УДК 953.951

СКЕЙЛИНГ ГЕНЕРАЦИИ ГАРМОНИК В ЛАЗЕРНОЙ ПЛАЗМЕ

К. Н. Овчинников, В. П. Силин

Для лазерной плазмы рассмотрена зависимость от интенсивности лазерной накачки эффективности генерации гармоник, обусловленной когерентным тормозным излучением электронов, когерентно осциллирующих в поле лазерного излучения. Определена максимальная интенсивность излучения гармоник в зависимости от их номера и параметров плазмы. Установлен новый скейлинг, пригодный для описания как сравнительно низких, так и высоких гармоник.

Генерация высоких гармоник лазерного излучения привлекает в последние годы повышенное внимание как в связи с фундаментальными проблемами нелинейной когерентной оптики, так и в связи с прикладной проблематикой, например, подводной связи. В то же время, хотя и очевидно, что под действием лазерного излучения большой мощности газовая среда легко переходит в ионизированное плазменное состояние, экспериментальные исследования генерации гармоник в прозрачной для лазерного излучения плазме делают лишь первые шаги [1, 2]. С другой стороны, хотя основы теории генерации гармоник в подобной плазме сформулированы сравнительно давно [3], однако основное внимание до сих пор в теории привлекалось к качественным следствиям, пресказывающим яркие своеобразные явления [4, 5] в экстремальных условиях сравнительно сильных полей лазерной накачки.

В настоящем сообщении привлекается внимание к иной области сравнительно не очень сильных полей, которая, как показано ниже, отвечает условиям наиболее эффективной генерации гармоник благодаря когерентному тормозному излучению. Дано описание эффективности генерации гармоник. Получен скейлинг, характеризующий как величину максимальной плотности потока генерируемого излучения гармоник, так и отвечающее такому максимуму значение плотности потока энергии лазерного излучения накачки.

Стремясь к компактности изложения, ограничимся простейшим случаем линейно поляризованного излучения накачки $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}\cos(\omega t - \varphi)$. Тогда, используя для электронов кинетическое уравнение с интегралом столкновений Фоккера – Планка – Ландау и отвлекаясь от последовательного описания сравнительно слабых эффектов, отвечающих влиянию поля накачки на кулоновский логарифм Ландау Λ, для столкновительного вклада электронов в плотность тока имеем (подробнее см., например, [3, 4])

$$\frac{\partial \mathbf{j}_{st}}{\partial t} = -\frac{4\pi e^4 Z n_e \Lambda}{m^2} \int d\mathbf{v} \frac{\mathbf{v}}{v^3} F(\mathbf{v} - \mathbf{u}_E(t)). \quad (1)$$

Здесь e, m, n_e – заряд, масса и плотность числа электронов, $F(\mathbf{v})$ – электронная функция распределения, которая ниже принимается максвелловской, наконец, $\mathbf{u}_E(t) = \mathbf{v}_E \sin(\omega t - \varphi)$ – скорость когерентных осцилляций электронов в поле накачки, где $v_E = |e|E/m\omega$. Из формулы (1) непосредственно вытекает следующее разложение в ряд Фурье (ср. [3]):

$$\mathbf{j}_{st} = \mathbf{E} \sum_{l=0}^{\infty} \sigma^{(2l+1)} \cos\{(2l+1)(\omega t - \varphi)\}. \quad (2)$$

Здесь

$$\sigma^{(2l+1)} = \frac{e^2 n_e \nu_{ei}}{m\omega^2} Y_{2l+1}\left(\frac{v_E^2}{4v_T^2}\right), \quad (3)$$

где $\nu_{ei} = 4\sqrt{2\pi} e^4 Z n_e \Lambda / 3m^2 v_T^3$ – обычная частота столкновений тепловых электронов с ионами в случае максвелловского распределения электронов по скоростям, когда $v_T = \sqrt{\kappa_B T/m}$, T – температура электронов, а κ_B – постоянная Больцмана. При $l = 0$ выражение (3) отвечает нелинейно зависящей от поля накачки высокочастотной проводимости, определяющей обратное тормозное поглощение поля накачки [3]. При $l > 0$ формула (3) характеризует интенсивность источника на частоте $(2l+1)\omega$, отвечающего нелинейному когерентному тормозному излучению. Соответствующая нелинейная зависимость от поля накачки описывается формулой

$$Y_{2l+1}(z) = \frac{3}{2(2l+1)z^{3/2}} \int_0^z dx \sqrt{x} e^{-x} [I_l(x) - I_{l+1}(x)], \quad (4)$$

где $I_l(x)$ – модифицированная функция Бесселя.

В интересующем нас простейшем случае, когда лазерное излучение накачки распространяется вдоль оси y в прозрачной слабо поглощающей плазме, электронная ленгмюровская частота которой $\omega_{Le} = \sqrt{4\pi e^2 n_e/m}$ меньше частоты накачки, имеем $\varphi = ky$, где $c^2k^2 = \omega^2 - \omega_{Le}^2$, а c – скорость света. Тогда для поля гармоник $\mathbf{E}^{(2l+1)}(t, y) = \mathbf{E}^{(2l+1)} \sin[(2l+1)(\omega t - ky)]$ при пренебрежении их слабым поглощением согласно уравнениям Максвелла получаем $[(2l+1)^2(\omega^2 - c^2k^2) - \omega_{Le}^2]\mathbf{E}^{(2l+1)} = -4\pi(2l+1)\omega\sigma^{(2l+1)}\mathbf{E}$. Отсюда следует (ср. [4])

$$\mathbf{E}^{(2l+1)} = -[(2l+1)\nu_{ei}/4l(l+1)\omega]Y_{2l+1}(v_E^2/4v_T^2)\mathbf{E}. \tag{5}$$

Это позволяет для плотности потока энергии излучения гармоник ($l > 0$) записать

$$q^{(2l+1)} = (c/4\pi) < [\mathbf{E}^{(2l+1)}(t, y)]^2 >= q_0[(2l+1)/(2l(l+1))]^2\Theta_{2l+1}(v_E^2/4v_T^2). \tag{6}$$

Здесь $< >$ означает усреднение по времени,

$$\Theta_{2l+1}(z) = z[Y_{2l+1}(z)]^2, \tag{7}$$

$$q_0 = (1/2)(\nu_{ei}/\omega_{Le})^2 n_e \kappa_B T c. \tag{8}$$

Зависимость функции $\Theta_{2l+1}(z)$, характеризующей интенсивность генерации гармоник от ее аргумента, представлена на рис. 1 для нескольких значений l в двойном логарифмическом масштабе. Общим свойством является рост интенсивности генерируемых гармоник в области сравнительно небольших интенсивностей накачки, достижение максимального значения и последующее уменьшение. В области больших z все кривые выходят на асимптотическую зависимость (ср. [3]). Из рис. 1 следует, что при заданной температуре плазмы максимум потока излучения гармоники убывает с ростом ее номера, а значение интенсивности излучения накачки, отвечающее максимуму интенсивности гармоники, растет с ростом ее номера.

Далее получим соответствующий таким свойствам аналитический скейлинг. Для этого используем следующую асимптотическую (при $l >> 1$ и $z >> 1$) формулу:

$$Y_{2l+1}(z) = 3/(4\sqrt{2\pi}z^{3/2})E_1(l^2/2z), \tag{9}$$

где $E_1(x) = \int\limits_x^\infty \exp(-t)dt/t$ – интегральная показательная функция [6]. В таком асимптотическом пределе можно записать

$$\Theta_{2l+1}(z) = [9/(8\pi l^4)][\xi_l E_1(\xi_l)]^2, \text{ где } \xi_l = (l^2/2z). \tag{10}$$

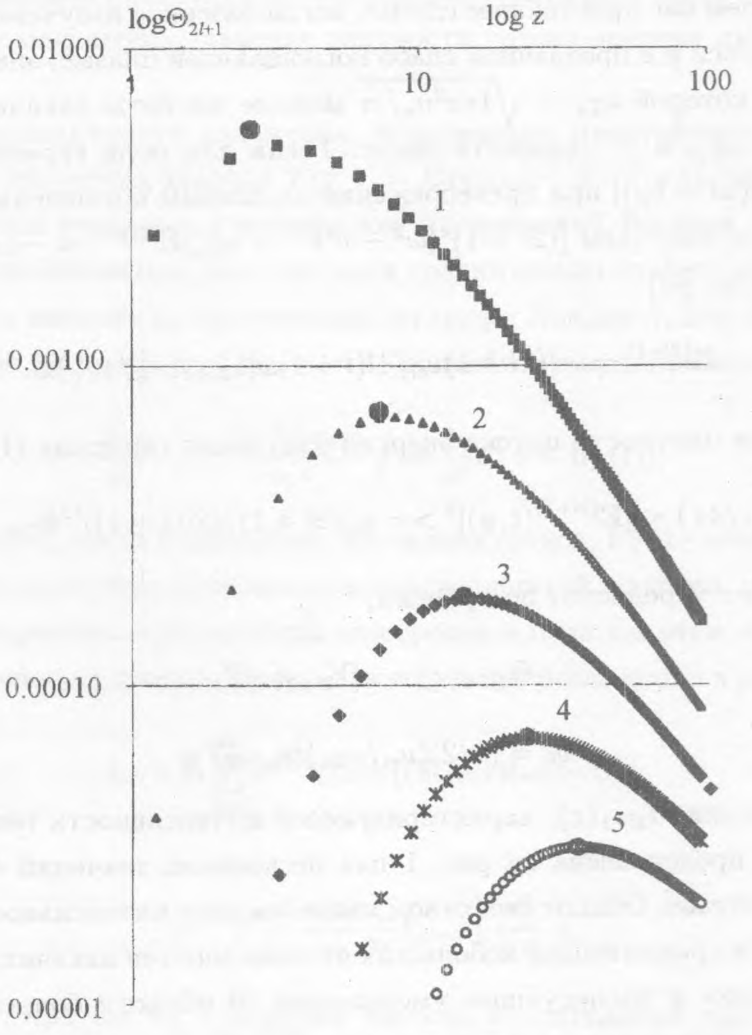

Рис. 1. *Графики функции $\Theta_{2l+1}(z)$, построенные в двойном логарифмическом масштабе для (1) $l = 1$, (2) $l = 2$, (3) $l = 3$, (4) $l = 4$, (5) $l = 5$.*

Эта форма записи делает очевидным интересующий нас скейлинг. Необходимые численные коэффициенты находятся из условия максимума функции $[\xi E_1(\xi))]^2$, который имеет место при $E_1(\xi) = \exp(-\xi)$, когда $\xi = \xi_{max} = 0,435$ и $E_1 = E_{1max} = 0,65$. Это означает, что максимальное значение функции (10) дается формулой $\Theta_{2l+1,max} \cong 0,03l^{-4}$, а соответствующее значение аргумента $z_{l,max} = 1,15l^2$. Последнее отвечает $(v_E^2)_{max} = 4,65v_T^2 l^2$. На рис. 1 крупные темные кружки соответствуют значениям аналитического скейлинга (10). Видно хорошее согласие при $l > 1$. В результате для максимальной плотности потока излучения $(2l+1)$-ой гармоники получаем следующий скейлинг:

$$q_{max}^{(2l+1)} \cong 0,03 q_0 l^{-6}. \tag{11}$$

Соответственно для значения плотности потока излучения накачки $q = (c/4\pi)\times < \mathbf{E}^2(t,y) >= \frac{c}{8\pi}E^2$, отвечающего максимуму потока излучения (11) $(2l+1)$-ой гармоники получаем скейлинг

$$q_{max} = 4,65(m\omega^2/8\pi e^2)\kappa_B T_c l^2. \tag{12}$$

В экспериментальных работах эффективность генерации гармоник характеризуют отношением $\eta^{(2l+1)} = (q^{(2l+1)}/q)$ (см., напр., [7]). Отношение выражений (11) и (12) дает скейлинг

$$\eta_{max}^{(2l+1)} = 0{,}006 l^{-8}(\nu_{ei}/\omega)^2. \tag{13}$$

Запишем эту формулу в виде, удобном для непосредственных оценок:

$$\eta_{max}^{(2l+1)} \simeq 10^{-2} l^{-8} Z^2 \left(\frac{\Lambda}{10}\right)^2 (n_e 10^{-20}\,\text{см}^3)^2 \left(\frac{\lambda}{1\,\text{мкм}}\right)^2 \left(\frac{1\,\text{эВ}}{\kappa_B T}\right)^3. \tag{14}$$

Если применительно к лазеру работы [7] принять $\lambda = 0,25\,\text{мкм}$, а также $n_e = 10^{22}\,\text{см}^{-3}$, $\Lambda = 10$, то формула (14) дает, например, для седьмой гармоники ($l = 3$) следующую оценку: $\eta_{max}^{(7)} \approx 1,2\cdot 10^{-3} Z^2 (1\,\text{эВ}/\kappa_B T)^3$. Сравнивая эту оценку с рекордным для работ по генерации гармоник в газах коэффициентом преобразования $\eta^{(7)} = 3\cdot 10^{-6}$, полученным в [7], можно видеть, что в плазменном подходе эффективность преобразования может оказаться большей, во-первых, благодаря использованию для коротковолновых лазеров большей плотности, во-вторых, за счет сравнительно невысоких температур плазмы при коротком лазерном импульсе.

В заключение укажем еще одну простую скейлинговую закономерность для $q^{(2l+1)}$ в области больших l, в окрестности окончания спектра гармоник. Это отвечает асимптотической области, когда $E_1(\xi) \sim \xi^{-1}\exp(-\xi)$. Соответственно этому

$$q^{(2l+1)} = q_0 (9/8\pi l^6)\exp(-4l^2 v_T^2/v_E^2). \tag{15}$$

Экспериментальная регистрация такой закономерности позволит непосредственно измерять отношение v_T/v_E.

Таким образом, в настоящем сообщении на основании простой модели с известной мерой очевидности выявлены новые скейлинговые закономерности, характеризующие генерацию гармоник в лазерной плазме и вскрывающие перспективность механизма когерентного тормозного излучения, который не требует фазового синхронизма [3].

Работа выполнена при государственной поддержке научных школ (N 96-15-96750) и поддержке РФФИ (проект N 96-02-17002).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Гладков С. М., Коротеев Н. И. УФН, **160**, 105 (1990).

[2] Giammanco F., Cecherini P., Tagliavini C., et al. Laser Physics, **7**, 22 (1997).

[3] Силин В. П. ЖЭТФ, **47**, 2254 (1964).

[4] Ferrante G., Uryupin S. A., Zarcone M., Porshnev P. I. J. Opt. Soc. Am., **B14**, 1716 (1997).

[5] Силин В. П. Письма в ЖЭТФ, **67** (5), 307 (1998).

[6] Абрамович М., Стиган И. Справочник по специальным функциям, М., Наука, 1979.

[7] Preston S. G., Chambers D. M., Marjoribanks R. S., et al. Central Laser Facility, Rutherford Appleton Lab., Annual Report 1996-97, p. 73-75.

Поступила в редакцию 6 июля 1998 г.