

УДК 681.772; 004.92

ОПТИМИЗАЦИЯ СЖАТОГО СЭМПЛИРОВАНИЯ В ОДНОПИКСЕЛЬНОЙ ВИЗУАЛИЗАЦИИ

Д. В. Сыч

Метод сжатого сэмплирования позволяет точно восстановить разреженный сигнал даже в случае неполноты его измерений. В данной работе мы применяем этот метод к однопиксельной визуализации, и исследуем возможности восстановления изображения при его сэмплировании неполным набором бинарных световых паттернов. С помощью компьютерного моделирования, мы оптимизируем процесс сэмплирования изображений и находим параметры набора паттернов, при которых однопиксельная визуализация с данным методом работает наилучшим образом.

Ключевые слова: сжатое сэмплирование, однопиксельная визуализация, вычислительная визуализация, оптимизация.

Введение. Однопиксельная визуализация – новое, активно развивающееся направление вычислительной визуализации, в котором построение изображения осуществляется с помощью светочувствительного элемента, не имеющего пространственного разрешения, т. е. одного пикселя. В отличие от традиционных методов визуализации, изображение формируется не одномоментно, а вычисляется на основе сэмплирования объекта последовательностью световых паттернов и измерения соответствия каждого паттерна объекту. Возможность получения пространственного изображения объекта обусловлена возможностью создавать произвольные световые паттерны, например, с помощью пространственного модулятора света. В частности, нами используются цифровые микрозеркальные пространственные модуляторы света, создающие бинарные паттерны, где каждый пиксель принимает одно из двух значений on/off (т. е. каждый пиксель или включен, или выключен), соответствующие максимальному или минимальному пропусканию света через данный пиксель [1–3]. Разрешение вычисленного изображения определяется как разрешением паттернов, так и их конкретным видом и количеством.

Задача вычисления изображения при этом близка задаче решения системы линейных уравнений: для точного нахождения N неизвестных (количества пикселей в искомом изображении) в общем случае требуется система из N уравнений (паттернов). Поэтому для получения высокого разрешения необходимо использовать большое количество паттернов, что удлинняет процесс съемки (т. к. надо показать большой набор паттернов) и увеличивает необходимые вычислительные ресурсы для вычисления изображения (т. к. требуется решить большую систему уравнений). Следовательно, возникает задача оптимизации сэмплирования и уменьшения количества используемых паттернов. Целью данной работы является исследование алгоритмов вычисления изображения при неполном наборе измерений на основе метода сжатого сэмплирования, оптимизация структуры используемых паттернов, определение минимального количества паттернов для точного вычисления изображения и оценка вычислительных ресурсов, необходимых для реализации алгоритмов на стандартном компьютере.

Метод однопиксельной визуализации. Искомое двумерное изображение объекта A представим в одномерном виде, то есть пронумеруем пиксели не двумя коэффициентами в виде строка/столбец, а одним, в виде построчной развертки. Для изображения размером N на N пикселей, пиксели в одномерном представлении индексируются от 1 до N^2 . Яркость каждого пикселя нормируем от 0 до 1, где 0 – черный и 1 – белый. Аналогично пронумеруем пиксели в паттерне. Имея в виду физическую реализацию световых паттернов с помощью микрозеркальных модуляторов, далее будем считать пиксели паттерна бинарными (то есть только 0 или 1). Тогда сигнал, измеряемый детектором как интегральное количество света, прошедшего от объекта через данный паттерн, определяется перемножением двух одномерных матриц: строки, состоящей из пикселей паттерна, и столбца, состоящего из пикселей объекта. Набор, состоящий из M разных паттернов, можно представить как набор строк, и тогда итоговое соотношение между объектом A , набором паттернов P и набором сигналов детектора S можно представить в матричном виде как $P \times A = S$, где P – матрица размером M на N^2 , A и S – столбцы из N^2 элементов. Далее стоит задача решения данной системы уравнений.

Метод сжатого сэмплирования (compressed sensing или compressive sampling, CS). Метод CS позволяет найти точное решение даже в случае неполной системы линейных уравнений с условием, что искомое решение должно быть разрежено в некотором базисе [4, 5]. Применительно к однопиксельной визуализации это означает, что искомое изображение должно быть сжимаемо, что заведомо выполняется для любых реалистичных

изображений. В общем случае метод CS находит не точное решение, а наиболее разреженное приближение этого решения методами линейного программирования.

Математически задача формулируется как минимизация нормы L_1 при условии, что получаемое решение должно быть ϵ -близко к исходной системе уравнений:

$$\min \|A\|_1 \text{ при условии } \|P \times A - S\|_2 \leq \epsilon,$$

где $\|\dots\|_n - L_n$ норма $\langle |\dots|^n \rangle$, а $\langle \dots \rangle$ – усреднение по всем пикселям. Для оценки близости двух решений A и B используется метрика, порожденная нормой L_n , то есть два изображения попиксельно сравниваются друг с другом, для каждого пикселя вычисляется модуль разности в степени n , и эта величина усредняется по всему изображению. Для оценки качества полученного изображения A мы будем использовать метрику на основе L_2 , то есть считаем среднеквадратичное отклонение полученного изображения от оригинала.

Оптимизация структуры паттернов. Исходя из общей теории CS, паттерны могут быть случайными, то есть они лишены какой-либо аналитически задаваемой структуры, но процентное соотношение нулей и единиц не обязательно должно быть 50/50. В связи с этим, мы реализуем алгоритм на основе метода CS с разным процентным соотношением нулей и единиц в используемых паттернах, и получаем зависимость L_2 от f – средней процентной доли единиц в общем количестве пикселей паттерна. Отметим, что речь идет именно о средней доле, когда каждый паттерн формируется последовательным заполнением пикселей независимо друг от друга нулями или единицами, вероятность появления единицы одинакова для всех пикселей во всех паттернах, но общее число единиц в одном паттерне может статистически флуктуировать.

Минимизация набора паттернов. Для нахождения точного решения требуется, чтобы число уравнений M в зависимости от числа пикселей N увеличивалось как $M \propto O(\log N)$. Однако характер масштабирования M не дает однозначного ответа о выборе точного числа паттернов. Для построения реальной системы визуализации на практике паттерны должны быть записаны в памяти электроники, управляющей микрозеркальной матрицей, поэтому требуется заранее задать как общее количество паттернов, так и их явный вид. Для определения минимального набора паттернов мы сначала формируем достаточно большой набор случайных паттернов, из которого выбираем набор меньшего размера, восстанавливаем изображение на этом наборе, и постепенно увеличиваем размер этой выборки. В результате мы получаем зависимость близости вычисленного изображения оригиналу, выраженной в норме L_2 , от числа паттернов в наборе.

Время вычисления изображения. Для реализации вычислительных алгоритмов получения изображения на практике требуются определенные вычислительные ресурсы. Поэтому в каждом варианте получения изображения будем замерять время работы алгоритма с использованием средних вычислительных мощностей стандартного ноутбука. Понятно, что такие замеры зависят от реализации программного кода, выбора языка программирования, операционной системы и т. д. Однако в данном случае важен сам характер получаемых зависимостей, в частности, масштабирования задачи по времени при разных параметрах алгоритма.

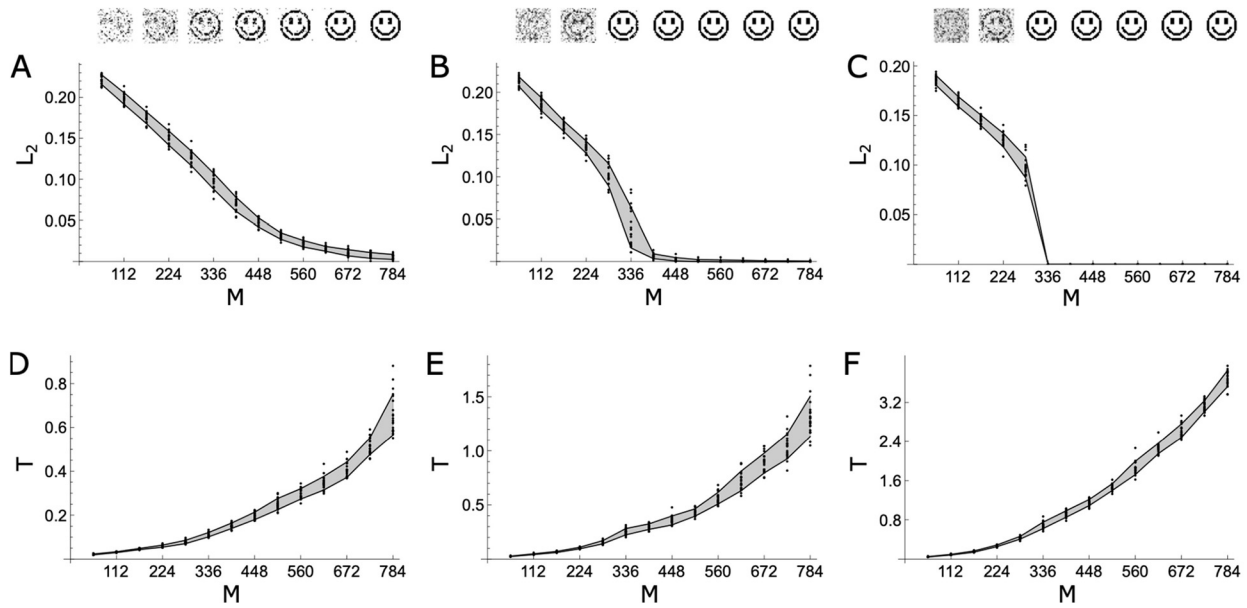


Рис. 1: Верхний ряд (A, B, C): зависимость близости вычисленного изображения оригиналу, выраженной в норме L_2 , от количества паттернов M , использованных для сэмплирования изображения. Для наглядности над каждым графиком показаны примеры вычисленного изображения для данного количества паттернов; нижний ряд (D, E, F): зависимость времени вычисления изображения в секундах от количества паттернов, использованных для сэмплирования изображения. В трех столбцах (AD, BE, CF) показаны расчеты при разном процентном количестве единиц: $f = 0.5\%$, 1% и 5% , слева направо, соответственно. Серым цветом показан доверительный интервал в одно стандартное отклонение для 20 случайных наборов паттернов, результаты для каждого из которых показаны точками.

Результаты вычисления изображений. В качестве тестового изображения мы будем рассматривать “смайлик” (рис. 1): черное изображение на белом фоне размером 28 на

28 пикселей, что соответствует разрешению изображений из набора рукописных цифр MNIST, с целью дальнейшего сравнения рассматриваемого метода с другими методами вычисления изображений. Отметим, что мы также протестировали рассматриваемый здесь метод на разных типах изображений, и получили качественно примерно такие же выводы.

На рис. 1 показано соответствие вычисленного изображения оригиналу, выраженное в норме L_2 , в зависимости от количества паттернов M при разных фиксированных f (процента заполнения паттерна единицами). Для наглядности также показаны примеры вычисленного изображения в виде картинок. Отметим здесь первый необычный результат: при достаточном процентном содержании единиц в наборе паттернов, качество восстанавливаемого изображения улучшается не непрерывно, а имеет довольно четко выраженную ступенчатую зависимость. При малом числе паттернов добавление новых паттернов улучшает качество плавно, а после достижения некоторого порогового числа паттернов изображение резко улучшается и далее восстанавливается абсолютно точно. Также отметим, что это пороговое значение зависит как от конкретной реализации набора паттернов, так и от исходного изображения, но пороговый характер зависимости наблюдается всегда. При малом процентном содержании единиц в наборе паттернов пороговая зависимость сглаживается за счет того, что некоторые пиксели сэмпляются слишком редко или вообще никогда. В таком случае информации о них нет, что и приводит к увеличению отличия вычисленного изображения от оригинала.

Далее, второй необычный результат виден на рис. 2 из зависимости качества восстанавливаемого изображения от f (процента заполнения паттерна единицами) при фиксированном числе паттернов: оказывается, что можно безошибочно вычислить изображение даже при очень небольшом числе сэмплированных пикселей в каждом паттерне. При открытии в каждом паттерне всего 1% пикселей, что для изображения 28 на 28 соответствует примерно 7 пикселям, изображение восстанавливается при примерно трети от полного набора паттернов. Увеличение f ведет к незначительному улучшению качества восстановленного изображения, в то время как время работы алгоритма увеличивается весьма существенно. С другой стороны, уменьшение f ниже 0.5% приводит к тому, что некоторые переменные (пиксели изображения) вообще не присутствуют в системе уравнений, поэтому о них не поступает никакой информации и вычислены они быть не могут. Следовательно, оптимизация f состоит в том, чтобы, с одной стороны, все пиксели присутствовали в системе уравнений хотя бы один раз (то есть любой

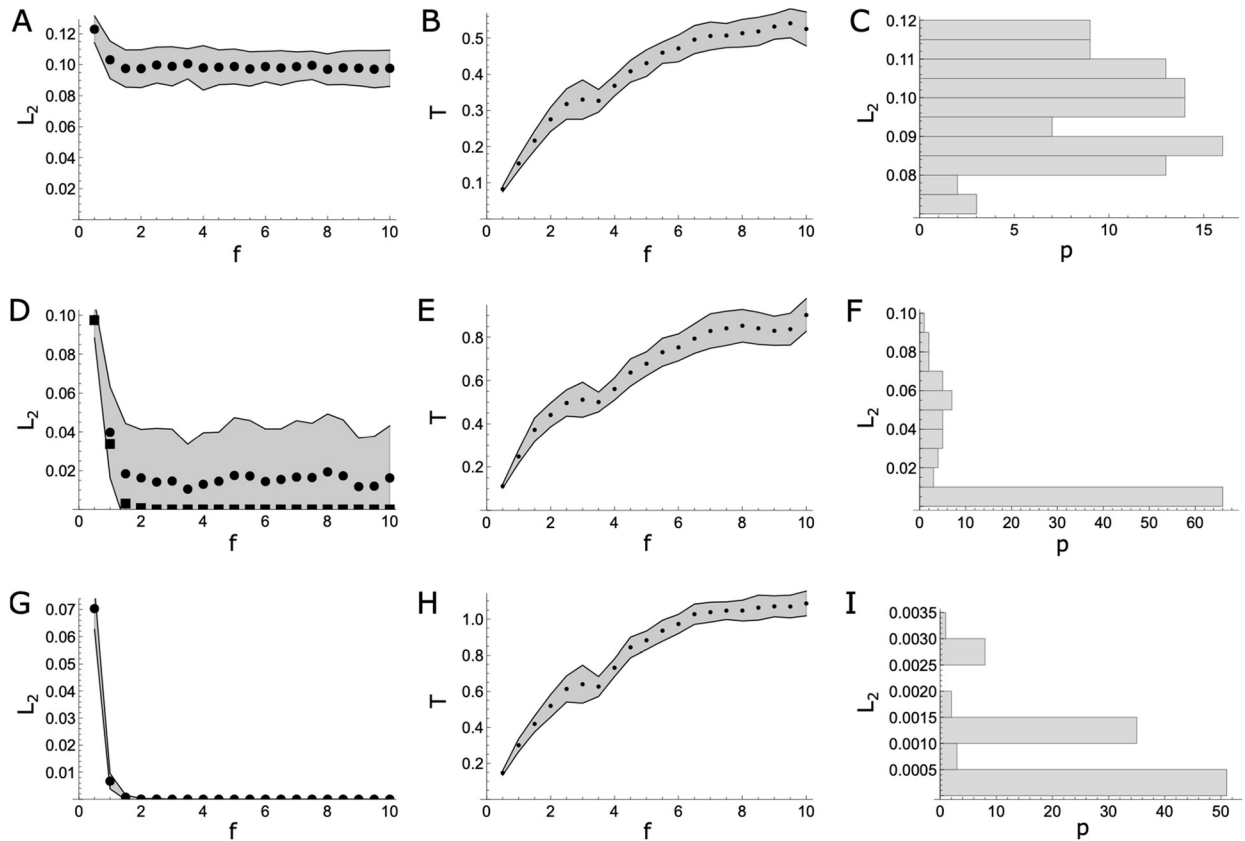


Рис. 2: Первый столбец (A, D, G): зависимость близости вычисленного изображения оригиналу, выраженной в норме L_2 , от f -процентного количества единиц в каждом паттерне при фиксированном количестве паттернов в сэмпле (A–280, D–336 и G–390). Серым цветом показан доверительный интервал в одно стандартное отклонение для 100 случайных наборов паттернов. На рис. 2D кругами показаны средние значения и квадратами – медианные значения; второй столбец (B, E, H): соответствующая зависимость времени вычисления одного изображения в секундах от f -процентного количества единиц в каждом паттерне; третий столбец (C, F, I): примеры гистограммы распределения данных, по которым построен первый столбец при $f = 1.5\%$ (вероятность p получения заданного значения L_2).

пиксель должен быть открыт хотя бы в одном паттерне), а с другой, время работы алгоритма CS лежало в разумных пределах.

Сопоставляя результаты, показанные на рис. 1 и рис. 2, можно увидеть, что увеличение числа паттернов или количества единиц в каждом паттерне увеличивает как точность вычисления изображения, так и время работы алгоритма. Однако можно за-

метить, что при недостаточном количестве паттернов увеличение количества единиц не ведет к улучшению изображения. В то время как при слишком малом количестве единиц (напр., 0.5%) можно увеличивать количество паттернов, и вычисленное изображение становится ближе к оригиналу.

Выводы. Мы исследовали применимость алгоритма построения изображений на основе метода сжатого сэмплирования в системе однопиксельной визуализации. С помощью компьютерного моделирования мы нашли, что качество вычисленного изображения улучшается с увеличением числа паттернов нелинейно и имеет пороговый характер. В нашем случае это пороговое значение составляет примерно треть от полного набора паттернов. Таким образом мы продемонстрировали, что можно получать точные изображения объектов даже в случае неполного набора его сэмплов. Оптимизация набора паттернов, используемых для сэмплирования изображения, показала, что наилучший баланс между качеством вычисленного изображения и временем работы алгоритма достигается при использовании паттернов, состоящих в основном из нулей и небольшого (несколько процентов) числа единиц.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-22-00381, <https://rscf.ru/project/23-22-00381/>.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] D. Sych, M. Aksenov, AIP Conference Proceedings **1936**, 020016 (2018). <https://doi.org/10.1063/1.5025454>.
- [2] M. D. Aksenov, D. V. Sych, Journal of Russian Laser Research **39**, 492 (2018). <https://doi.org/10.1007/s10946-018-9744-y>.
- [3] M. Shcherbatenko, M. Elezov, N. Manova, et al., Applied Physics Letters **118**, 181103 (2021). <https://doi.org/10.1063/5.0046049>.
- [4] E. J. Candes, J. K. Romberg, T. Tao, Communications on Pure and Applied Mathematics **59**, 1207 (2006). <https://doi.org/10.1002/cpa.20124>.
- [5] D. Donoho, IEEE Transactions on Information Theory **52**, 1289 (2006). <https://doi.org/10.1109/TIT.2006.871582>.

Поступила в редакцию 19 марта 2024 г.

После доработки 2 мая 2024 г.

Принята к публикации 3 мая 2024 г.

ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕД

УДК 538.91; 541.18

САМООРГАНИЗАЦИЯ ЧАСТИЦ ПРИ ИСПАРЕНИИ КАПЕЛЬ КОЛЛОИДНОГО РАСТВОРА НАНОСТРУКТУРИРОВАННОГО УГЛЕРОДА НА КВАРЦЕВОЙ ПОДЛОЖКЕ

И. В. Моряков, З. А. Заклецкий, Н. Г. Гусейн-заде, А. М. Анпилов

В статье представлено экспериментальное исследование процессов самоорганизации, которые возникают при испарении капель коллоидного раствора наноклерода в этаноле с поверхности кварцевого стекла. Обсуждаются вопросы влияния содержания дистиллированной воды в коллоидном растворе и градиента температур на подложке на распределение наночастиц и их агломератов по площади контакта капли с поверхностью. Рассмотрено и описано испарение мультикомпонентной капли с точки зрения массопереноса с помощью определения характерных механизмов движения жидкости в капле, как основную причину движения наноклеродных наночастиц. Проводится подробный анализ нанесённых с помощью капельного покрытия нанослоев и агломератов наночастиц, определяется оптимальный режим по температуре подложки и содержанию чистой воды, при котором наблюдается наиболее равномерное пространственное распределение наночастиц по площади контакта капли с подложкой, а также дополнительные режимы с пространственно-однородным распределением агломератов наночастиц (более 10 мкм).

Ключевые слова: испарение капель коллоидного раствора, наноклеродное покрытие, самоорганизация.

ИОФ РАН, 119991 Россия, Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: igor_miw@mail.ru.