

ДЕФОРМАЦИЯ ЗЕРКАЛ И СДВИГ ТЕМПЕРАТУРЫ НУЛЕВОГО ТЕПЛООВОГО РАСШИРЕНИЯ ОПТИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА ИЗ-ЗА НАГРЕВА ИЗЛУЧЕНИЕМ

М. И. Шакиров¹, Н. О. Жаднов¹, Д. С. Крючков¹, К. С. Кудеяров¹,
К. Ю. Хабарова^{1,2}, Н. Н. Колачевский^{1,2}

Детальное исследование эффектов, приводящих к флуктуациям и сдвигам собственных частот оптических резонаторов, необходимо для их применения в оптических стандартах частоты, времени и длины, экспериментах по высокоточной лазерной спектроскопии и интерферометрии. Нагрев зеркал внутрирезонаторным лазерным излучением может приводить к изменению оптической длины резонатора за счет тепловой деформации, термооптического эффекта и светового давления. В данной работе рассмотрено и исследовано методом конечно-элементного анализа влияние первого фактора – тепловых деформаций зеркал на характеристики ULE-резонатора. Обнаружено, что эффект нагрева зеркал приводит к сдвигу температуры нулевого теплового расширения монолитных высокостабильных резонаторов и может оказывать влияние на их устойчивость к флуктуациям температуры.

Ключевые слова: оптические резонаторы, тепловая деформация зеркал, температура нулевого теплового расширения.

Введение. Оптические резонаторы Фабри–Перо являются важнейшим инструментом для различных физических экспериментов – от детектирования гравитационных волн [1] до исследований квантовой электродинамики [2]. Одним из применений таких резонаторов является создание ультрастабильных лазеров [3–6] для оптических часов и пре-

¹ ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: shakmark17@gmail.com.

² Российский квантовый центр, Территория инновационного центра “Сколково”, 121205 Россия, Москва, Большой бульвар, 30, стр. 1.

цизионной спектроскопии. В таких системах частота излучения лазера стабилизируется по резонансной частоте пропускания внешнего интерферометра. Достижимая стабильность частоты в таком случае ограничивается флуктуациями расстояния между зеркалами резонатора. Одним из главных факторов, влияющих на длину интерферометра, являются флуктуации температуры. Для снижения чувствительности резонатора к изменению температуры его тело, на которое крепятся зеркала, обычно изготавливают из материала, коэффициент теплового расширения которого при некоторой температуре T_0 (температуре нулевого теплового расширения) равен нулю. Температуру резонатора в вакуумной камере стабилизируют в значении T_0 с максимальной точностью. Самым известным таким материалом является стекло ULE (Ultra Low Expansion glass), температура нулевого теплового расширения которого находится в диапазоне комнатных температур [7, 3, 8].

Помимо влияния окружающей среды, на оптическую длину резонатора может воздействовать заводимое в него излучение. Мощность излучения, вводимая в резонатор, многократно усиливается внутри. При полном согласовании импедансов зеркал резонансное излучение внутри резонатора Фабри–Перо усиливается в F^*/π раз, где F^* – резкость резонатора, типичные значения которой составляют $10^5 - 10^6$. Поглощение излучения в отражающих покрытиях зеркал приводит к их нагреву и, как следствие, к изменению их формы и показателя преломления. Также оказывать влияние на длину интерферометра могут давление света [9] и эффект Керра [10]. Все эти эффекты приводят к сдвигу собственных частот резонатора.

За последнее время достигнуты успехи в изготовлении зеркал с очень высоким коэффициентом отражения, что позволяет создавать резонаторы с резкостью более 10^6 [11]. Переход к использованию транспортируемых оптических часов требует создания компактных высокостабильных резонаторов [12–15]. Уменьшение длины интерферометра ведет к уменьшению размера моды, а значит, к росту интенсивности излучения на зеркале. Кроме того, в более компактных резонаторах деформация зеркал вносит больший вклад в изменение длины в относительном выражении. Таким образом, эффекты, связанные с влиянием излучения, становятся все более значимыми; наблюдается ряд интересных эффектов, таких, как оптическая бистабильность [16, 17], пульсации мощности [18], стохастические резонансы [19].

В данной работе проводится моделирование термомеханического эффекта – деформаций зеркала под влиянием нагрева поглощенным излучением. Вид деформации будет зависеть от материала, из которого изготовлено зеркало, и от его температуры. Если

подложка зеркала изготовлена из кварца, то его нагрев лазерным излучением приведёт к вспучиванию поверхности и сокращению длины резонатора. Для зеркал на подложке из стекла ULE при температуре ниже T_0 (в области отрицательного теплового расширения) возможен противоположный эффект, когда нагрев поверхности вызовет образование впадины на поверхности. В силу того, что коэффициенты теплового расширения кварца и ULE-стекла имеют температурную зависимость, деформация зеркал, изготовленных из этих материалов, будет отличаться для разных температур. Данный эффект может приводить к смещению температуры нулевого теплового расширения резонатора, так как температурная зависимость длины резонатора будет определяться не только его телом, но и зеркалами, вносящими свой вклад за счет деформации под действием лазерного излучения. Схожий эффект сдвига температуры нулевого теплового расширения, вызванный разностью коэффициентов теплового расширения тела резонатора и подложек зеркала, был рассмотрен в работе [20].

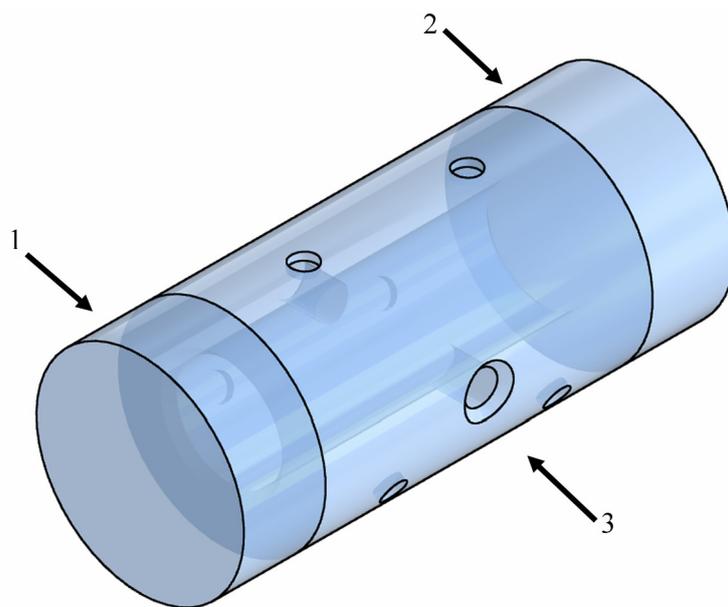


Рис. 1: Рассматриваемая модель резонатора. 1, 2 – зеркала резонатора, 3 – тело резонатора. Зеркала закреплены на теле оптическим контактом. Диаметр тела и зеркал 12.7 мм, длина тела 20 мм, толщина подложек 5 мм. Тело резонатора имеет осевое отверстие диаметром 6.5 мм, внутри которого распространяется излучение.

Описание модели. Исследование тепловых деформаций зеркал под действием нагрева излучением с гауссовым профилем интенсивности проводилось путем компьютерного моделирования в программе конечно-элементного анализа COMSOL Multiphysics.

В расчете была использована модель резонатора, соответствующая монолитному компактному резонатору Фабри–Перо, описанному в работе [17]. Данный резонатор имеет длину 20 мм и форму, представленную на рис. 1. Зеркала резонатора представляют собой брэгговские отражающие покрытия, состоящие из 17-ти пар слоев $\text{SiO}_2/\text{Ta}_2\text{O}_5$, нанесенных на подложки с глубокой шлифовкой-полировкой. Тело резонатора и подложки зеркал изготовлены из стекла ULE. Толщина подложки составляет 5 мм, диаметр резонатора – 12.7 мм. Диаметр отражающего покрытия равен 6 мм, толщина – 7.6 мкм. Рассмотренный резонатор составлен парой вогнутых зеркал с радиусами кривизны 40 см. Для излучения на длине волны 1550 нм радиус пятен моды по уровню интенсивности $1/e^2$ на таких зеркалах составляет 178 мкм.

Для резонатора, используемого в модели, были заданы значения резкости (82000) и пропускания в резонансе (40%), полученные экспериментально для резонатора в [17]. Данным значениям соответствуют следующие расчетные коэффициенты отражения (R) и поглощения (A) для первого и второго зеркал, соответственно: $R_1 = 0.99996$, $A_1 = 0.000014$, $R_2 = 0.999964$, $A_2 = 0.000014$. В модели было сделано предположение, что зеркала близки по своим оптическим свойствам, рассеяние излучения в них отсутствует, а коэффициент пропускания приблизительно равен коэффициенту поглощения. Коэффициент усиления излучения в таком резонаторе составляет $1.8 \cdot 10^4$. Также было рассчитано, что 10% мощности резонансного излучения отражается от резонатора, 40% – проходит и 50% поглощается зеркалами, что приводит к их нагреву. Таким образом, можно заключить, что так как рассматриваемые зеркала имеют одинаковые коэффициенты поглощения, на каждом из них выделяется 25% мощности излучения, направленного в резонатор.

Нагрев зеркала в модели задается постоянным потоком тепла через отражающую поверхность с профилем, отвечающим гауссовому пучку моды резонатора с радиусом 178 мкм. В ходе расчетов было принято, что температура тела резонатора постоянна. Это предположение можно считать справедливым для большинства реальных экспериментов, так как тело резонатора имеет значительно больший размер, чем зеркала, и находится в тепловом контакте с тепловыми экранами вакуумной камеры, температура которых стабилизируется. В результате нагрева зеркала излучением и отвода тепла к телу (теплопроводностью через область оптического контакта) устанавливается тепловое равновесие. Целью расчета было определение стационарного распределения температур и соответствующей этому распределению деформации зеркал. Зеркала резонатора могут обмениваться тепловым излучением с окружением, однако вклад этого

эффекта мал, и мы им пренебрегаем. Также в модели было принято, что тепловые деформации, в основном, происходят в небольшой области в окрестности центра поверхности зеркала, а область оптического контакта с резонатором остается неподвижной.

Методика и результаты. Поскольку ULE-стекло сжимается при нагревании в области температур ниже T_0 , а при более высоких температурах наоборот расширяется, тепловая деформация зеркала будет иметь различный характерный вид для трех случаев: $T > T_0$, $T < T_0$, $T \approx T_0$. На рис. 2 представлены результаты расчетов распределения температур и соответствующие профили деформаций поверхности под действием нагрева лазерным излучением. При температуре зеркала ниже T_0 поверхность будет выгибаться внутрь зеркала, при температуре выше T_0 поверхность будет выгибаться наружу зеркала. При температуре зеркала, близкой к T_0 , различные участки поверхности будут деформироваться согласно распределению температуры на отражающей поверхности зеркала: в области, где температура ниже T_0 , отражающая поверхность будет выгибаться вглубь, а в области, где температура выше T_0 – наружу. В нашей модели температура нулевой точки была принята равной 20.9 °С. Отметим, что форма поверхности, представленная на рис. 2(е), будет справедлива и для других материалов с положительным коэффициентом теплового расширения, например, для кварца.

Тепловая деформация зеркал приводит к изменению длины резонатора. Однако основное влияние на длину оказывает только та область поверхности зеркала, на которую падает излучение моды. Чтобы найти “эффективное” смещение поверхности $Z(T)$, необходимо проинтегрировать смещение каждой точки зеркала $z(\mathbf{r}, T)$ с учетом профиля интенсивности $g(\mathbf{r})$ пучка по поверхности зеркала [21]:

$$Z(T) = \int_S g(\mathbf{r}) \cdot z(\mathbf{r}, T) d^2r.$$

Исходя из осевой симметрии задачи, данное выражение можно упростить:

$$Z(T) = (4/\omega^2) \cdot \int_0^\infty \exp(-2r^2/\omega^2) \cdot z(r, T) \cdot r dr.$$

Результаты расчетов смещения зеркала для различных поглощаемых зеркалом мощностей и температур резонатора в окрестности температуры нулевого теплового расширения приведены на рис. 3.

Отметим также, что кривизна зеркал может влиять на величину изменения длины резонатора. Тепловая деформация подложки зеркала приведёт к смещению центра

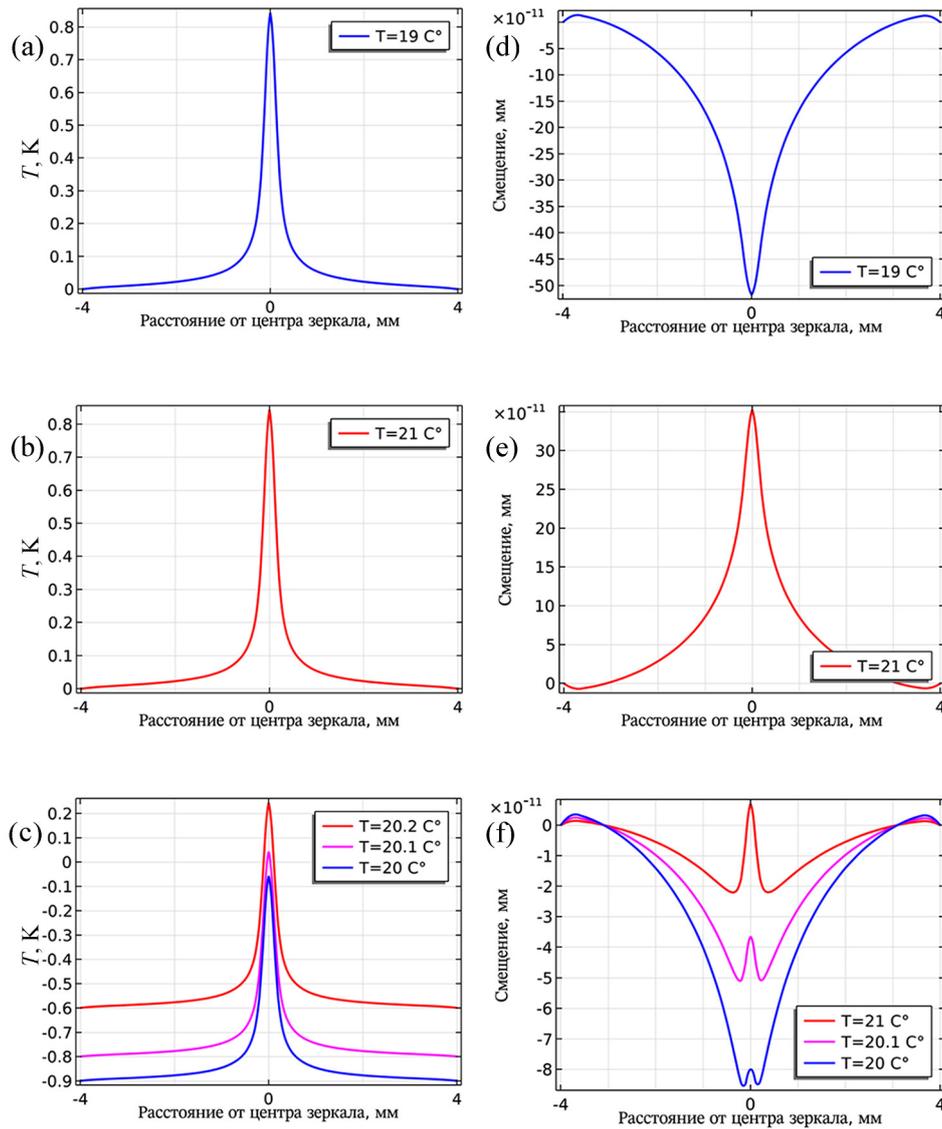


Рис. 2: (a), (b) профили распределения температуры вдоль диаметра зеркала относительно температуры резонатора при температурах тела резонатора $19\text{ }^{\circ}\text{C}$ и $21\text{ }^{\circ}\text{C}$; (c) профили распределения температуры вдоль диаметра зеркала относительно нулевой точки теплового расширения при $20\text{ }^{\circ}\text{C}$, $20.1\text{ }^{\circ}\text{C}$, $20.2\text{ }^{\circ}\text{C}$; (d), (e), (f) соответствующие профили смещения поверхности из-за тепловой деформации (вдоль диаметра зеркала). Температура нулевой точки составляет $20.9\text{ }^{\circ}\text{C}$. Расчеты проведены для мощности излучения, поглощенной зеркалом, равной 0.5 мВт . Радиус пятна моды по уровню интенсивности $1/e^2$ на таких зеркалах составляет 178 мкм .

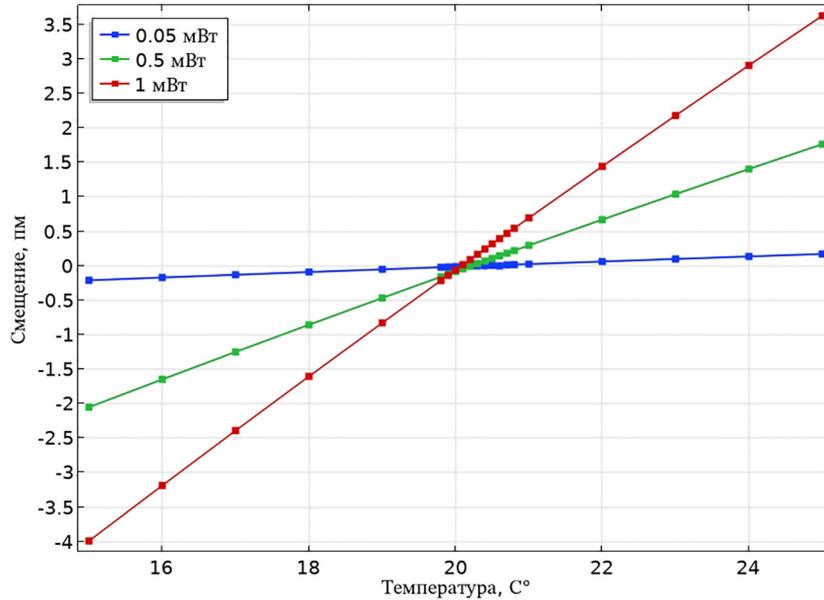


Рис. 3: Зависимость эффективного смещения поверхности зеркала с подложкой из ULE-стекла от температуры резонатора для различных значений мощности излучения, поглощаемой зеркалом. Зависимости аппроксимированы линейной функцией.

зеркала относительно торца тела резонатора, которое можно вычислить как:

$$\Delta L = \alpha d \Delta T,$$

где α – коэффициент теплового расширения подложки, d – начальное расстояние от центра зеркала до торца тела резонатора, ΔT – изменение температуры. В качестве грубой оценки примем, что вогнутая часть зеркала нагревается равномерно по всей толщине. Для радиуса кривизны зеркала 40 см величина d составляет 0.02 мм. В таком случае изменение длины резонатора при изменении температуры на 1 К составит 20 фм для ULE и 9 пм для плавленого кварца. Данный эффект не учитывается в нашей модели для её упрощения.

Деформация зеркал под действием нагрева приводит к изменению температуры нулевого теплового расширения резонатора в целом. Зависимость длины резонатора от температуры можно вычислить как:

$$L(T) = L_{\text{тело}}(T) + 2Z(T).$$

Зависимость длины тела $L_{\text{тело}}(T)$ от температуры определяется свойствами стекла ULE. На рис. 4 приведены зависимости относительных смещений зеркал, длины тела резона-

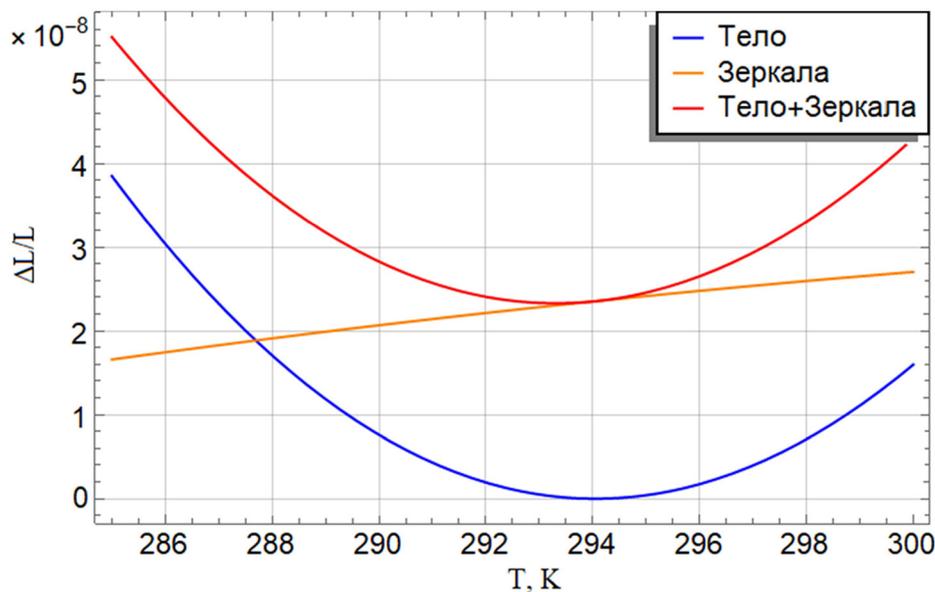


Рис. 4: График относительных изменений длины резонатора в зависимости от температуры без учета деформации зеркал (синий) и с учетом деформации зеркал (красный). Оранжевая кривая описывает зависимость среднего смещения поверхностей зеркал от температуры. Красная кривая получается в результате суммирования синей и оранжевой, что приводит к смещению нулевой точки. Расчеты проведены для мощности излучения 10 мВт, поглощенной зеркалом. Функция относительного изменения длины тела: $\Delta L/L = 7.3 \cdot 10^{-5} - 6 \cdot 10^{-7}T + 1.6 \cdot 10^{-9}T^2 - 1.2 \cdot 10^{-12}T^3$.

тора и резонатора в целом от температуры. Из-за нагрева зеркал температура нулевого расширения смещается в сторону меньших температур.

Таким образом, мы можем рассчитать значение сдвига точки нулевого расширения резонатора в зависимости от мощности, поглощенной зеркалом (рис. 5). Аналогичные расчеты можно провести для зеркал на подложке из плавленого кварца. Рассчитанные значения были аппроксимированы линейными функциями, проходящими через начало координат. Наклон прямой для ULE составил -83 мК/мВт, для кварца -67 мК/мВт. Несмотря на то что для кварца коэффициент теплового расширения значительно больше, чем для ULE, наклон прямой отличается несущественно. Для данного эффекта определяющим является производная коэффициента теплового расширения по температуре, которая для кварца меньше, чем для ULE.

В экспериментах точку нулевого теплового расширения резонатора обычно определяют по температурной зависимости частоты его моды. Учитывая смещение темпера-

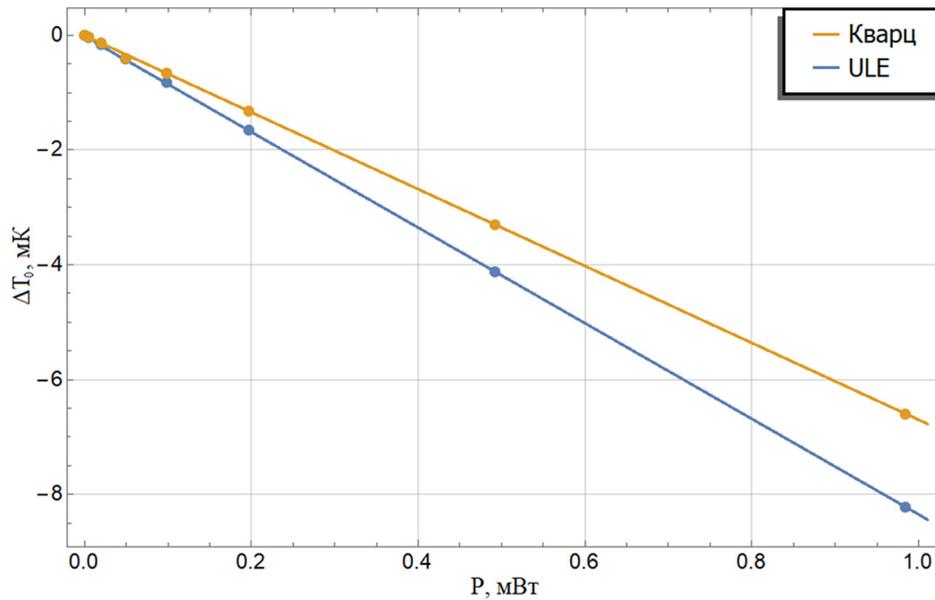


Рис. 5: Зависимость сдвига температуры нулевого теплового расширения симметричного резонатора Фабри–Перо от мощности излучения, поглощенной одним зеркалом. Для рассмотренной модели мощность, поглощаемая каждым из зеркал, составляет четверть от полной мощности излучения, вводимой в резонатор.

туры нулевого теплового расширения в зависимости от внутрирезонаторной мощности, необходимо проводить измерения нулевой точки резонатора при той же заводимой мощности, при которой будет осуществляться стабилизация частоты лазера.

Обычно для обеспечения высоких значений отношения сигнала к шуму достаточно вводить в ультрастабильные опорные резонаторы несколько десятков микроватт лазерного излучения. Нагрев зеркал излучением такой мощности для рассмотренной модели резонатора привел бы к смещению температуры нулевой точки на единицы мК. Если предположить, что неконтролируемые флуктуации температуры ULE-резонатора в вакуумной камере составляют 1 мК, то отстройка поддерживаемой температуры от нулевой точки на 1 мК приведет к относительным флуктуациям его длины на уровне 10^{-15} . Отметим, что в ультрастабильных лазерных системах для лабораторного использования описанный эффект смещения нулевой точки все же будет малозначителен за счет большой длины и теплоёмкости резонаторов, а также возможности эффективного экранирования от тепловых флуктуаций окружения. Однако смещение нулевой точки под действием излучения может оказать значительное влияние на стабильность миниатюрных резонаторов, имеющих длину 1 см и менее, работы по созданию которых

активно ведутся в последнее время [12, 13]. В таких системах тепловые деформации зеркал будут иметь большее влияние за счет меньшего размера поперечной моды излучения и вносить больший вклад в изменения длины за счет более короткого тела. Эти факторы приводят к увеличению сдвига температуры нулевого теплового расширения. Сохраняя компактность, трудно обеспечить эффективное экранирование от колебаний температуры окружающей среды, поэтому эффект сдвига нулевой точки резонатора в зависимости от мощности может сыграть значительную роль при использовании таких устройств.

Заключение. В данной работе был рассмотрен эффект тепловой деформации зеркал резонатора Фабри–Перо под действием нагрева внутрирезонаторным излучением. Исследовано влияние этого эффекта на длину монолитного резонатора и положение его температуры нулевого теплового расширения. В работе был рассмотрен симметричный резонатор Фабри–Перо длиной 2 см, тело которого изготовлено из ULE-стекла, а подложки зеркал – из ULE-стекла или плавленого кварца. Радиус моды излучения длиной волны 1550 нм на зеркалах составляет 178 мкм. Было вычислено, что смещение нулевой точки зависит от мощности приблизительно по линейному закону с коэффициентами -83 мК/мВт и -67 мК/мВт для ULE и кварцевого зеркал, соответственно. При мощности излучения в десятки микроватт смещение нулевой точки может привести к флуктуациям длины ULE-резонатора на уровне 10^{-15} . Смещение нулевой точки из-за рассмотренного термомеханического эффекта будет тем значительнее, чем меньше размер резонатора, меньше размер моды излучения и больше коэффициент поглощения зеркал. В работе с резонаторами необходимо учитывать этот эффект и переопределять точку нулевого расширения для каждой мощности, при которой планируется использование резонатора.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] A. Buikema, C. Cahillane, G. L. Mansell, et al., *Physical Review D* **102**(6), 62003 (2020). DOI: 10.1103/PhysRevD.102.062003.
- [2] J. D. Thompson, T. G. Tiecke, N. P. De Leon, et al., *Science* **340**(6137), 1202 (2013). DOI: 10.1126/science.1237125.
- [3] S. Häfner, S. Falke, C. Grebing, et al., *Opt. Lett.* **40**(9), 2112 (2015). DOI: 10.1364/ol.40.002112.

- [4] D. G. Matei, T. Legero, S. Häfner, et al., Phys. Rev. Lett. **118**(26), 1 (2017). DOI: 10.1103/PhysRevLett.118.263202.
- [5] J. M. Robinson, E. Oelker, W. R. Milner, et al., Optica **6**(2), 240 (2019). DOI: 10.1364/OPTICA.6.000240.
- [6] N. O. Zhadnov, K. S. Kudeyarov, D. S. Kryuchkov, et al., Appl. Opt. **60**(29), 9151 (2021). DOI: 10.1364/AO.437473.
- [7] J. Alnis, A. Matveev, N. Kolachevsky, et al., Phys. Rev. A (Coll Park) **77**(5), 053809 (2008). DOI: 10.1103/PhysRevA.77.053809.
- [8] Corning Incorporated. <https://www.corning.com/media/worldwide/csm/documents/7972%20ULE%20Product%20Information%20Jan%202016.pdf>.
- [9] T. Corbitt, D. Ottaway, E. Innerhofer, et al., Phys. Rev. A **74**(2), (2006). DOI: 10.1103/PhysRevA.74.021802.
- [10] Z. R. Gong, H. Ian, Y. X. Liu, et al., Phys. Rev. A **80**(6), (2009). DOI: 10.1103/PhysRevA.80.065801.
- [11] N. Jin, C. A. McLemore, D. Mason, et al., *Micro-fabricated mirrors with finesse exceeding one million*. Published online March 29, 2022. <http://arxiv.org/abs/2203.15931>.
- [12] C. A. McLemore, N. Jin, M. L. Kelleher, et al., Phys. Rev. Appl. **10**(1), 1 (2022). DOI: 10.1103/PhysRevApplied.18.054054.
- [13] J. Guo, C. A. McLemore, C. Xiang, et al., Sci. Adv. **8**(43), 1 (2022). DOI: 10.1126/sciadv.abp9006.
- [14] A. Didier, J. Millo, B. Maréchal, et al., Appl. Opt. **57**(22), 6470 (2018).
- [15] D. S. Kryuchkov, K. S. Kudeyarov, G. A. Vishnyakova, et al., Bulletin of the Lebedev Physics Institute **48**(10), 295 (2021). DOI: 10.3103/S1068335621100092.
- [16] K. An, B. A. Sones, C. Fang-Yen, et al., Optics Letters **22**(18), 1433 (1997).
- [17] Г. А. Вишнякова, Д. С. Крючков, Т. А. Воронова и др., Краткие сообщения по физике ФИАН **50**(9), 34 (2023). DOI: 10.3103/S1068335623090075.
- [18] K. Konthasinghe, J. G. Velez, M. Peiris, et al., Journal of the Optical Society of America B **35**(2), 372 (2018). DOI: 10.1364/josab.35.000372.
- [19] F. Monifi, J. Zhang, S. K. Özdemir, et al., Nat. Photonics **10**(6), 399 (2016). DOI: 10.1038/nphoton.2016.73.
- [20] T. Legero, T. Kessler, U. Sterr, Journal of the Optical Society of America B **27**(5), 914 (2010). DOI: 10.1364/josab.27.000914.

- [21] A. Gillespe, F. Raab, Physical Review D **52**(2), 577 (1995). DOI: 10.1103/PhysRevD.52.577.

Поступила в редакцию 11 августа 2023 г.

После доработки 30 октября 2023 г.

Принята к публикации 3 ноября 2023 г.