

УДК 539.12; 539.1.08

НОВЫЙ АЛГОРИТМ РЕКОНСТРУКЦИИ ПЕРВИЧНОЙ ВЕРШИНЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ДЛЯ SPD ЭКСПЕРИМЕНТА

В. Ф. Андреев

В статье приводится описание нового алгоритма реконструкции первичной вершины взаимодействий для проектируемого SPD эксперимента на коллайдере НИКА, строящемся в Дубне. Отличительной чертой предлагаемого алгоритма является то, что он универсальный, и не зависит от структуры трековой системы и неоднородности магнитного поля. Для оценки параметров первичной вершины применяется метод фильтра Калмана. Разработанная программа демонстрирует высокую точность реконструкции первичной вершины взаимодействий и будет включена в программное обеспечение SPD эксперимента.

Ключевые слова: реконструкция первичной вершины, фильтр Калмана, фитирование вершины, Монте-Карло моделирование, коллайдер НИКА, SPD эксперимент.

Введение. Основной целью планируемого SPD эксперимента на коллайдере НИКА в Дубне является изучение спин-зависимых структурных функций нуклонов и других спиновых эффектов в протон-протонных и дейтрон-дейтронных взаимодействиях с поляризованными и неполяризованными пучками частиц [1, 2]. Первичная вершина взаимодействий и параметры треков заряженных частиц, образованные в данной вершине, являются важными характеристиками исследуемых событий, точность измерения которых определяется не только трековыми детекторами, но и соответствующим программным обеспечением, используемым для их реконструкции. Согласно SPD проекту трековая система должна обеспечивать точность измерения поперечного импульса $\sigma_{p_T}/p_T \approx 2\%$ для заряженных частиц с импульсом 1 ГэВ/с, а измерение положения первичной вершины взаимодействий должно быть лучше 100 мкм.

ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: andreevv@mail.cern.ch.

Трековая система SPD эксперимента, подробное описание которой приведено в [3], состоит из двух основных элементов: вершинного кремниевого детектора и самого трекового детектора, состоящего из тонкостенных дрейфовых трубочек. В настоящее время рассматривается несколько конфигураций вершинного детектора, но, так как основным считается детектор на основе пиксельных модулей (MAPS), то в данной работе будет рассмотрена только эта опция вершинного детектора. Чувствительная часть вершинного детектора на основе MAPS модулей состоит из 4-х цилиндрических слоев толщиной в 50 мкм и размером пикселя 28×28 мкм, симметрично расположенных вокруг z -координаты, совпадающей с осью столкновения пучков частиц. Эффективное разрешение MAPS детекторов составляет 5 мкм, а тонкостенных дрейфовых трубочек – 150 мкм, соответственно. Такое разрешение для MAPS модулей было достигнуто с учетом размера кластера, образованного в детекторе при прохождении заряженной частицы.

Для описания SPD установки используется система координат, в которой ось Z ориентирована вдоль номинального направления пучков частиц, ось Y вертикальна, а ось X перпендикулярна к Z и Y осям и направлена к центру кольца коллайдера. Началом системы координат является центр установки SPD, который часто называется точкой взаимодействия. Планируется, что магнитное поле в SPD эксперименте будет соленоидального типа с величиной до 1.2 Тесла и при этом неоднородность B_z компоненты поля в центральной части трекового детектора не будет превышать нескольких процентов. Согласно проекту НИКА столкновение пучков частиц в SPD эксперименте будет происходить под нулевым углом.

В данной работе приводится описание нового алгоритма реконструкции первичной вершины взаимодействий и приведены результаты использования данного алгоритма применительно к Монте-Карло событиям для SPD эксперимента. Программу реконструкции первичной вершины можно разделить на две части: нахождение кандидатов первичной вершины взаимодействий и процедуру фита этих кандидатов с использованием известных параметров треков. Если начальное значение первичной вершины неизвестно, например, из профиля точки взаимодействий или из положения мишени для экспериментов с фиксированной мишенью, то первичное приближение вершины вычисляется с использованием определенных алгоритмов, которые могут отличаться в различных экспериментах.

Задача фитирования первичной вершины взаимодействий при данном наборе треков в событии может рассматриваться как задача нелинейной регрессии [4], решени-

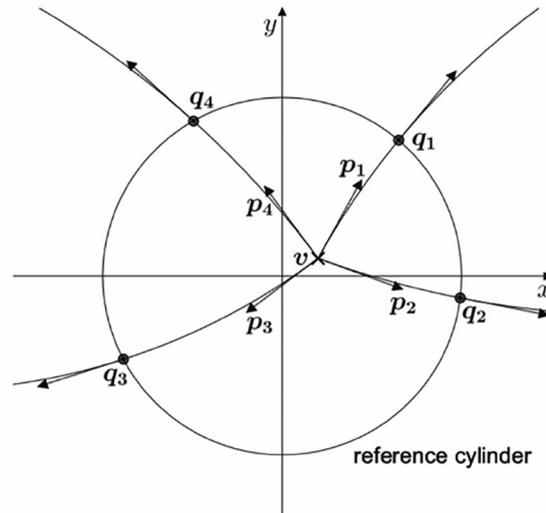


Рис. 1: Пример вершины взаимодействия в событии с четырьмя треками заряженных частиц, параметры которых q_i определены на некоторой поверхности.

ем которой будет оптимальная оценка положения первичной вершины v и импульсов всех треков p_i в данной вершине (рис. 1). При этом параметры треков q_i известны на некоторой поверхности, например, на поверхности первого слоя вершинного детектора (reference cylinder). В общем случае параметры треков $q_i = h_i(v, p_i)$, $i = 1 \dots n$ являются нелинейными функциями положения первичной вершины v и параметров трека p_i в самой вершине и, поэтому для решения данной задачи часто используется расширенный фильтр Калмана (extended Kalman filter) [5].

Нахождение кандидатов первичной вершины взаимодействий. В настоящее время в SPD эксперименте для нахождения кандидатов первичной вершины применяется следующий метод кластеризации. Согласно проекту коллайдера НИКА распределение сталкивающихся пучков в поперечной XY плоскости в области SPD эксперимента имеет гауссовское распределение с величинами $\sigma_x = \sigma_y = 0.1$ см и, поэтому на первом этапе все треки экстраполируются к оси столкновения пучков и определяется z -координата точки на треке, которая является ближайшей к данной оси. Далее определяется расстояние по z -координате между всеми возможными комбинациями пар точек и выбирается такая пара, для которой это расстояние является минимальным. Для данной пары вычисляется среднее значение z_0 -координаты и затем последовательно добавляются все точки, находящиеся внутри определенного интервала вокруг z_0 -точки. При добавлении новой точки (или трека) обновляется значение z_0 -координаты и, таким образом, формируется

кластер треков вокруг первоначальной z_0 -точки. На окончательном этапе вычисляются координаты данного кластера, то есть определяются средние значения x , y , z -координат всех точек для треков, входящих в кластер. Данная процедура повторяется для всех оставшихся треков, которые не попали в предыдущий кластер. Кластер с максимальным числом связанных с ним треков рассматривается в дальнейшем как кандидат для первичной вершины взаимодействия. Использование данного алгоритма кластеризации обеспечивает точность первого приближения вершины на уровне ~ 0.5 мм для так называемых Minimum Bias событий, включающих в себя все дифракционные и неупругие взаимодействия.

Новый алгоритм фитирования первичной вершины. В новом алгоритме фитирования первичной вершины взаимодействий для описания треков заряженных частиц используются следующие два набора параметров:

– шесть глобальных параметров, то есть x , y , z -координаты точки в пространстве и p_x , p_y , p_z – компоненты импульса трека в данной точке. Данное представление удобно для процедуры экстраполяции трека численным методом Рунге–Кутты–Нюстрём [6], который используется в SPD эксперименте и учитывает как реальную карту магнитного поля, так и многократное рассеяние и энергетические потери заряженной частицы при прохождении вещества;

– пять параметров, которые обычно применяются для описания спиральной траектория заряженной частицы в постоянном магнитном поле, направленном вдоль оси z . Эти параметры могут быть различными, но в данном алгоритме были использованы следующие: $h = (d_\rho, \varphi_0, k, d_z, \lambda)^T$, где верхний индекс T здесь и далее обозначает транспонирование матрицы, d_ρ – минимальное расстояние окружности в XY -проекции до некоторой выбранной реперной точки, например, до начала координат; φ_0 – азимутальный угол вектора, соединяющего центр окружности и реперную точку; $k = Q/P_T$ (где Q – заряд частицы и P_T – поперечный импульс частицы); d_z – расстояние траектории от реперной точки по z -координате; $\lambda = \text{ctg}(\theta)$, где θ – полярный угол наклона траектории трека относительно оси z .

Новый алгоритм фитирования вершины состоит из следующей последовательности шагов:

– параметры треков (импульс и ковариационная матрица) после процедуры фитирования треков известны в первой точке измерения трека – обычно эта точка находится в первом слое вершинного детектора. Далее трек с помощью метода Рунге–Кутты–Нюстрём экстраполируется к первоначальному приближению вершины, определенному

с использованием метода кластеризации, и шесть глобальных параметров трека и ковариационная матрица G_i оцениваются в точке $e_0 = (v, p_{i,0})$, которая является ближайшей к первичному приближению вершины;

– в малых окрестностях данной точки магнитное поле может рассматриваться как постоянное и, таким образом, траектория заряженной частицы может быть представлена как спираль с соответствующими 5-ю параметрами $h = (d_\rho, \varphi_0, k, d_z, \lambda)^T$;

– параметры спирали в данной точке аналитически могут быть выражены через шесть глобальных параметров трека $(x, y, z, p_x, p_y, p_z)^T$ с использованием следующих выражений:

$$\begin{aligned} d_\rho &= - \left(\frac{T - P_T}{a} \right); \quad \varphi_0 = \text{tg}^{-1} \left(\frac{-(p_x + ay)}{(p_y - ax)} \right); \\ k &= \frac{Q}{P_T}; \quad d_z = z - \frac{P_T}{a} \cdot \sin^{-1} J; \quad \lambda = \frac{p_z}{p_T}, \end{aligned} \quad (1)$$

в которых $p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$, $T = \sqrt{(p_x + ay)^2 + (p_y - ax)^2}$, $J = \frac{a(xp_x + yp_y)}{Tp_T}$, $a = cB_zQ$;

– затем проводится линеаризация измерений, то есть разложение зависимости $q_i = h_i(v, p_i)$ в ряд Тейлора первого порядка в данной точке $e_0 = (v, p_{i,0})$:

$$\begin{aligned} q_i &\approx A_i v + B_i p_i + c_i, \quad A_i = \left. \frac{\partial h_i}{\partial v} \right|_{e_0}, \quad B_i = \left. \frac{\partial h_i}{\partial p_i} \right|_{e_0}, \\ c_i &= h_i(v_0, p_{i,0}) - A_i v_0 - B_i p_{i,0}; \end{aligned} \quad (2)$$

– и, наконец, параметры первичной вершины v_i самого трека i и их ковариационные матрицы на данном шаге i уточняются с использованием следующих выражений фильтра Калмана [5]:

$$v_i = C_i (C_{i-1}^{-1} v_{i-1} + A_i^T G_i^B (q_i - c_i)), \quad \text{cov}(v_i) = C_i = (C_{i-1}^{-1} + A_i^T G_i^B A_i)^{-1}, \quad (3)$$

$$p_i = W_i B_i^T G_i (q_i - c_i - A_i v_i), \quad \text{cov}(p_i) = W_i + W_i B_i^T G_i A_i C_i A_i^T G_i B_i W_i, \quad (4)$$

где v_{i-1} и C_{i-1} – оценка вершины и ее ковариационной матрицы на предыдущем $i-1$ шаге, а матрицы в выражениях (1)–(4) определены следующим образом $W_i = (B_i^T G_i B_i)^{-1}$ и $G_i^B = G_i B_i W_i B_i^T G_i$.

При каждом новом добавлении трека вершина, оцененная на предыдущем шаге, используется как новая точка экстраполяции. В конце процедуры фитирования вершины уточняются импульс и полная ковариационная матрица треков, участвующих в реконструкции вершины взаимодействий. Данный алгоритм математически эквивалентен минимизации методом наименьших квадратов, который является оптимальной

оценкой в случае, когда модель линейна и случайный шум имеет гауссовское распределение, а также нет выпадающих измерений (в нашем случае треков, не связанных с данной вершиной). Для этого на каждом шаге итерации вычисляется приращение χ^2 для данного трека (выражение 5) и, если данная величина χ^2 будет

$$\chi^2 = (v_i - v_{i-1})^T C_{i-1}^{-1} (v_i - v_{i-1}) + (q_i - h(v_i, P_i))^T G_i (q_i - h(v_i, p_i)) \quad (5)$$

выше определенного порога, то трек может быть исключен из процедуры фитирования. Таким образом уменьшается ошибка, привносимая выпадающими измерениями или треками, которые могут быть не связаны с данной вершиной.

Отличительными особенностями нового алгоритма фитирования первичной вершины взаимодействий от используемого в настоящее время в SPD эксперименте являются следующие:

- новый алгоритм (new) использует точное описание траектории трека спиралью, что позволяет аналитически вычислить все необходимые компоненты уравнений (1)–(5), а существующий алгоритм (old) для упрощения вычислений использует приближенное описание трека вблизи точки линеаризации полиномом 2-го порядка;

- новый алгоритм производит уточнение параметров треков на каждом шаге итерации, а в существующем алгоритме параметры треков считаются неизменными во время всей процедуры фитирования первичной вершины.

Результаты реконструкции первичной вершины взаимодействий. Для проверки нового алгоритма реконструкции первичной вершины в качестве входных данных используются параметры треков, полученные после процедуры фитирования в пакете программ SPDroot [7], который был разработан для описания геометрии и моделирования отклика различных детекторов SPD эксперимента. С использованием Монте-Карло генератора PYTHIA 8 [8] при энергии сталкивающихся протонов $\sqrt{s} = 27$ ГэВ были смоделированы и реконструированы 25000 Minimum Bias событий. Такой объем используемых для анализа данных позволяет определить положение первичной вершины с точностью 2–3%. При моделировании координаты первичной вершины взаимодействий были распределены по Гауссу с величиной сигма, равной 30 см для z -координаты и 0.1 см для x -, y -координат, соответственно.

В качестве оценки точности реконструкции первичной вершины была использована разность между генерированным и реконструированным положением координат вершины взаимодействий. Пример таких распределений приведен на рис. 2 для z -координаты и двух значений множественности заряженных частиц. Здесь надо отметить существен-

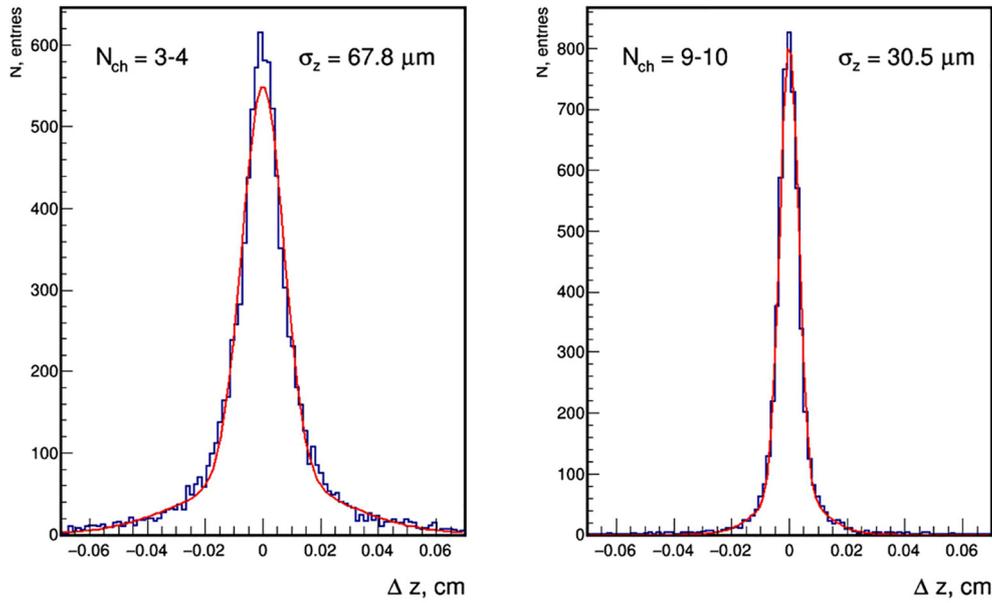


Рис. 2: Распределение разности между генерированным и реконструированным положением z -координаты первичной вершины для двух значений множественности заряженных частиц.

ную зависимость формы распределения и, следовательно, точности реконструкции первичной вершины от множественности заряженных частиц. Далее распределения фитировались суммой двух функций Гаусса, а полученные результаты суммированы в табл. 1 для x - и z -координат и различной множественности заряженных частиц. Статистическая точность приведенных в табл. 1 данных оценивается на уровне $\sim 2-3\%$ в зависимости от множественности заряженных частиц.

Т а б л и ц а 1

Точность реконструкции x - и z -координат первичной вершины взаимодействий в зависимости от множественности заряженных частиц

Multiplicity		> 2	3-4	5-6	7-8	9-10	> 10
$\sigma_x, \mu\text{m}$	old	49.2	69.8	51.8	43.1	35.8	31.5
	new	49.5	70.2	50.2	44.2	35.5	30.7
$\sigma_z, \mu\text{m}$	old	46.5	68.7	46.8	36.8	31.9	32.2
	new	47.2	67.8	47.5	37.6	30.5	31.7

Приведенные в табл. 1 результаты позволяют сделать вывод, что оба алгоритма в пределах статистической ошибки обеспечивают одинаковую точность реконструкции

первичной вершины взаимодействий во всем диапазоне множественности заряженных частиц. Также надо отметить и тот факт, что используемый в настоящее время алгоритм реконструкции первичной вершины, подробное исследование которого было проведено в работе [9], показал сопоставимую точность в реконструкции первичной вершины взаимодействий в сравнении с другими алгоритмами реконструкции, используемыми в физике высоких энергий.

Другой важной характеристикой реконструированных событий является точность определения параметров треков заряженных частиц в первичной вершине. Эти величины были определены из анализа разности между генерированными параметрами трека и параметрами, полученными после процедуры фитирования трека. В табл. 2 приведена точность определения импульса и углов вылета треков, полученных на основе анализа ~ 100000 заряженных треков. Приведенные в табл. 2 результаты демонстрируют существенно лучшую точность определения параметров трека для нового алгоритма реконструкции вершины и при этом статистическая точность полученных величин оценивается на уровне $\sim 1\%$. Это отличие можно объяснить самой процедурой фитирования первичной вершины для существующего алгоритма, при котором определенные в программе реконструкции [10] параметры треков считаются постоянными и, поэтому для окончательного уточнения параметров треков в первичной вершине необходим дополнительный шаг, то есть фитирование треков с учетом уже реконструированной вершины.

Т а б л и ц а 2

Точность определения параметров треков заряженных частиц в первичной вершине взаимодействий для двух алгоритмов реконструкции вершины

	$\sigma_p, \%$	$\sigma_\theta, \text{mrad}$	$\sigma_\varphi, \text{mrad}$
old	0.97	1.30	2.00
new	0.81	0.62	1.20

Данное исследование показало, что предлагаемый новый алгоритм реконструкции первичной вершины взаимодействий позволяет получить не только сопоставимую точность в реконструкции вершины, но и существенно улучшить точность определения параметров треков заряженных частиц в первичной вершине по сравнению с алгоритмом реконструкции, используемым в настоящее время в SPD эксперименте.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант № 22-12-109.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] V. V. Abramov et al., Phys. Part. Nucl. **52**(6), 1044 (2021). DOI: 10.1134/S1063779621060022.
- [2] A. Arbuzov et al., Prog. in Part. and Nucl. Phys. **119**, 103858 (2021). <https://doi.org/10.1016/j.ppnp.2021.103858>.
- [3] V. M. Abazov, V. Abramov, L. G. Afanasyev, et al., The SPD proto-collaboration. Conceptual design of the Spin Physics Detector. arXiv:2102.00442v1 [hep-ex] 31 Jan 2021.
- [4] P. Billoir, R. Fruhwirth, M. Regler, Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. **A 241**, 115 (1985).
- [5] R. Fruhwirth, Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. **A 262**, 444 (1987).
- [6] E. Lund, L. Bugge, I. Gavrilenko, A. Strandlie, Journal of Instrumentation **4**, P04001 (2009). <https://doi.org/10.1088/1748-0221/4/04/P04001>.
- [7] SPDroot program. <https://git.jinr.ru/nica/spdroot>.
- [8] T. Sjostrand, S. Ask, J. R. Christiansen, et al., Comput. Phys. Commun. **191**, 159 (2015). <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2015.01.024>.
- [9] В. Ф. Андреев, Краткие сообщения по физике ФИАН **48**(10), 12 (2021). <https://elibrary.ru/contents.asp?id=46550745>.
- [10] В. Ф. Андреев, Краткие сообщения по физике ФИАН **49**(11), 31 (2022). <https://elibrary.ru/contents.asp?id=49936336>.

Поступила в редакцию 24 июля 2023 г.

После доработки 18 октября 2023 г.

Принята к публикации 20 октября 2023 г.