

МЕТОД ВИРТУАЛЬНОЙ ЛИНЗЫ ДЛЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ФАЗЫ ИЗОБРАЖЕНИЯ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ

И. А. Артюков, А. В. Виноградов, М. В. Горбунков,
Ю. Я. Маслова, Н. Л. Попов

В связи с развитием вычислительной техники большую популярность приобрели безлинзовые методы получения изображений, в частности метод восстановления фазы. Он позволяет восстанавливать распределение фазы и амплитуды в предметной плоскости путём математической обработки дифракционной картины, получающейся при прохождении или отражении от предмета когерентного пучка. Элементы традиционной оптики – линзы, фокусирующие зеркала и пр. при этом не используются. Классический вариант метода предполагает расположение детектора в дальней зоне по отношению к объекту, что упрощает расчёты. Однако не всегда это условие выполнимо, поэтому в ряде работ были предложены варианты метода в ближней зоне, основанные на прямом применении волнового пропагатора. В данной работе предложен новый вариант на основе виртуальной линзы. Тогда сложность и время расчета остаются на том же уровне, что и для дальней зоны, однако удастся существенно сократить расстояние до детектора. Эффективность метода продемонстрирована в эксперименте, в котором в качестве когерентного источника использовался гелий-неоновый лазер.

Ключевые слова: безлинзовая оптика, восстановление фазы.

Введение. Безлинзовые методы получения изображения при использовании когерентного излучения (иногда используется термин “когерентная дифракционная визуа-

лизация” – Coherent Diffraction Imaging (CDI)) получило активное развитие в рентгеновском диапазоне в связи с отсутствием эффективной оптики (см., напр., обзор [1]). Безлинзовые методы позволяют не только достигать высокого пространственного разрешения (порядка длины волны), но и получать фазовое изображение объектов. Знание амплитудно-фазовой структуры поля, в свою очередь, даёт возможность решать обратную оптическую задачу определения объекта, создающего необходимое распределение интенсивности на заданной плоскости. Такими объектами могут быть, например, голографические защитные знаки и фазовые литографические шаблоны.

В простейшем случае для безлинзового восстановления фазы и изображения объекта требуется только когерентный источник излучения, сам объект и детектор. При этом, наиболее удобным расположением детектора является дальняя зона [1], в которой расчет распространения поля от объекта к детектору сводится к однократному вычислению преобразования Фурье (ПФ). При этом общее время выполнения одной итерации алгоритма восстановления фазы примерно равно удвоенному времени выполнения этого преобразования. К сожалению, как нетрудно убедиться (см. [1]), в видимом диапазоне при поле зрения $1 \times 1 \text{ см}^2$ расстояние до дальней зоны измеряется километрами, и лабораторные эксперименты приходится проводить в ближней зоне. Обычно используется волновой пропагатор в обратном пространстве [2]. В этом случае расчет поля на детекторе сводится к расчету дополнительного ПФ. Таким образом, время, необходимое для решения задачи восстановления фазы, практически удваивается по сравнению с расчётами в дальней зоне. Время расчётов при решении обратной задачи может достигать многих часов.

В данной работе мы покажем, как в практически важном случае относительно малых рабочих апертур алгоритм дальней зоны может быть адаптирован в случае ближней зоны при сохранении всего двух ПФ на одну итерацию. Такой метод расчёта даёт возможность использовать безлинзовые схемы для получения изображения и фазовой картины объекта при ограниченных расстояниях лабораторных экспериментов за более короткое время вычислений.

Теория. Как известно, скалярное поле электромагнитной волны $\psi(\vec{\rho}, z)$ в дальней зоне описывается формулой [1]:

$$\psi(\vec{\rho}, z) = \frac{2\pi k}{iz} \frac{z^2}{z^2 + \rho^2} \exp\left\{ik\sqrt{z^2 + \rho^2}\right\} \varphi_0(\vec{\rho}), \quad \vec{\rho} = k \frac{\vec{\rho}}{\sqrt{z^2 + \rho^2}}, \quad (1)$$

где $\varphi_0(\vec{\rho})$ – фурье-образ поля $\psi(\vec{\rho}, 0)$ в плоскости объекта исследования S (см. рис. 1), z –

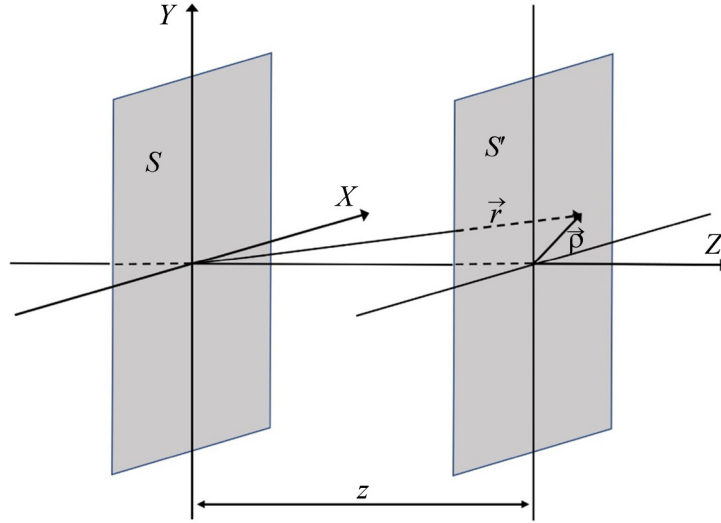


Рис. 1: Схема плоскостей, использованная в (1): S – плоскость объекта, S' – плоскость.

расстояние от объекта до детектора, k – волновое число, $\vec{\rho}$ – радиус-вектор в плоскости детектора. Критерием дальней зоны при этом является условие:

$$z \gg z_{\text{far}} = \frac{a^2}{\lambda}, \quad (2)$$

где a – размер объекта, λ – длина волны. Из формулы (1) очевидно, что в дальней зоне расчет распространения поля от объекта к детектору требует нахождения фурье-образа $\varphi_0(\vec{p})$, что на практике сводится к вычислению быстрого преобразования Фурье (БПФ):

$$F_m = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N f_n \exp \left\{ -i \frac{2\pi}{N} mn \right\}, \quad m, n = 0..N, \quad (3)$$

для X и Y , т. е. к двумерному БПФ. Выбор расчетного домена при этом обсуждается в работе [1]. Алгоритм восстановления фазы состоит из итераций, содержащих расчет поля от объекта к детектору и обратно, и это является ключевой и самой времязатратной частью. Поэтому переход от дальней зоны к ближней, где вместо использования формулы (1) следует использовать формулу волнового пропагатора [2]:

$$\psi(\vec{\rho}, z) = \int \varphi_0(\vec{p}) \exp \left\{ iz \sqrt{k^2 - p^2} \right\} \exp \{ i \vec{p} \cdot \vec{\rho} \} d\vec{p}, \quad (4)$$

неизбежно вызывает увеличение времени итерации, т. к. в этом случае расчет поля на детекторе сводится к расчету двух двумерных БПФ: прямого для расчета $\varphi_0(\vec{p})$ и

обратного для расчета $\psi(\vec{\rho}, z)$. Заметим, что вычисление экспоненты, содержащей радикал, сводится к поэлементному умножению на заранее рассчитанный массив значений, поэтому время выполнения этой операции заметно меньше, чем БПФ. Отметим, что формула (4) справедлива для любого z .

Существует важный случай, когда расстояние z удовлетворяет условию:

$$z \geq z_{\text{fre}} = \frac{a\tilde{\delta}}{\lambda}, \quad (5)$$

где $\tilde{\delta}$ – наименьший разрешаемый элемент объекта (пиксель). Тогда, если выполняются условия параксиального приближения (малая апертура), можно при расчёте распространения поля, по сути, сохранить метод, используемый в дальней зоне. Для этого введем в рассмотрение виртуальную рассеивающую линзу, которая располагается в плоскости объекта и имеет фокусное расстояние, равное $-z$. В этом случае расчет поля от объекта до детектора идет в 2 этапа: сначала выполняется преобразование линзы:

$$\psi'(\vec{\rho}, 0) = \psi(\vec{\rho}, 0) \exp\left\{\frac{ik\rho^2}{2z}\right\}, \quad (6)$$

затем производится расчет для дальней зоны, но в параксиальном приближении:

$$\psi(\vec{\rho}, z) = \frac{2\pi k}{iz} \exp\left\{ikz\left(1 + \frac{\rho^2}{2z^2}\right)\right\} (F\psi')(\vec{p}), \quad \vec{p} = k\frac{\vec{\rho}}{z}, \quad (7)$$

где $(F\psi')$ – фурье-преобразование функции $\psi'(\vec{\rho}, 0)$. Как нетрудно убедиться, последовательное применение (6) и (7) дает такой же результат как вычисление интеграла Френеля от $\psi(\vec{\rho}, 0)$:

$$\psi(\vec{\rho}, z) = \frac{k}{2\pi iz} \int \psi(\vec{\xi}, 0) \exp\left\{\frac{ik(\vec{\xi} - \vec{\rho})^2}{2z}\right\} d\vec{\xi} \cdot \exp\{ikz\} \quad (8)$$

и, следовательно, точно решает задачу распространения в рамках параксиального приближения. По существу, это означает использование параболического волнового уравнения и интеграла Френеля. Они широко применяются в задачах распространения видимого и рентгеновского излучения [3, 4].

Чтобы точность расчета не снижалась, должно выполняться условие (5), в этом случае фаза осциллирующего множителя $\exp\left\{\frac{ik\rho^2}{2z}\right\}$ в (6) не меняется на отрезке $\tilde{\delta}$ больше чем на π . Обратный расчет от детектора к объекту аналогичен прямому, но для комплексно-сопряженного поля. При этом время выполнения одной итерации объект – детектор – объект сравнимо с временем расчетов в дальней зоне, поскольку, очевидно,

операция (6) сводится к поэлементному умножению на заранее сохраненный массив значений $\exp\left\{\frac{ik\rho^2}{2z}\right\}$ или на комплексно-сопряженный к нему при обратном проходе.

Выбор расчетного домена объекта для произвольных расстояний обсуждается в нашей работе [5]. В данной работе мы считаем, что угол наклона объекта к направлению распространения равен $\theta = \pi/2$, и домен объекта совпадает с доменом детектора. Как показал эксперимент, это оправданный выбор в нашем случае.

Уравнение (7) позволяет определить по измеренной интенсивности излучения на детекторе I модуль фурье-образа объекта:

$$A(\vec{p}) = |(F\psi')(\vec{p})| = \frac{z}{2\pi k} |\psi'(\vec{\rho}, z)| = \frac{z}{2\pi k} \sqrt{I(\vec{\rho}, z)}. \quad (9)$$

Вычисление распространения от виртуальной линзы до детектора, замена модуля поля и расчет обратного распространения сводится к двумерному БПФ, наложению ограничения $A(\vec{p})$ и обратному двумерному БПФ:

$$\left(F^{-1} A(\vec{p}) \frac{(F\psi')(\vec{p})}{|(F\psi')(\vec{p})|} \right). \quad (10)$$

Именно такой подход был использован в данной работе.

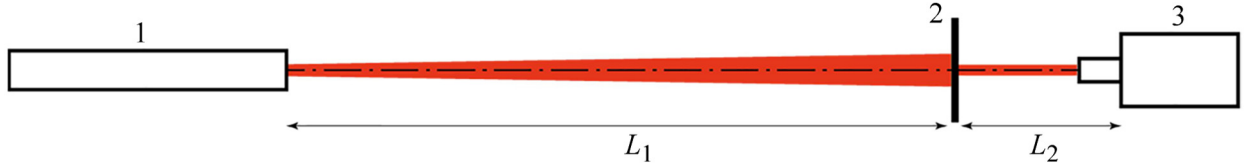


Рис. 2: Схема эксперимента: 1 – гелий-неоновый лазер, 2 – объект, 3 – КМОП-камера. $L_1 = 2.95$ м, $L_2 = 0.60$ м.

Описание эксперимента. Эксперимент был проведен в лаборатории фотоники молекул ОКРФ ФИАН. Схема эксперимента представлена на рис. 2. Источником излучения служил гелий-неоновый лазер 1 с выходной мощностью 5 мВт, генерирующий на основной ТЕМ₀₀ моде (длина волны излучения $\lambda = 632.8$ нм, ширина спектральной линии не более 0.16 нм). Для данной модели гелий-неонового лазера характерно случайное изменение направления поляризации на временных интервалах порядка наносекунд.

Объект 2 был расположен на расстоянии $L_1 = 2.95$ м от выхода лазера. Расстояния измерялись лазерной рулеткой с точностью 0.1 мм. Диаметр пучка лазера на объекте составлял 6 мм (рис. 3(а)). Облучаемый объект (рис. 3(с)) был изготовлен из нержавеющей стали толщиной 1.1 мм на станке для лазерной резки SMART Base фирмы

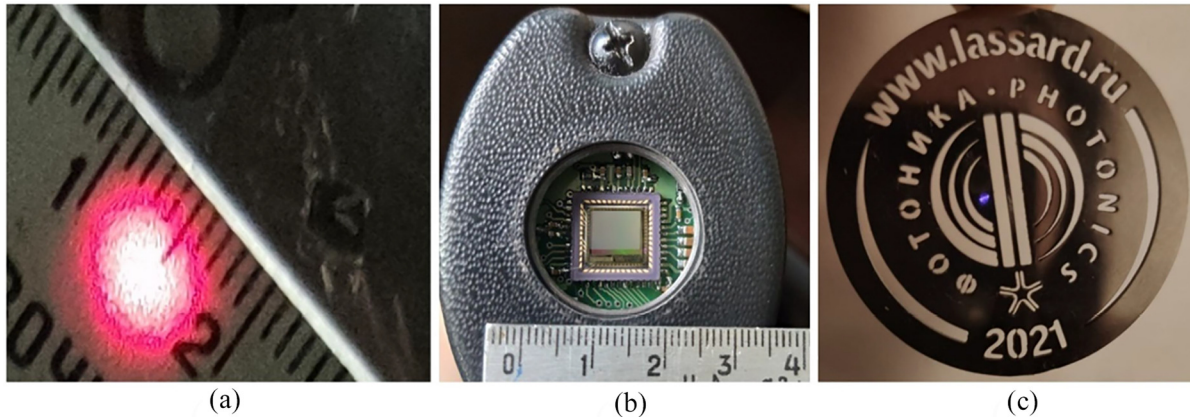


Рис. 3: (а) пучок лазера в плоскости объекта; (б) КМОП-матрица; (с) медальон с диафрагмами в виде букв.

“ЛАССАРД” на основе непрерывного лазера (точность позиционирования и ширина реза – 100 мкм). Непрерывный режим работы обеспечивает рез с гладкими краями. В объекте были выполнены сквозные прорезы в виде ряда букв, каждая размером не более 3×2 мм². За счет этого был обеспечен выбор диафрагм различной формы (букв).

Излучение, прошедшее через одну из диафрагм, регистрировалось на КМОП-камеру 3 фирмы Deltatech модели CMOS1300, которая была расположена на расстоянии $L_2 = 60$ см. Объектив не использовался. Для исключения паразитных засветок на КМОП-камеру надевался полый тубус длиной 8 см, эксперимент проводился в темной комнате. Размер пиксела матрицы равен 6×6 мкм, формат кадра 1032×1288 пикселей, размер матрицы 6.192×7.728 мм² (рис. 3(б)). Регистрировалось 10-битное изображение. Для каждой диафрагмы подбиралась оптимальная экспозиция, характерное время составляло 7 мс.

Анализ результатов. Согласно постановке эксперимента расстояния z_{far} , z_{fre} и z были равны 1422 см, 2.844 см и 60 см, соответственно. Так что условие (5) было выполнено с большим запасом, и применение алгоритма виртуальной линзы было оправдано. Расчетный домен объекта был выбран равным домену детектора, т. е. равным матрице КМОП.

Сначала цифровые значения с матрицы КМОП (0.618×0.7728 см² и 1032×1288 пикселей) анализировались для определения уровня фона (см. табл. 1). Далее, для пикселей, в которых уровень превышал фоновый, производилось вычитание фона. Значения остальных пикселей устанавливались 0. Затем вычислялся квадратный корень из каждого пиксела, чтобы получить массив значений $A(\vec{r})$ (см. формулы (9) и (10)).

Т а б л и ц а 1

Агрегированные значения матрицы КМОП

Буква	Минимальное значение	Максимальное значение	Фон
Ф	18	927	34
И	72	841	85
А	65	961	77
Н	67	768	77

Для восстановления фазового изображения объектов использовалась разновидность гибридного алгоритма ввода-вывода (НЮ) [6]. Цель этого алгоритма и его более простого варианта ERROR-REDUCTION, заключается в минимизации функционала ошибки (ERROR), который равен энергии поля за пределами границ объекта. Эти алгоритмы итерационные и в данной работе они выполнялись блоками. Каждый блок содержал 30 итераций НЮ для $\beta = 1$ (параметр β строго определен в [6]), затем 10 итераций алгоритма снижения ошибки ERROR-REDUCTION, затем все повторялось для $\beta = 0.7, 0.4, 0.1$. Таким образом, в каждом блоке было 160 итераций. После каждого блока фаза обнулялась, амплитуда сохранялась и передавалась в следующий блок. Всего было 9 блоков, причем в последнем количество итераций ERROR-REDUCTION было увеличено до 200. В качестве критерия сходимости было выбрано абсолютное изменение ошибки в ERROR-REDUCTION между последовательными итерациями менее 10^{-7} . Для сходимости было достаточно 2200 элементарных итераций для каждой буквы.

Результаты восстановления представлены на рис. 4. Обозначения на рисунках: (а) модуль амплитуды на детекторе; (b) и (d) восстановленные модуль и фаза с помощью виртуальной линзы; (c) и (e) восстановленные модуль и фаза с помощью волнового пропатора. В эксперименте с буквой Ф наилучшее соотношение сигнал/шум, поэтому качество восстановления закономерно самое высокое. Заметим также, что в случае виртуальной линзы качество изображения выглядит лучшим, чем для волнового пропатора. Наихудшее качество восстановления ожидаемо для буквы И с наихудшим отношением сигнал/шум. Отметим, что она восстановилась зеркально отраженной, превратившись в английскую букву N.

В табл. 2 приведены сравнение времени выполнения и ошибки алгоритмов с использованием волнового пропатора и виртуальной линзы для каждой буквы. Алгоритм с использованием виртуальной линзы отрабатывает в среднем в 1.33 раза быстрее. Ошибка восстановления в обоих алгоритмах находится на примерно одном уровне, хотя алгоритм с волновым пропатором все же несколько точнее.

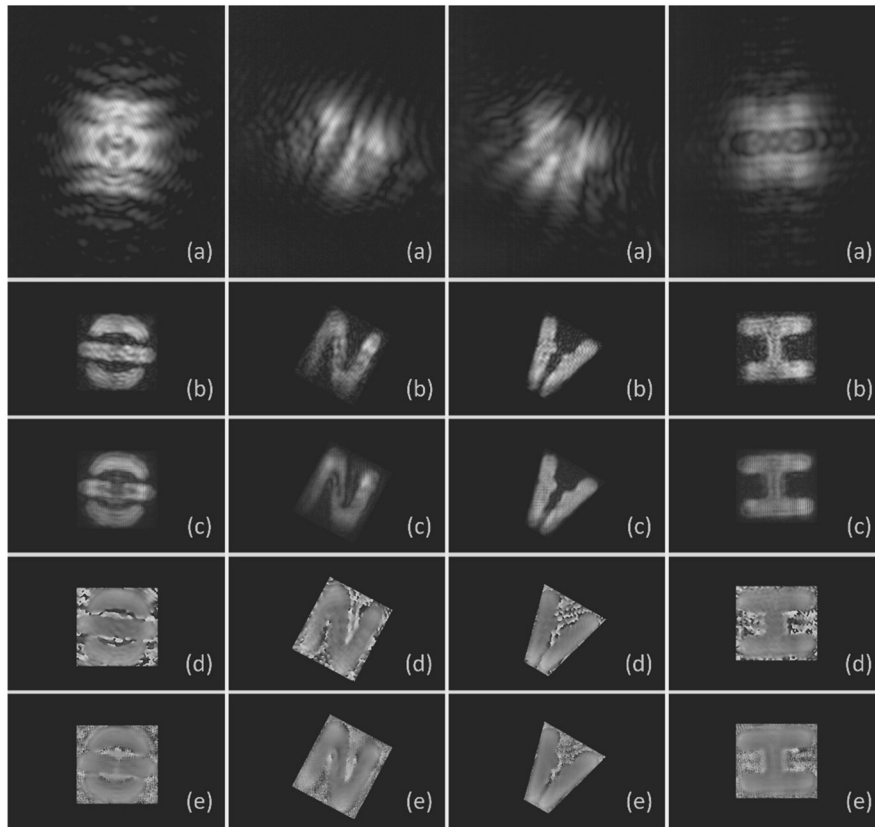


Рис. 4: Результат расчета модуля и фазы поля в плоскости объекта, обозначения: (a) модуль амплитуды на детекторе; (b) и (d) восстановленные модуль и фаза с помощью виртуальной линзы; (c) и (e) восстановленные модуль и фаза с помощью волнового пропагатора. На картинках с фазой черный цвет – 0, белый – 2π радиан.

Т а б л и ц а 2

Сравнение времени выполнения и ошибки алгоритмов с использованием волнового пропагатора и виртуальной линзы. Для каждой буквы было выполнено 2200 итераций. Использовался персональный компьютер с 14-ядерным ЦП Intel(R) Core(TM) i9-7940X CPU @ 3.75 GHz и 128 Гб оперативной памяти

Буква	Волновой пропагатор		Виртуальная линза	
	Время расчета, сек.	ERROR, %	Время расчета, сек.	ERROR, %
Ф	405	5.5	301	5.5
И	410	9.7	307	9.8
А	400	7.4	307	7.6
Н	405	6.8	301	7.0

Заключение. Использование алгоритма с виртуальной линзой может быть полезным в исследованиях по восстановлению фазы в ближней зоне. Он позволяет сократить время расчётов без ухудшения точности восстановления фазы. При этом в ближней зоне можно использовать тот же алгоритм, что и для дальней зоны. В видимом диапазоне это позволяет существенно сократить расстояния от объекта. В проведенном эксперименте показано, что данный подход позволяет успешно выполнять восстановление фазы на расстояниях на два порядка меньше, чем локация дальней зоны, с производительностью на 33% выше, чем с использованием волнового пропегатора при сравнимой ошибке восстановления.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] Н. Л. Попов, И. А. Артюков, А. В. Виноградов, В. В. Протопопов, УФН **190**(8), (2020). DOI: 10.3367/UFNe.2020.05.038775.
- [2] S. McDermott, A. Maiden, OPTICS EXPRESS **26**(19), 25471 (2018). DOI: 10.1364/OE.26.025471.
- [3] M. S. Popova, R. A. Limarenko, V. B. Taranenko, Bulletin of the Lebedev Physics Institute **36**(12), 263 (2009).
- [4] А. С. Бусаров, А. В. Виноградов, Н. Л. Попов, Краткие сообщения по физике ФИАН **43**(4), 3 (2016). <https://elibrary.ru/contents.asp?id=34529637>.
- [5] I. A. Artyukov, N. L. Popov, A. V. Vinogradov, Symmetry **13**(8), 1439 (2021). <https://doi.org/10.3390/sym13081439>.
- [6] J. R. Fienup, APPLIED OPTICS **21**(15), 2758 (1982). DOI: 10.1364/AO.21.002758.

Поступила в редакцию 5 мая 2023 г.

После доработки 17 августа 2023 г.

Принята к публикации 21 августа 2023 г.