He$) с точностью, на два порядка превосходящей точность предыдущих

[1] Лаборатория теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова ОИЯИ, Россия, Дубна,
[2] Самарский университет, 443086 Россия, Самара, Московское ш., 34; e-mail: a.p.martynenko@samsu.ru.

экспериментов в 1980-х годах [6]. Другая интересная задача связана с мюонным лэмбовским сдвигом в атоме $(\mu - e - He)$ или в мюон-электронных системах с легкими ядрами. Исследование сверхтонкой структуры и электронного лэмбовского сдвига в таких кулоновских системах выполнено нами в предыдущих работах [7–9]. В данной работе мы исследуем, как присутствие электрона может повлиять на измерение мюонного лэмбовского сдвига в трехчастичных системах.

При изучении тонкой и сверхтонкой структуры спектра в системах мюон–электрон–ядро используют обычно два метода. Один из них – вариационный метод, который позволяет находить волновые функции и значения энергий с очень высокой точностью [10–17]. Другой аналитический метод расчета уровней энергии был сформулирован в работе [18] и применен для расчета сверхтонкой структуры спектра и электронного лэмбовского сдвига в [8, 9, 18–21]. В этом подходе различные поправки в спектре энергии вычисляются по теории возмущений (ТВ) в КЭД.

*Аналитический метод расчета лэмбовского сдвига.* Для расчета уровней энергии методом аналитической теории возмущений представим гамильтониан трехчастичной системы ядро–мюон–электрон в виде суммы нескольких частей, выделив основной вклад кулоновского взаимодействия $H_0$ [18, 21]:

$$H = H_0 + \Delta H + \Delta H_{\rm rec} + \Delta H_{\rm vp} + \Delta H_{\rm str} + \Delta H_{\rm vert}, \tag{1}$$

$$H_0 = -\frac{1}{2M_\mu}\nabla_\mu^2 - \frac{1}{2M_e}\nabla_e^2 - \frac{Z\alpha}{x_\mu} - \frac{(Z-1)\alpha}{x_e}, \tag{2}$$

$$\Delta H = \frac{\alpha}{|\mathbf{x}_\mu - \mathbf{x}_e|} - \frac{\alpha}{x_e}, \quad \Delta H_{\rm rec} = -\frac{1}{M}\boldsymbol{\nabla}_\mu \cdot \boldsymbol{\nabla}_e, \tag{3}$$

где $\mathbf{x}_\mu$ и $\mathbf{x_e}$ – радиусы-векторы мюона и электрона относительно ядра, $Ze$ – заряд ядра. Слагаемые $\Delta H_{\rm vp}$, $\Delta H_{\rm str}$ и $\Delta H_{\rm vert}$ обозначают вклады на поляризацию вакуума, структуру ядра и вершинные поправки. В (1) использована система единиц, в которой $\hbar = c = 1$, а $\alpha = e^2$ – постоянная тонкой структуры. Ядро имеет конечную массу $M$, и слагаемое гамильтониана $\Delta H_{\rm rec}$ в (3) определяет эффект отдачи ядра. Приведенные массы в подсистемах электрон–ядро, мюон–ядро равны

$$M_e = \frac{m_e M}{(m_e + M)}, \quad M_\mu = \frac{m_\mu M}{(m_\mu + M)}, \tag{4}$$

где массы электрона и мюона обозначены через $m_e$ и $m_\mu$, соответственно.

Выбирая гамильтониан системы в виде $H_0$, получим точное решение для волновой функции системы:

$$\Psi_{2S}(\mathbf{x_e},\mathbf{x}_\mu)=\psi_{e\ 1S}(\mathbf{x_e})\psi_{\mu\ 2S}(\mathbf{x}_\mu)=\frac{(W_eW_\mu)^{3/2}}{2\sqrt{2}\pi}\left(1-\frac{W_\mu x_\mu}{2}\right)e^{-\frac{W_\mu x_\mu}{2}}e^{-W_ex_e}, \qquad (5)$$

$$\Psi_{2P}(\mathbf{x_e},\mathbf{x}_\mu)=\psi_{e\ 1S}(\mathbf{x_e})\psi_{\mu\ 2P}(\mathbf{x}_\mu)=\frac{(W_eW_\mu)^{3/2}}{4\sqrt{2}\pi}(W_\mu x_\mu)e^{-\frac{W_\mu x_\mu}{2}}e^{-W_ex_e}(\boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{n}), \qquad (6)$$

$$W_\mu=Z\alpha M_\mu,\ W_e=(Z-1)\alpha M_e. \qquad (7)$$

Используя (5)–(6), можно выполнять аналитический расчет различных поправок по теории возмущений.

В лидирующем порядке энергия связи частиц равна сумме кулоновских энергий связи мюона и электрона, но в разности $(2P-2S)$ эти энергии сокращаются. В первом порядке теории возмущений кулоновское взаимодействие $\Delta H$ дает следующие вклады в уровни энергии $2S$ и $2P$ состояний:

$$\begin{aligned}\Delta E^{(1)}(2S)&=\left\langle\Psi_{2S}\left|\left(\frac{\alpha}{x_{\mu e}}-\frac{\alpha}{x_e}\right)\right|\Psi_{2S}\right\rangle=W_e\alpha\left(-28a_1^2+220a_1^3-1152a_1^4...\right),\\ \Delta E^{(1)}(2P)&=\left\langle\Psi_{2P}\left|\left(\frac{\alpha}{x_{\mu e}}-\frac{\alpha}{x_e}\right)\right|\Psi_{2P}\right\rangle=W_e\alpha\left(-20a_1^2+140a_1^3-672a_1^4...\right),\end{aligned} \qquad (8)$$

$$\Delta E^{(1)}(2P-2S)=W_e\alpha\frac{8a_1^2}{(1+2a_1)^5},\quad a_1=\frac{W_e}{W_\mu}. \qquad (9)$$

Результаты (8) представлены в виде разложения по параметру $a_1$.

При расчете поправок во втором порядке ТВ по $\Delta H$ необходимо рассмотреть вклады от разных промежуточных состояний мюона. Если мюон находится в промежуточном состоянии $n=2S$, то вклад имеет вид:

$$\Delta E^{(2)}_{2S}(n=2S)=\int\psi_{\mu2S}(\mathbf{x}_\mu)\psi_{e1S}(\mathbf{x}_e)\left(\frac{\alpha}{x_{\mu e}}-\frac{\alpha}{x_e}\right)\psi_{\mu2S}(\mathbf{x}_\mu)\left(\frac{\alpha}{x'_{\mu e}}-\frac{\alpha}{x'_e}\right)\times \qquad (10)$$

$$\times\psi_{\mu2S}(\mathbf{x'}_\mu)\psi_{e1S}(\mathbf{x'}_e)\tilde{G}_{e1S}(\mathbf{x}_e,\mathbf{x'}_e)\psi_{\mu2S}(\mathbf{x'}_\mu)d\mathbf{x}_\mu d\mathbf{x'}_\mu d\mathbf{x}_e d\mathbf{x'}_e,$$

где $\tilde{G}_{e1S}(\mathbf{x}_e,\mathbf{x'}_e)$ – редуцированная кулоновская функция Грина электрона для состояния $1S$. Нижний индекс $2S$ у энергии обозначает вклад для мюона в $2S$ исходном состоянии. Выражение (10) содержит два одинаковых интеграла по координатам мюона, которые вычисляются аналитически:

$$V_\mu(\mathbf{x}_e)=\int d\mathbf{x}_\mu|\psi_{\mu2S}(\mathbf{x}_\mu)|^2\left(\frac{\alpha}{x_{\mu e}}-\frac{\alpha}{x_e}\right)=$$

$$= -\frac{\alpha e^{-W_\mu x_e}}{8x_e}\left(8 + 6W_\mu x_e + 2(W_\mu x_e)^2 + (W_\mu x_e)^3\right). \quad (11)$$

С помощью явного выражения для $\tilde{G}_{e1S}(\mathbf{x}_e, \mathbf{x'}_e)$ [8, 9] и (11) получим вклад в энергию $2S$ после аналитического интегрирования и разложения по $a_1$:

$$\Delta E^{(2)}_{2S}(n = 2S) = -M_e\alpha^2 a_1^3\left[\frac{5993}{64} + a_1\left(\frac{24111}{64} - 3136\ln 4a_1\right) + ...\right]. \quad (12)$$

Аналогичный результат для мюона в $2P$ состоянии определяется выражением:

$$\Delta E^{(2)}_{2P}(n = 2P) = -M_e\alpha^2 a_1^3\left[\frac{31329}{576} + a_1\left(-\frac{80895}{576} - 14400\ln 4a_1\right) + ...\right]. \quad (13)$$

Если мюон находится в промежуточном состоянии, которое не совпадает с $2S$ (или $2P$), то во втором порядке ТВ такой вклад определяется следующим выражением:

$$\Delta E^{(2)}_{2S}(n = 2S) = \int \psi_{\mu 2S}(\mathbf{x}_\mu)\psi_{e1S}(\mathbf{x}_e)\left(\frac{\alpha}{x_{\mu e}} - \frac{\alpha}{x_e}\right)\psi_{\mu 2S}(\mathbf{x'}_\mu)d\mathbf{x}_e d\mathbf{x'}_e d\mathbf{x}_\mu d\mathbf{x'}_\mu \times \quad (14)$$

$$\times \sum_{n\neq 2S}\psi_{\mu n}(\mathbf{x}_\mu)\psi^*_{\mu n}(\mathbf{x'}_\mu)\sum_{n'}\frac{\psi_{en'}(\mathbf{x}_e)\psi^*_{en'}(\mathbf{x'}_e)}{E_{e1S} - E_{en'} + E_{\mu 2S} - E_{\mu n}}\left(\frac{\alpha}{x'_{\mu e}} - \frac{\alpha}{x'_e}\right)\psi_{e1S}(\mathbf{x'}_e).$$

Для аналитического расчета интегралов заменим в (14) точную кулоновскую функцию Грина электрона на свободную функцию Грина в лидирующем порядке по $a_1$:

$$G_e(\mathbf{x}_e, \mathbf{x'}_e) = \sum_{n'}\frac{\psi_{en'}(\mathbf{x}_e)\psi^*_{en'}(\mathbf{x'}_e)}{E_{e1S} - E_{en'} + E_{\mu 2S} - E_{\mu n}} \approx -\frac{M_e\alpha^2}{2\pi}\frac{e^{-b_n|\mathbf{x}_e - \mathbf{x'}_e|}}{|\mathbf{x}_e - \mathbf{x'}_e|}, \quad (15)$$

$$b_n = \sqrt{2M_e(E_{\mu n} - E_{\mu 2S} - E_{e1S})}.$$

Это приближение можно улучшить, используя ряд теории возмущений для функции Грина электрона как в [9]. Тогда для интегрирования по координатам в (14) можно использовать условие полноты:

$$\sum_{n\neq 2S}\psi_{\mu n}(\mathbf{x}_\mu)\psi^*_{\mu n}(\mathbf{x'}_\mu) = \delta(\mathbf{x}_\mu - \mathbf{x'}_\mu) - \psi_{\mu 2S}(\mathbf{x}_\mu)\psi^*_{\mu 2S}(\mathbf{x'}_\mu). \quad (16)$$

Вначале вычисляется интеграл по координате электрона в (14):

$$I = \int d\mathbf{y}_1\frac{e^{-b_n|\mathbf{x}_1 - \mathbf{y}_1|}}{|\mathbf{x}_1 - \mathbf{y}_1||\mathbf{y}_2 - \mathbf{y}_1|}\psi_{e1S}(\mathbf{y}_1) \approx \psi_{e1S}(0)\frac{4\pi}{b_n^2}\frac{(1 - e^{-b_n|\mathbf{x}_1 - \mathbf{y}_2|})}{|\mathbf{x}_1 - \mathbf{y}_2|} \approx \quad (17)$$

$$\approx \psi_{e1S}(0)4\pi\left[\frac{1}{b_n} - \frac{|\mathbf{x}_1 - \mathbf{y}_2|}{2} + \frac{b_n|\mathbf{x}_1 - \mathbf{y}_2|^2}{6} + ...\right],$$

где также использовано разложение по параметру отдачи $a_1$, связанному с $b_n$. Вклад первого слагаемого в квадратных скобках равен 0 из-за ортогональности волновых функций мюона, а второе слагаемое дает вклад лидирующего порядка по $a_1$, который после вычисления координатных интегралов имеет вид:

$$\Delta E^{(2)}_{2S}(n = 2S) = M_e \alpha^2 a_1^2 \left( -56 + \frac{20073}{64} a_1 + \frac{137165}{128} a_1^2 ... \right). \tag{18}$$

Если мюон находится в состоянии $2P$, то аналогичный вклад равен

$$\Delta E^{(2)}_{2P}(n = 2P) = M_e \alpha^2 a_1^2 \left( -40 + \frac{12441}{64} a_1 + \frac{79997}{128} a_1^2 ... \right). \tag{19}$$

Суммарный вклад первого и второго порядков ТВ по $\Delta H$ имеет вид:

$$\Delta E(2P - 2S) = 8 W_e \alpha a_1^2 \left( 1 - 10 a_1 + \frac{2}{(Z-1)} - \frac{10}{(Z-1)} a_1 \right), \tag{20}$$

где мы удержали в круглых скобках лишь члены первого порядка по $a_1$.

Наряду с кулоновской поправкой (20) необходимо учесть и другие поправки на поляризацию вакуума, структуру ядра и отдачу для получения полного значения мюонного лэмбовского сдвига. Поправки такого типа были вычислены в мюонных ионах в [22, 23].

*Вариационный метод.* Для проверки полученных аналитических результатов использовался вариационный метод [10, 16]. Волновая функция системы трех частиц для $S$-состояний представлялась в виде:

$$\Psi(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\lambda}, A^i_{ij}) = \sum_{i=1}^{K} C_i \psi_i(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\lambda}, A_{ij}) = \sum_{i=1}^{K} C_i e^{-\frac{1}{2}[A^i_{11}\boldsymbol{\rho}^2 + 2A^i_{12}\boldsymbol{\rho}\boldsymbol{\lambda} + A^i_{22}\boldsymbol{\lambda}^2]}, \tag{21}$$

где коэффициенты $C_i$ представляют собой набор линейных вариационных параметров, а $A_{ij}$ – матрица нелинейных параметров. Координаты Якоби $\boldsymbol{\rho}$ и $\boldsymbol{\lambda}$ связаны с радиусами-векторами ядра $\mathbf{r}_1$, мюона $\mathbf{r}_2$ и электрона $\mathbf{r}_3$:

$$\boldsymbol{\rho} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1, \quad \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{r}_3 - \frac{m_1 \mathbf{r}_1 + m_2 \mathbf{r}_2}{m_1 + m_2}. \tag{22}$$

Задача состояла в том, чтобы найти такие значения параметров и коэффициентов разложения, чтобы среднее значение гамильтониана было минимальным. Для нахождения энергий связанных состояний уравнение Шредингера с кулоновским взаимодействием трех частиц сводилось к решению матричной задачи на собственные значения следующего вида:

$$HC = E^{\lambda} BC, \tag{23}$$

где матричные элементы $H_{ij} =< \psi_i|H|\psi_j >$ и $B_{ij} =< \psi_i|\psi_j >$ вычислены аналитически с помощью вариационных волновых функций. $E^\lambda$ – собственное значение энергии. Верхнюю оценку энергии состояния системы трех частиц в вариационном подходе давало наименьшее собственное значение обобщенной задачи на собственные значения.

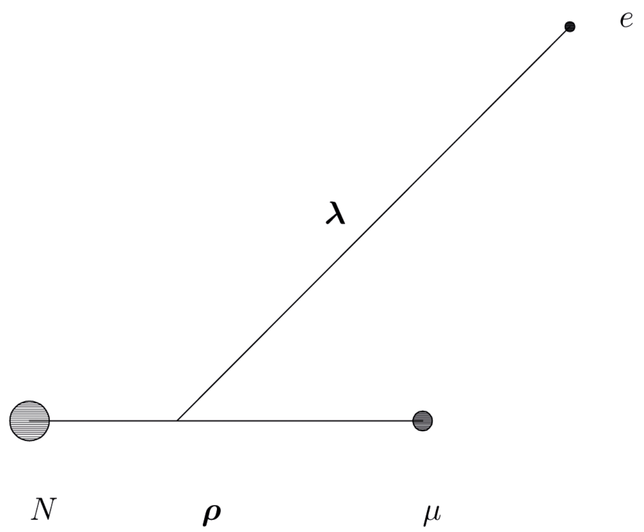


Рис. 1: *Трехчастичный ион: N – ядро, μ – мюон, e – электрон.*

Плотности радиального распределения по $\rho$ и $\lambda$, а также среднеквадратичные значения $\sqrt{< \rho^2 >}$, $\sqrt{< \lambda^2 >}$ равны

$$W(\rho) = \frac{8\sqrt{2}\pi^{5/2}}{< \Psi|\Psi >} \sum_{i,j=1}^{K} \frac{C_i C_j}{B_{22}^{3/2}} \rho^2 e^{-\frac{1}{2}\rho^2 \frac{\det B}{B_{22}}},\ W(\lambda) = \frac{8\sqrt{2}\pi^{5/2}}{< \Psi|\Psi >} \sum_{i,j=1}^{K} \frac{C_i C_j}{B_{11}^{3/2}} \lambda^2 e^{-\frac{1}{2}\lambda^2 \frac{\det B}{B_{11}}}, \tag{24}$$

$$W(\rho,\lambda) = \frac{16\pi^2}{< \Psi|\Psi >} \sum_{i,j=1}^{K} \frac{C_i C_j}{B_{12}} \rho\lambda e^{-\frac{1}{2}[\rho^2 B_{11} + \lambda^2 B_{22}]} \mathrm{sh}(B_{12}\rho\lambda),\ B_{lk} = A_{lk}^i + A_{lk}^j, \tag{25}$$

$$< \boldsymbol{\rho}^2 >= \frac{24\pi^3}{< \Psi|\Psi >} \sum_{i,j=1}^{K} C_i C_j \frac{B_{22}}{(\det B)^{5/2}}, \quad < \boldsymbol{\lambda}^2 >= \frac{24\pi^3}{< \Psi|\Psi >} \sum_{i,j=1}^{K} C_i C_j \frac{B_{11}}{(\det B)^{5/2}}. \tag{26}$$

Плотности радиального распределения представлены на рис. 2, 3 и 4 для мюонных ионов лития, бериллия и бора. Эти графики показывают наличие двух характерных расстояний в системе частиц $(N - \mu - e)$. Среднеквадратичные значения $\rho_N = \sqrt{< \boldsymbol{\rho}^2 >}$ и $\lambda_N = \sqrt{< \boldsymbol{\lambda}^2 >}$ для мюон-электронных ионов представлены в табл. 1. Они уменьшаются с возрастанием заряда ядра $Z$.

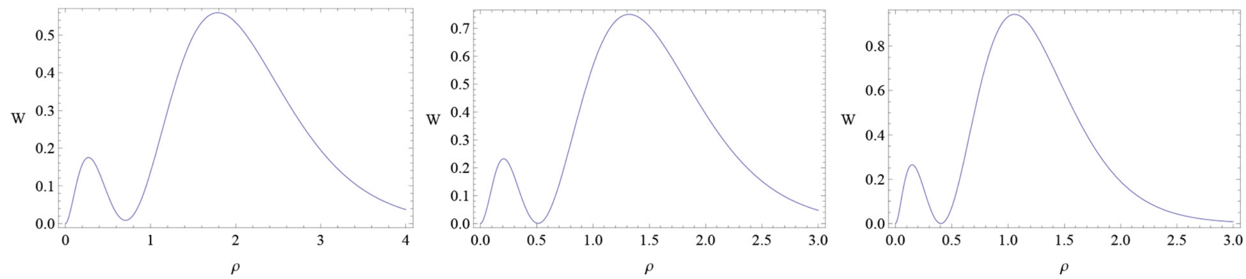


Рис. 2: *Плотности радиальных распределений $W(\rho)$ для состояний $2S^{(\mu)}1S^{(e)}$ в мюонных ионах лития, бериллия и бора. Значения переменных $\rho$ выражены в мюонных атомных единицах.*

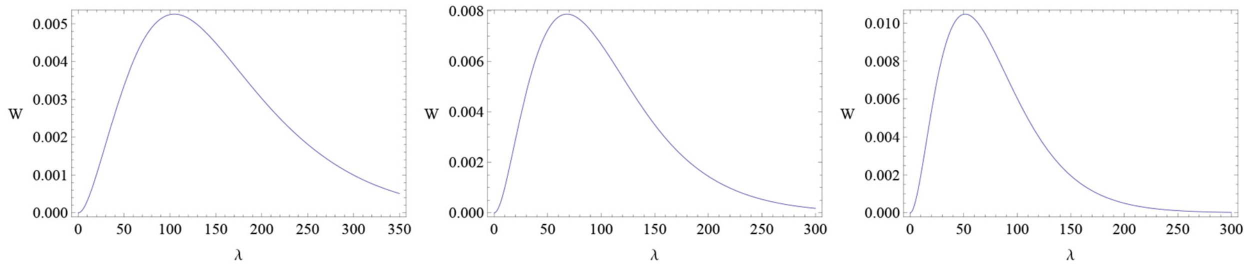


Рис. 3: *Плотности радиальных распределений $W(\lambda)$ для состояний $2S^{(\mu)}1S^{(e)}$ в мюонных ионах лития, бериллия и бора. Значения переменной $\lambda$ выражены в мюонных атомных единицах.*

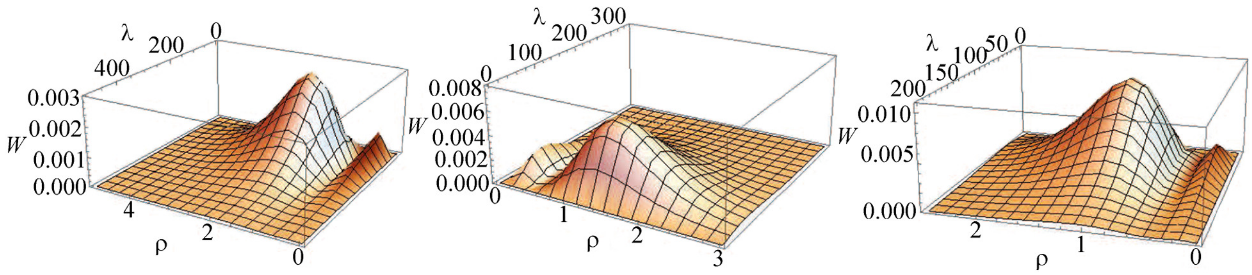


Рис. 4: *Радиальная плотность вероятности $W(\rho,\lambda)$ для $(\mu e^7Li)$, $(\mu e^9Be)$, $(\mu e^{11}B)$. Значения переменных $\rho$ и $\lambda$ выражены в мюонных атомных единицах.*

Наши численные расчеты вариационным методом проводились в среде MATLAB [10]. Численные значения энергии состояний $2S^{(\mu)}1S^{(e)}$ и $2P^{(\mu)}1S^{(e)}$, а также значения лэмбовского сдвига представлен в табл. 1. В последнем столбце представлен результат аналитического расчета.

Таблица 1

*Численные значения кулоновских поправок к мюонному лэмбовскому сдвигу. В последнем столбце представлены результаты аналитического расчета лэмбовского сдвига*

| $N-\mu-e$ | $\rho_N$, фм | $\lambda_N$, фм | $2S$, $\mu$.а.е. | $2P$, $\mu$.а.е. | $(2P$–$2S)$, мэВ | $(2P$–$2S)$, мэВ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $^3_2He-\mu-e$ | 857 | $0.91\cdot 10^5$ | –0.48428998695 | –0.48428934525 | 3.61 | 4.04 |
| $^4_2He-\mu-e$ | 852 | $0.91\cdot 10^5$ | –0.48863657185 | –0.48863598056 | 3.33 | 3.97 |
| $^7_3Li-\mu-e$ | 560 | $0.46\cdot 10^5$ | –1.11677317289 | –1.11677141828 | 9.87 | 9.12 |
| $^9_4Be-\mu-e$ | 417 | $0.30\cdot 10^5$ | –1.99690898465 | –1.99690691728 | 11.63 | 14.25 |
| $^{11}_5B-\mu-e$ | 334 | $0.23\cdot 10^5$ | –3.13302438038 | –3.13302043843 | 22.18 | 19.30 |

*Заключение.* При расчете части вкладов аналитически мы использовали приближение, связанное с заменой точной функции Грина электрона на свободную. В этом случае мы пренебрегали поправками порядка $\sqrt{M_e/M_\mu}$ по сравнению с рассчитанными членами (см. уравнение (15)). Численно $\sqrt{M_e/M_\mu} \approx 0.1$, поэтому основная погрешность аналитических расчетов составила примерно 10 процентов. Выполнив расчет лэмбовского сдвига в рамках вариационного метода, мы, с одной стороны, проверили результаты аналитических расчетов, а с другой – повысили точность вычислений. В табл. 1 мы представили результаты с точностью до двух знаков после запятой для сравнения с аналитическими результатами. Сравнение результатов, полученных разными методами, показало, что они согласуются друг с другом в пределах возможной теоретической погрешности аналитических расчетов.

Измерение лэмбовского сдвига в двухчастичных мюонных атомах и ионах коллаборацией CREMA [1] позволило получить на порядок более точные значения зарядовых радиусов протона, дейтрона и альфа-частицы. Это было достигнуто после точных расчетов лэмбовского сдвига, которые учитывали эффекты поляризации вакуума, структуры ядра, релятивистских поправок и эффектов смешанного типа высших порядков в $\alpha$ и отношении масс частиц [22, 23]. В этой работе мы изучили влияние эффектов кулоновского взаимодействия частиц на величину мюонного лэмбовского сдвига в трехчастичных системах мюон–электрон–ядро. Наличие электрона приводит к дополнительному кулоновскому взаимодействию с мюоном и ядром и изменяет величину лэмбовского сдвига по сравнению с двухчастичными системами. Численные значения кулоновской поправки для различных мюон-электронных систем представлены в табл. 1. Отметим, что вычисленный в данной работе впервые вклад кулоновского взаимодействия мюона и электрона в мюонный лэмбовский сдвиг в трехчастичных системах ядро–мюон–электрон исследовался ранее в нашей работе [8] в случае электронного лэмбовского сдвига.

Учитывая результаты из табл. 1 (результаты аналитического расчета) и из работ [22, 23], (см. полные значения в Таблице [21] по мюонному гелию и Таблицах I-III [22] по ионам мюонного лития, бериллия и бора), мы получаем полные значения мюонного лэмбовского сдвига (Ls) в мюон-электронных ионах гелия, лития, бериллия и бора (изотопы со спином 3/2):

$$E^{Ls}({}^3_2He) = 1263.90 \text{ мэВ}, \quad E^{Ls}({}^4_2He) = 1383.08 \text{ мэВ}, \tag{27}$$

$$E^{Ls}(Li) = 1540.90 \text{ мэВ},\ E^{Ls}(Be) = -1238.57 \text{ мэВ},\ E^{Ls}(B) = -7981.03 \text{ мэВ}.$$

Кулоновское взаимодействие частиц в трехчастичных системах приводит к небольшому, но существенному изменению величины мюонного лэмбовского сдвига по сравнению с двухчастичными мюонными системами. Учет вычисленной поправки необходим, например, для извлечения значения зарядового радиуса гелиона и $\alpha$-частиц с точностью, превышающей 0.01 фм при его измерении в трехчастичных атомах.

Работа выполнена при поддержке РНФ (grant 23-22-00143).

Л И Т Е Р А Т У Р А

[1] A. Antognini, F. Kottmann, R. Pohl, SciPost Phys. Proc. **5**, 021 (2021). DOI: 10.21468/SciPostPhysProc.5.021.

[2] J. J. Krauth, K. Schuhmann, M. A. Ahmed, et al., Nature **589**, 527 (2021). DOI: 10.1038/s41586-021-03183-1.

[3] A. Antognini, F. Hagelstein, V. Pascalutsa, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. **72**, 389 (2022). DOI: 10.1146/annurev-nucl-101920-024709.

[4] S. Schmidt, M. Willig, J. Haack, et al., J. Phys.: Conf. Ser. **1138**, 012010 (2018). DOI: 10.1088/1742-6596/1138/1/012010.

[5] S. Fukumura, P. Strasser, I. Takashi, et al. [J-PARC Collaboration], EPJ Web Conf. **262**, 010012 (2022). DOI: 10.1051/epjconf/202226201012.

[6] C. J. Gardner, A. Badertscher, W. Beer et al., Phys. Rev. Lett. **48**, 1168 (1982). DOI: 10.1103/PhysRevLett.48.1168.

[7] V. I. Korobov, A. P. Martynenko, F. A. Martynenko, R. N. Faustov, Bulletin of the Lebedev Physics Institute **49**(6), 158 (2022). DOI: 10.3103/S1068335622060033.

[8] A. E. Dorokhov, V. I. Korobov, A. P. Martynenko, F. A. Martynenko, Phys. Rev. A **103**, 052806 (2021). DOI: 10.1103/PhysRevA.103.052806.

[9] R. N. Faustov, V. I. Korobov, A. P. Martynenko, F. A. Martynenko, Phys. Rev. A **105**, 042816 (2022). DOI: 10.1103/PhysRevA.105.042816.

[10] A. P. Martynenko, F. A. Martynenko, V. V. Sorokin, et al., Bulletin of the Lebedev Physics Institute **46**(4), 143 (2019). DOI: 10.3103/S1068335619040092.

[11] S. I. Vinitsky, L. I. Ponomarev, Fiz. Elem. Chast. Atom. Yadra **13**, 1336 (1982).

[12] S. I. Vinitsky, V. S. Melezhik, L. I. Ponomarev, et al., Sov. Phys. JETP **52**, 353 (1980).

[13] A. M. Frolov, Phys. Rev. A **61**, 022509 (2000). DOI: 10.1103/PhysRevA.61.022509.

[14] M. K. Chen, C. S. Hsue, Phys. Rev. A **1940**, 5520 (1989). DOI: 10.1103/PhysRevA.40.5520.

[15] K. Varga, Y. Suzuki, Comp. Phys. Comm. **106**, 157 (1997). DOI: 10.1016/S0010-4655(97)00059-3.

[16] D. T. Aznabayev, A. K. Bekbaev, V. I. Korobov, PEPAN Letters **15**, 236 (2018).

[17] V. I. Korobov, Phys. Part. Nucl. **53**(1), 5 (2022). DOI: 10.1134/S1063779622010038.

[18] S. D. Lakdawala, P. Mohr, Phys. Rev. A **29**, 1047 (1984). DOI: 10.1103/PhysRevA.29.1047.

[19] M. Ya. Amusia, M. Ju. Kuchiev, V. I. Yakhontov, J. Phys. B **16**, L71 (1983). DOI: 10.1088/0022-3700/16/3/007.

[20] S. G. Karshenboim, V. G. Ivanov, V. I. Korobov, Phys. Rev. A **97**, 022504 (2018). DOI: 10.1103/PhysRevA.97.022504.

[21] A. A. Krutov, A. P. Martynenko, Phys. Rev. A **78**, 032513 (2008). DOI: 10.1103/PhysRevA.78.032513.

[22] A. A. Krutov, A. P. Martynenko, G. A. Martynenko, R. N. Faustov, Jour. Exp. Theor. Phys. **120**, 73 (2015). DOI: 10.1134/S1063776115010033.

[23] A. A. Krutov, A. P. Martynenko, F. A. Martynenko, O. S. Sukhorukova, Phys. Rev. A **94**, 062505 (2016). DOI: 10.1103/PhysRevA.94.062505.

Поступила в редакцию 13 февраля 2023 г.

После доработки 24 апреля 2023 г.

Принята к публикации 25 апреля 2023 г.

*Публикуется по докладам, представленным на XX Всероссийской молодежной Самарской конкурс-конференции научных работ по оптике и лазерной физике, посвященной 100-летию со дня рождения Н. Г. Басова.*