

УДК 537.612.2

СТАТИСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГАЛАКТИЧЕСКОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ В МОДЕЛИ ДИНАМО С ФЛУКТУАЦИЯМИ АЛЬФА-ЭФФЕКТА И ТУРБУЛЕНТНОЙ ДИФФУЗИИ

Д. А. Грачев¹, С. А. Елистратов^{2,3}, Е. А. Михайлов^{4,5,6}

Возникновение магнитных полей в галактиках принято ассоциировать с действием динамо. Оно основано на спиральности турбулентных движений (альфа-эффект) и нетвердотельности вращения галактики (дифференциальное вращение). Им противостоит диссипация, которая стремится разрушить регулярные структуры поля. Как правило, уравнения динамо содержат усредненные параметры турбулентности. Подобный подход представляет сложности в случае галактик с сильно неоднородной межзвездной средой, связанной, например, со звездообразованием. Одним из способов решения проблемы является использование случайных коэффициентов в уравнениях для поля. В таком случае решения требуют отдельного статистического анализа. В настоящей работе изучены различные статистические моменты для галактического магнитного поля в рамках модели, предполагающей флуктуации альфа-эффекта и турбулентной диффузии.

Ключевые слова: магнитное поле, галактики, динамо, статистические моменты.

¹ Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”, 109028 Россия, Москва, Покровский бульвар, 11; e-mail: dengrac@mail.ru.

² Институт системного программирования имени В. А. Иванникова, 109004 Россия, Москва, ул. А. Солженицына, 25; e-mail: invsbl_mn@mail.ru.

³ Институт океанологии имени П. П. Ширшова, 117997 Россия, Москва, Нахимовский проспект, 36.

⁴ ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: ea.mikhajlov@physics.msu.ru.

⁵ МГУ имени М. В. Ломоносова, 119991 Россия, Москва, Ленинские горы, 1, стр. 2.

⁶ Сколковский институт науки и технологий, 121205 Россия, Москва, Сколково, Большой бульвар, 30/1.

Введение. Ряд спиральных галактик характеризуются магнитными полями величиной несколько микрогаусс [1]. Первые оценки были получены для нашей Галактики после создания первых детекторов космических лучей. После этого их наличие было подтверждено в ходе изучения спектров синхротронного излучения. Если говорить о современных наблюдениях, то в основном используются методы, связанные с изучением меры фарадеевского вращения для поляризованных радиоволн, которые приходят как от галактических, так и от внегалактических источников.

С теоретической точки зрения возникновение подобных магнитных полей можно описать в рамках теории динамо [2]. Действие динамо основано на одновременном функционировании двух механизмов. Первый – альфа-эффект – описывает закрученность мелкомасштабных движений и приводит к превращению азимутального поля в радиальное. Второй (дифференциальное вращение) связан с нетвердотельностью вращения галактического диска и приводит к превращению радиальной компоненты в азимутальную. Им противостоят диссипативные процессы, связанные в первую очередь с турбулентной диффузией. Таким образом, действие динамо оказывается возможным лишь при определенном соотношении между параметрами турбулентности в галактике.

Эволюция динамо в тонких галактических дисках хорошо описывается в рамках так называемого планарного приближения [3]. Оно предполагает, что ввиду небольшой толщины диска компонента поля, перпендикулярная к диску, достаточно невелика. Это дает возможность решать систему уравнений лишь для двух составляющих магнитного поля. Также, как правило, все величины измеряются в своих характерных значениях. В свою очередь, основные механизмы, связанные с динамо (альфа-эффект, дифференциальное вращение, диссипация), описываются в таком случае безразмерными коэффициентами. Подобный подход хорошо работает в случае галактик с более-менее однородной межзвездной средой и дает правдоподобные результаты.

Ситуация существенно меняется при рассмотрении объектов, среда в которых является неоднородной. Это может быть связано с активным звездообразованием, взрывами сверхновых и т. д. В таком случае резко меняется роль турбулентной диффузии, а использование усредненных параметров оказывается затруднительным. Выходом из сложившейся ситуации является рассмотрение данных параметров как случайных функций [4]. В ее рамках предполагается, что основные управляющие параметры достаточно быстро меняются по марковскому случайному закону. Ранее был получен ряд результатов, связанных с численным изучением эволюции магнитного поля при случайных флуктуациях турбулентной диффузии [5]. В настоящей работе рассмотрена обобщен-

ная модель, которая также учитывает и флуктуации параметра, связанного с альфа-эффектом.

Вместе с тем, необходимо не только получение конкретных реализаций магнитных полей, но и исследование их статистических свойств. В данной статье приведены результаты численного моделирования среднего и статистических моментов 2-го и 3-го порядков для магнитных полей галактик при использовании уравнений теории динамо со случайными коэффициентами.

Основные уравнения для магнитного поля. Рассмотрим так называемую локальную модель, в рамках которой учитывается лишь диффузия в вертикальном направлении, и которая нередко используется в подобных задачах. Будем измерять время в единицах $\frac{h^2}{\eta}$, где h – полутолщина диска, а η – коэффициент турбулентной диффузии. Тогда мы получим следующую задачу:

$$\frac{dB_r}{dt} = -R_\alpha B_\varphi - k B_r; \quad \frac{dB_\varphi}{dt} = -R_\omega B_r - k B_\varphi,$$

где R_α отвечает за альфа-эффект, R_ω описывает роль дифференциального вращения, а k связан с турбулентной диффузией.

Данная линейная система, возникающая в рамках планарного приближения, предсказывает экспоненциальный рост величины $|\vec{B}|$, который, по сути, связан с ростом энергии поля за счет движений сплошной среды. Между тем, нельзя не учитывать закон сохранения энергии: по мере того, как она становится сравнимой с кинетической энергией движений среды, увеличение поля происходит все медленнее, а потом и вовсе прекращается: в таком случае можно говорить о “насыщении”. Можно считать [6], что это происходит при приближении величины поля к значению равнораспределения B^* , которое описывается формулой

$$B^* = 2v\sqrt{\pi\rho},$$

где v – характерная скорость турбулентных движений, а ρ – плотность среды. Для $\rho = 10^{-24}$ г/см³ и $v = 10$ км/с это соответствует полю равнораспределения $B^* = 4 \cdot 10^{-6}$ Гс. Таким образом, линейная модель, вполне адекватно воспроизводящая поведение магнитного поля при его малых значениях, нуждается в поправке, которая учитывала бы выход на равнораспределение на последующем этапе. Например, можно рассмотреть механизм затухания альфа-эффекта, связанный с потоками спиральности [7]. Другой подход характеризуется тем, что в уравнения динамо вводят нелинейность [8, 9], за счет которой и происходит насыщение поля. Следуя [9], мы выбираем в данной работе

следующую нелинейную модификацию для параметра, описывающего альфа-эффект:

$$R_\alpha = R_{\alpha_0} \left(1 - \frac{B_r^2 + B_\varphi^2}{B^{*2}} \right).$$

В данном случае использовано магнитное поле B^* , введенное нами выше. В дальнейшем мы будем измерять магнитное поле в единицах равнораспределения, поэтому уравнения примут такой вид:

$$\frac{dB_r}{dt} = -R_{\alpha_0} B_\varphi (1 - B_r^2 - B_\varphi^2) - k B_r; \quad \frac{dB_\varphi}{dt} = -R_\omega B_r - k B_\varphi.$$

Ввиду того, что все ключевые параметры измеряются в безразмерных единицах, данная модель является масштабируемой на другие размеры галактики и величины кинематических характеристик. Более того, можно применять подобные модели и для других астрофизических объектов схожей формы, например, аккреционных дисков.

Следуя предшествующим работам, будем считать, что коэффициент k на протяжении промежутков времени длины δ сохраняется неизменным, после чего происходит обновление в соответствии со следующим законом:

$$k = \begin{cases} 7.5 & \text{с вероятностью } p; \\ 2.5 & \text{с вероятностью } (1 - p); \end{cases}$$

где p – параметр, характеризующий долю активных областей в галактике. Как правило, он растет с увеличением поверхностной плотности звездообразования. Для коэффициента, описывающего альфа-эффект, будем использовать следующие значения на тех же промежутках времени:

$$R_{\alpha_0} = \begin{cases} 0.2 & \text{с вероятностью } p; \\ 1 & \text{с вероятностью } (1 - p). \end{cases}$$

Можно видеть, что вероятность p , а также соответствующие значения k и R_{α_0} являются параметрами модели.

Численные результаты. Мы получили решения для различных значений p . Можно показать, что рост поля возможен лишь при $p < p_{cr}$, в противном случае поле лишь затухает [4, 5]. Решение при различных p показано на рис. 1. В таком случае $p_{cr} = 0.14$.

Нас также интересуют статистические моменты магнитного поля, которые определяются как $\sqrt[m]{\langle (B_\varphi(t))^m \rangle}$. На рис. 2 показаны данные для первого, второго и третьего моментов при $p = 0.1$. Можно видеть, что на начальном этапе они прогрессивно растут с темпом $\gamma_m = \frac{\ln \sqrt[m]{\langle (B_\varphi(t))^m \rangle}}{t}$, после чего в момент h_m происходит отход от

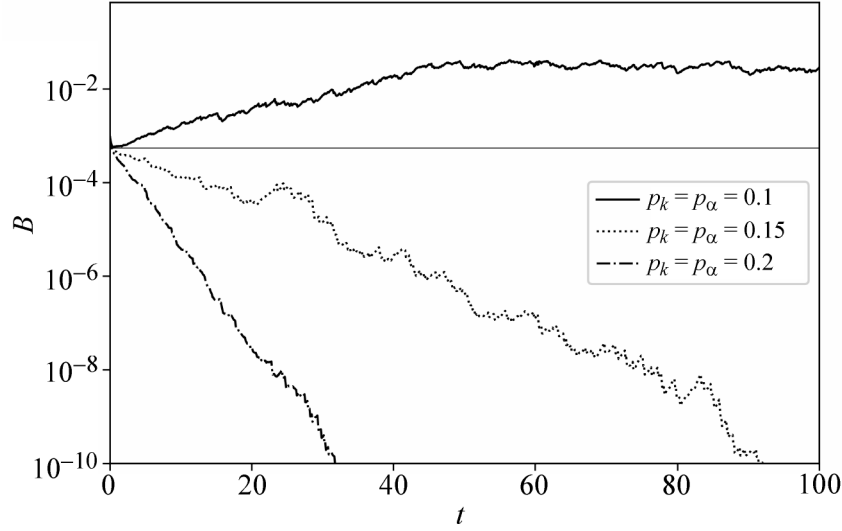


Рис. 1: Эволюция модуля магнитного поля в нескольких реализациях алгоритма. Сплошная линия соответствует значению $p = 0.1$, штриховая – $p = 0.15$, штрихпунктирная – $p = 0.20$. Результаты приведены для выборки объема $N = 10^4$.

экспоненциального закона, определяемый по существенному изменению производной логарифма величины соответствующего момента. Отметим, что величина промежутка экспоненциального роста зависит от объема выборки N – чем больше независимых случайных реализаций решения мы усредняем, тем дольше продолжается прогрессивный рост моментов поля (см. табл. 1). Можно отметить, что при больших значениях N темп экспоненциального роста выходит на отчетливо выраженную предельную величину.

Т а б л и ц а 1

Свойства статистических моментов решения

N	Промежуток роста			Темп роста		
	h_1	h_2	h_3	γ_1	γ_2	γ_3
10^3	7	4.3	3	0.046	0.093	0.134
10^4	12.5	10	7.5	0.049	0.089	0.126
$5 \cdot 10^4$	16	13	9.5	0.05	0.088	0.125

Особый интерес в рамках обобщенной модели представляет случай, когда $p = p_{cr} = 0.14$ (напомним, что данное значение вероятности является пороговым – генерация поля на начальном этапе возможна лишь при $p < 0.14$, тогда как при $p > 0.14$ можно видеть, что крупномасштабные структуры начинают разрушаться). Оказывается, что

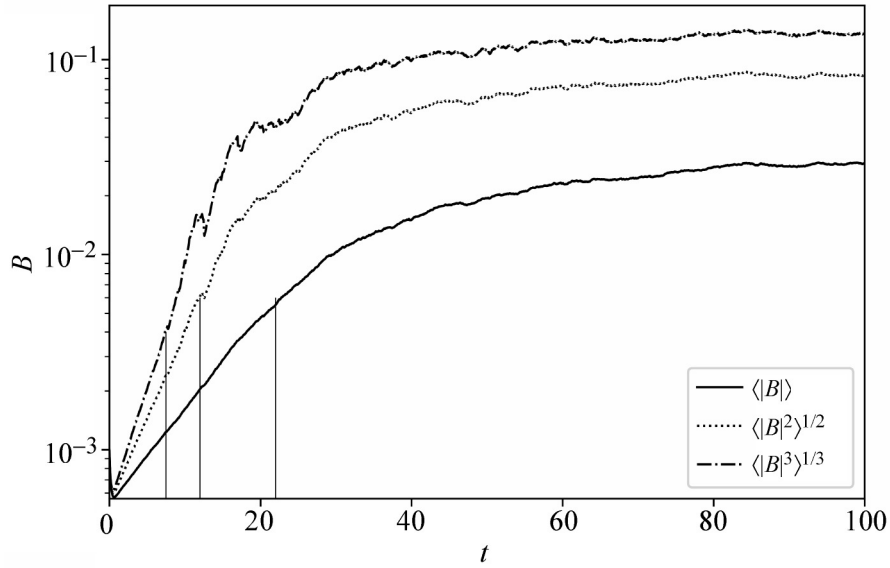


Рис. 2: Статистические моменты решения при $p = 0.1$. Сплошная линия демонстрирует среднее поле $\langle |B(t)| \rangle$, пунктирная – среднеквадратичное $\langle B^2(t) \rangle^{1/2}$, штрихпунктирная – среднее кубическое $\langle |B(t)|^3 \rangle^{1/3}$. Результаты приведены для выборки объема $N = 10^4$.

при $p = p_{cr}$ среднее магнитное поле падает, тогда как его моменты 2-го и 3-го порядков на начальном этапе растут (рис. 3). Мы связываем этот эффект с так называемой перемежаемостью, хорошо известной для случайных сред. Она связана с тем, что в выборке есть редкие, но при этом очень быстро растущие решения. Их роль для старших моментов оказывается большей, нежели для младших [10]. Это проявляется и в режиме генерации поля, когда $p < 0.14$. Так, при $p = 0.1$ старшие моменты на начальном этапе растут быстрее младших (рис. 2), причем это слабо связано с объемом выборки (табл. 1).

Заключение. Был исследован процесс роста магнитного поля галактик в случае использования уравнений динамо со случайными параметрами. Они описывают объекты, в которых присутствует активное звездообразование, приводящее к возрастанию роли турбулентной диффузии и изменению параметров альфа-эффекта. Подтверждено, что рост магнитного поля возможен лишь в случае, когда коэффициент, описывающий интенсивность подобных процессов, не превышает определенного критического значения. Изучена эволюция различных статистических моментов, которые на стадии генерации магнитного поля прогрессивно растут по экспоненциальному закону. Показано, что старшие моменты растут быстрее младших, что связано с наличием перемежаемости.

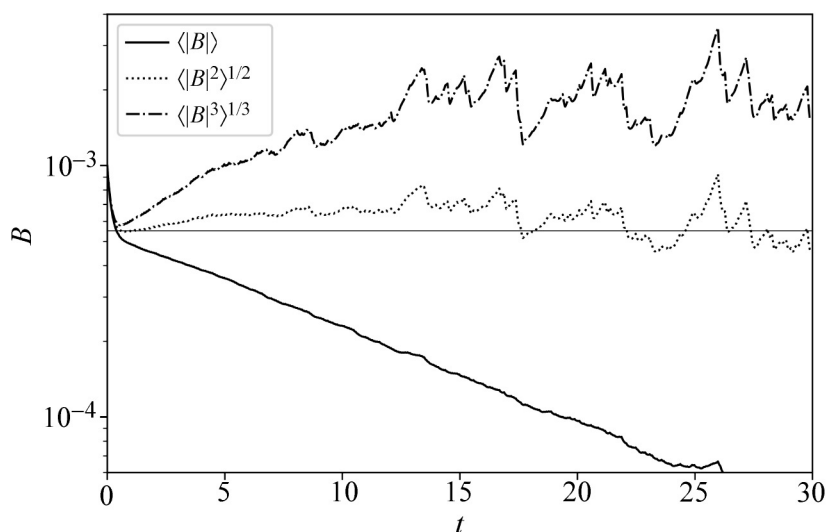


Рис. 3: Статистические моменты решения при $p = 0.14$. Сплошная линия соответствует $\langle |B(t)| \rangle$, штриховая $\langle |B|^2(t) \rangle^{1/2}$, штрихпунктирная – $\langle |B|^3(t) \rangle^{1/3}$. Результаты приведены для выборки объема $N = 10^4$.

Кроме того, отмечено, что, начиная с определенного момента, экспоненциальный рост прекращается. Время, в течение которого происходит рост, зависит от объема выборки. Для реальных объектов можно полагать, что объем выборки примерно соответствует количеству турбулентных ячеек, которое соответствует величине порядка 10^5 .

Работа Е. А. Михайлова выполнена при поддержке РНФ (проект № 19-72-30028).

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] R. Beck, A. Brandenburg, D. Moss, et al., Ann. Rev. Astron. Astrophys. **34**, 155 (1996). DOI: 10.1146/annurev.astro.34.1.155.
- [2] T. G. Arshakian, R. Beck, M. Krause, D. Sokoloff, Astron. Astrophys. **494**, 21 (2009). DOI: 10.1051/0004-6361:200810964.
- [3] D. Moss, MNRAS **275**, 191 (1995). DOI: 10.1093/mnras/275.1.191.
- [4] Е. А. Михайлов, В. В. Пушкарёв, Астрофиз. бюлл. **73**(4), 451 (2018).
- [5] Д. А. Грачев, С. А. Елистратов, Е. А. Михайлов, Вычислительные методы и программирование **20**(2), 88 (2009). DOI: 10.26089/nummet.v20r209.
- [6] Р. Р. Андреасян, Е. А. Михайлов, А. Р. Андреасян, Астрон. ж. **97**(3), 179 (2020).

- [7] S. Sur, K. Subramanian, A. Brandenburg, MNRAS **376**, 1238 (2007).
- [8] A. A. Phillips, Geophys. Astrophys. Fluid Dynam. **94**(1-2), 135 (2001).
- [9] Е. А. Михайлов, В. В. Пушкарев, Вычислительные методы и программирование **17**, 447 (2016).
- [10] Я. Б. Зельдович, С. А. Молчанов, А. А. Рузмайкин, Д. Д. Соколов, УФН **152**(1), 3 (1987).

Поступила в редакцию 25 декабря 2023 г.

После доработки 27 марта 2024 г.

Принята к публикации 28 марта 2024 г.